РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

АВТОМЕТРИЯ

2004, том 40, № 3

УДК 535 : 241.13

С. В. Богданов

(Новосибирск)

К ВОПРОСУ О ДИФРАКЦИИ СВЕТА НА УЛЬТРАЗВУКЕ

Рассмотрена дифракция света на ультразвуке в режимах Рамана – Ната и Брэгга с позиций выполнения закона сохранения импульса. Показано, что используемое обычно приближение плоских звуковых волн при дифракции Рамана – Ната ведет к нарушению этого закона и ошибке в определении углов дифракции.

Введение. Дифракция света на ультразвуке, предсказанная в 1921 г. Бриллюэном, в настоящее время изучена весьма обстоятельно. Этому явлению посвящены подробные обзоры [1, 2], монография [3], главы фундаментальных трудов [4–7] и большое число других работ.

Дифракция света на ультразвуке имеет два предельных случая:

а) дифракцию Рамана – Ната (далее Р–Н), имеющую место обычно при нормальном (или близком к нормальному) падении света на узкий звуковой пучок, и при этом наблюдается значительное число дифракционных максимумов как положительных, так и отрицательных порядков;

б) дифракцию Брэгга, имеющую место при падении света под определенным углом (угол Брэгга) на широкий звуковой пучок, и при этом есть лишь один дифракционный максимум либо +1-го, либо –1-го порядка (в зависимости от геометрии эксперимента).

Между этими двумя предельными случаями имеет место широкая промежуточная область.

В данной работе рассматривается первый случай – дифракция Р–Н. Причем речь пойдет не о математическом описании процесса дифракции, а лишь об угловом распределении дифракционных порядков.

Цель работы состоит в том, чтобы обратить внимание читателей на известное определение углового распределения дифракционных максимумов при дифракции Р–Н: $\sin\psi_m = m\sin\psi = m2\sin\theta$, которое является неверным. Его следует заменить определением $\varphi_m = m\varphi = m2\theta$.

1. Обычный подход к решению задачи дифракции света на ультразвуке сводится к рассмотрению распространения электромагнитной волны в среде, диэлектрическая проницаемость которой возмущена распространяющейся в ней звуковой волной. При этом обычно считается, что звуковая волна плоская и характеризуется волновым вектором **K**. Среда, где происходит взаимодействие света и звука, считается изотропной.

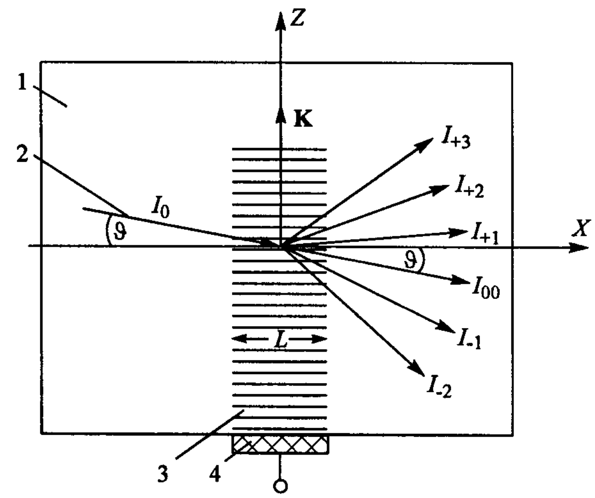

Рис. 1. Геометрия акустооптического взаимодействия: 1 – акустооптическая среда; 2 – падающий свет, ϑ – угол падения; 3 – плоская звуковая волна, $\mathbf{K} = \mathbf{K}_z$ – ее волновой вектор; 4 – источник звука, L – ширина звукового пучка (длина взаимодействия), I_m – дифракционные порядки

Рассматриваемая геометрия в терминах лучевой оптики представлена на рис. 1. В направлении X звуковой пучок ограничен размером L (длина взаимодействия). Область взаимодействия по осям X и Y не ограничена. Все используемые здесь параметры (углы, волновые векторы, длины волн) приведены внутри акустооптической среды.

В результате взаимодействия имеют место:

1) луч, прошедший без дифракции (0-й порядок дифракции), I_{00};

2) лучи, дифрагирующие в различные порядки дифракции, I_m, где $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$.

Число наблюдаемых порядков дифракции зависит от ширины области взаимодействия, интенсивности звука и параметров материала.

Расчетным путем находятся углы, под которыми (относительно I_{00}) наблюдаются дифракционные максимумы и их интенсивность.

Однако возможен и другой подход. Дифракция света на ультразвуке рассматривается как трехчастичное взаимодействие фонона и фотонов, в результате которого фонон либо поглощается, либо рождается. При таком взаимодействии должны выполняться законы сохранения энергии и импульса [7]. Таким образом,

$$\omega_{+1} = \omega_0 + \Omega, \qquad \omega_{-1} = \omega_0 - \Omega,$$

$$\mathbf{k}_{+1} = \mathbf{k}_0 + \mathbf{K}, \qquad \mathbf{k}_{-1} = \mathbf{k}_0 - \mathbf{K}.$$

Здесь ω_0, $\mathbf{k}_0$ – частота и волновой вектор падающего фотона; $\Omega, \mathbf{K}$ – частота и волновой вектор взаимодействующего фонона; ω_{+1}, $\mathbf{k}_{+1}$ – частота и волновой вектор фотона, дифрагировавшего в +1-порядок (с поглощением фонона); ω_{-1}, $\mathbf{k}_{-1}$ – частота и волновой вектор фотона, дифрагировавшего в –1-й порядок (с испусканием фонона).

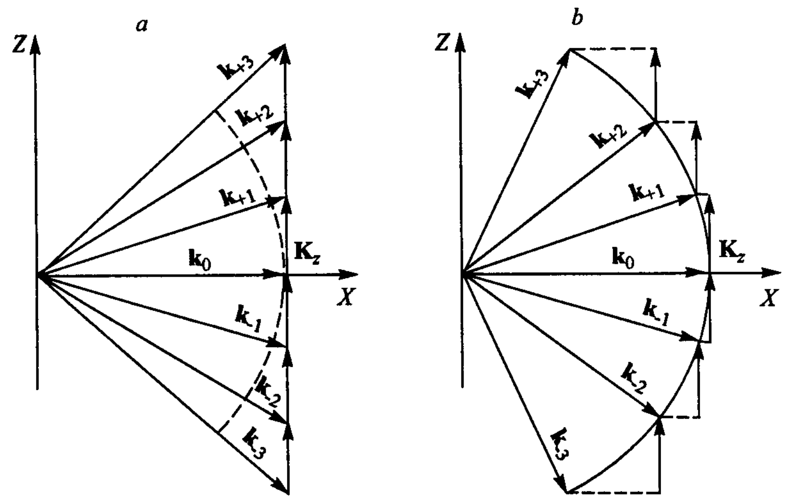

Рис. 2. Геометрия волновых векторов света и звука: по Раману – Нату (*a*), по [3] (*b*)

Более высокие порядки дифракции являются следствием ряда последовательных взаимодействий. Например, при +2-м порядке дифракции имеют место соотношения

$$\omega_{+2} = \omega_{+1} + \Omega = \omega_0 + 2\Omega, \qquad \mathbf{k}_{+2} = \mathbf{k}_{+1} + \mathbf{K} \text{ и т. д.}$$

Закон сохранения импульса при трехчастичном взаимодействии выполняется всегда, поскольку отсутствуют силы, ограничивающие рождение или поглощение фонона.

Описанный квантово-механический подход обычно используется только для определения геометрии электрон-фононного взаимодействия в анизотропных средах, т. е. для определения углов падения, углов дифракции и направления распространения звука, когда возможна дифракция с изменением поляризации света, а скорость света зависит от его поляризации и направления распространения. Естественно, этот подход вполне применим и в случае изотропной среды взаимодействия, когда скорость света не зависит ни от поляризации света, ни от направления его распространения.

2. Обратимся к классическому рассмотрению дифракции света на ультразвуке в изотропной среде (см. рис. 1). Имея в виду дифракцию Р–Н, далее будем полагать, что свет падает на звуковой пучок нормально ($\vartheta = 0$). Из работ, в которых Раман и Нат первыми (при ряде допущений) объяснили одновременное появление дифракционных максимумов многих порядков и рассчитали их интенсивность, вытекает, что диаграмма волновых векторов в этом случае имеет вид, представленный на рис. 2, *a*. (Звуковая волна считается плоской, и ее волновой вектор $\mathbf{K} = \mathbf{K}_z$.) Из рисунка видно, что $|\mathbf{k}_m| \neq |\mathbf{k}_0|$, как должно быть в изотропной среде, если пренебречь исчезающе малым изменением длины волны света вследствие изменения его частоты согласно равенству

$$\omega_m = \omega_0(1 \pm m\Omega/\omega_0), \qquad \Omega/\omega_0 \cong 10^{-5} - 10^{-6}.$$

Чтобы исключить эту погрешность, в работе [3] принято $|\mathbf{k}_m| = |\mathbf{k}_0|$. Но поскольку полагается, что у звуковой волны $\mathbf{K} = \mathbf{K}_z$, то треугольник волновых векторов $\mathbf{k}_0$, $\mathbf{k}_m$, $\mathbf{K}_z$ оказывается незамкнутым. Принятая в [3] диаграмма волновых векторов ($\vartheta = 0$) представлена на рис. 2, *b*. Как видно, закон сохранения импульса в этом случае не выполняется: «... взаимодействие не ограничено в направлении осей *Y* и *Z*. Поэтому проекции импульса (волнового вектора) на оси *Y* и *Z* должны удовлетворять закону сохранения импульса:

$$k_{my} = k_{0y} = 0, \qquad k_{mz} = k_0 \sin\vartheta + mK.$$

Проекция волнового вектора $\mathbf{k}_0$ на ось *X* может иметь скачок тем больший, чем меньше длина области взаимодействия света и звука *L*» (см. [3, с. 36]). (Здесь *m* – порядок дифракции, принятый в данной работе, вместо индекса *p* работы [3].) Таким образом, проекция волнового вектора $\mathbf{k}_0$ на ось *X* не подчиняется закону сохранения импульса.

Из приведенного выражения для k_{mz} непосредственно вытекают угловые направления на дифракционные максимумы: $\sin\psi_m = \sin\vartheta + mK/k_0$. При нормальном падении света $\vartheta = 0$ и

$$\sin\psi_m = mK/k_0 = m\sin\psi = m\lambda/\Lambda = m2\sin\theta, \qquad (1)$$

где λ – длина волны света; Λ – длина волны звука; θ – угол Брэгга.

Соотношения (1) используются во всех работах, посвященных дифракции света на ультразвуке (см., например, [3–6] и др.). Это следствие допущения, что звуковая волна является плоской и характеризуется волновым вектором $\mathbf{K} = \mathbf{K}_z$.

3. Итак, приближение плоских волн, используемое при классическом рассмотрении задачи, приводит к необходимости отказаться от закона сохранения импульса. Однако при взаимодействии фотона и фонона закон сохранения импульса должен удовлетворяться всегда. Поэтому следует найти причину, которая в рамках этого закона позволит при дифракции Р–Н объяснить появление ряда дифракционных порядков. Такая причина достаточно очевидна.

Следует обратить внимание на то, что классическое рассмотрение задачи проводится при допущении, что в зоне акустооптического взаимодействия, ограниченной вдоль оси *X* длиною *L* и не ограниченной вдоль двух других осей (см. рис. 1), распространяются плоские электромагнитная и звуковая волны. Такая постановка задачи с самого начала несет в себе некоторое противоречие. Действительно, если это допущение вполне приемлемо для электромагнитной волны, поскольку размеры вдоль осей *Y* и *Z* не ограничены, а λ мала по сравнению с реально действующей апертурой, то для звуковой волны это далеко не так. Апертура звукового поля по оси *X* ограничена длиной взаимодействия *L*, а длина волны звука $\Lambda \gg \lambda$. В то же время хорошо известно, что ограничение апертуры излучателя приводит к расширению его диаграммы направленности: излучаемая волна перестает быть плоской, и появляется целый набор волн той же частоты, волновые векторы которых $\mathbf{K}_\alpha$ отклоняются от оси системы (ось *Z*) на угол α. В изотропной среде, которая рассматривается, все волновые векторы имеют одинаковый модуль $|\mathbf{K}_\alpha| = |\mathbf{K}| = K$. Амплитуды этих волн зависят от угла α:

$$A_\alpha = A_0 \sin\Phi/\Phi,$$

где $\Phi = 0{,}5KL\sin\alpha = \pi(L/\Lambda)\sin\alpha$. Таким образом, A_α максимальна при $\alpha = 0$ и уменьшается по мере увеличения α. A_α первый раз обращается в нуль при $\Phi = \pi$, т. е. при $\sin\alpha_0 = \Lambda/L$. Примем угол α_0 за угол расхождения звукового потока вследствие ограничения апертуры излучения размером L. Следовательно, при ограниченном излучателе вместо одного волнового вектора $\mathbf{K} = \mathbf{K}_z$ теперь в пределах сектора с углом раствора $2\alpha_0$ существует непрерывный набор волновых векторов $\mathbf{K}_\alpha$ с модулем $|\mathbf{K}_\alpha| = |\mathbf{K}| = \mathrm{const}$. При уменьшении длины взаимодействия L угол α_0 становится достаточно большим. Поэтому при рассмотрении дифракции Р–Н, когда L мало, следует иметь в виду наличие волновых векторов звука, у которых $K_x \neq 0$. Отметим, что расхождение звука (а в ряде случаев и света) обычно учитывается при описании реальных характеристик акустооптических приборов, использующих дифракцию Брэгга (см., например, [6, с. 338]). Неучет этого явления при рассмотрении дифракции Р–Н связан, видимо, с тем обстоятельством, что сама дифракция Р–Н в отличие от дифракции Брэгга исключительно редко используется на практике.

4. Если акустооптическое взаимодействие рассматривать с позиций взаимодействия фотонов и фононов, когда закон сохранения импульса выполняется всегда, то дифракцию Р–Н следует рассматривать как взаимодействие падающего фотона с импульсом $\mathbf{k}_0$ с фононом, у которого импульс $\mathbf{K}_1$ (из сектора $\mathbf{K}_\alpha$) имеет составляющую K_x такой величины, чтобы треугольник волновых векторов $\mathbf{k}_0, \mathbf{k}_1, \mathbf{K}_1$ был замкнутым, т. е. чтобы $\mathbf{k}_{+1} = \mathbf{k}_0 + \mathbf{K}_1$, если взаимодействие идет с поглощением фонона, или чтобы $\mathbf{k}_{-1} = \mathbf{k}_0 - \mathbf{K}_1$, если взаимодействие идет с испусканием фонона. Дифракция во 2-й порядок будет происходить, когда $\mathbf{k}_{+2} = \mathbf{k}_1 \pm \mathbf{K}_2$, где $\mathbf{K}_2$ тоже принадлежит к сектору $\mathbf{K}_\alpha$. Если подходящего волнового вектора в секторе $\mathbf{K}_\alpha$ не найдется, то такая дифракция невозможна.

Диаграмма волновых векторов при дифракции Р–Н для случая поглощения фонона (положительные порядки) приведена на рис. 3. Дифракция с рождением фонона будет расположена симметрично в отрицательном направлении оси Z.

Из рис. 3 видно, что при нормальном падении света:

1) дифракция в 1-й порядок возможна лишь при $\alpha_0 > \theta$, где $\sin\theta = \frac{1}{2}\lambda/\Lambda$;

2) угол дифракции в 1-й порядок $\varphi_1 = 2\theta \equiv \varphi$;

3) угол дифракции в m-й порядок $\varphi_m = m\varphi$;

4) угол между волновыми векторами $\mathbf{K}_m$ и $\mathbf{K}_{m+1}$, осуществляющими дифракцию в соседние порядки, равен углу φ.

Исходя из изложенного, следует считать, что критерием существования дифракции Р–Н является условие $\alpha_0 > \varphi$ или эквивалентное ему $\sin\alpha_0 > \sin\varphi$.

При классическом рассмотрении дифракции на ультразвуке также вводится некий параметр $Q = K^2L/2\pi k_0$ (см., например, [3, с. 44]), определяющий ее характер: при $Q \ll 1$ осуществляется дифракция Р–Н, при $Q \gg 1$ – дифракция Брэгга. В [6, с. 332] для этой же цели вводится «критическая» длина взаимодействия $L_c = \Lambda^2/\lambda$. Если длина взаимодействия $L \ll L_c$, то имеет место дифракция Р–Н, если $L \gg L_c$, то дифракция Брэгга.

Легко увидеть, что оба эти критерия совпадают с приведенным выше ($\alpha_0 > \varphi$ или $\sin\alpha_0 > \sin\varphi$), вытекающим из закона сохранения импульса и

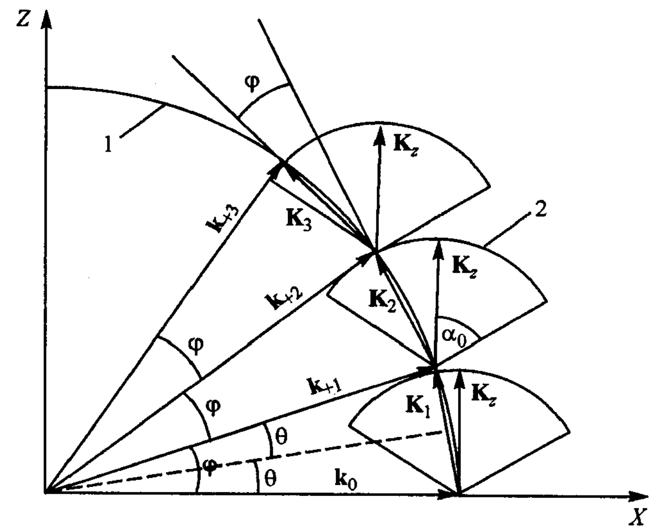

Рис. 3. Диаграмма волновых векторов света и звука при дифракции Р–Н: 1 – геометрическое место концов волновых векторов света, 2 – сектор волновых векторов звука

имеющим наглядный физический смысл. Действительно,

$$Q = K^2 L/2\pi k_0 = \lambda L/\Lambda^2 = (\lambda/\Lambda):(\Lambda/L) \approx \sin\varphi/\sin\alpha_0,$$

$$L_c = \Lambda^2/\lambda, \ \text{т.е.}\ Q_c = \lambda L_c/\Lambda^2 = 1.$$

Отметим, что подобный подход упоминается в работе [2].

5. Разница между углами ψ и φ весьма невелика. Именно

$$\sin\varphi = \sin 2\theta = 2\sin\theta\sqrt{1-\sin^2\theta},$$

$$\sin\varphi \cong (1 - 0{,}125K^2/k_0^2)\sin\psi.$$

Отсюда видно, что $\sin\varphi$ незначительно отличается от $\sin\psi$. Разница между ними растет с увеличением порядка дифракции, но даже для 3-го порядка она остается ничтожно малой. Тем не менее различие в определении угла дифракции (при дифракции Р–Н) $\sin\psi_m = m\sin\psi$ или $\varphi_m = m\varphi$ носит принципиальный характер, поскольку оно возникает из-за различия в начальных физических предпосылках.

6. Рассмотрим теперь дифракцию Брэгга. Она имеет место, когда $Q \gg 1$, т. е. когда $L \gg \Lambda$. При этом $\sin\alpha_0 = \Lambda/L \ll 1$ и расходимостью звука можно пренебречь. Таким образом, будем считать, что в этом случае волновой вектор звука $\mathbf{K} \equiv \mathbf{K}_z$. На рис. 4 представлена соответствующая диаграмма волновых векторов. Видно, что при нормальном падении света на звуковой пучок ($\vartheta = 0$) дифракция невозможна: закон сохранения импульса можно удовлетворить лишь в том случае, если свет падает на звуковой пучок под углом $\vartheta = \theta$, где θ – угол Брэгга. Из диаграммы видно, что

$$\sin\theta = \frac{1}{2}|\mathbf{K}_z|/|\mathbf{k}_0| = \frac{1}{2}\lambda/\Lambda.$$

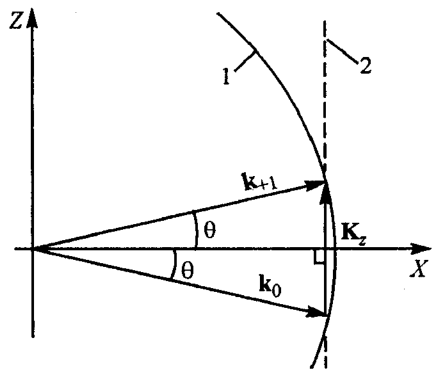

Рис. 4. Диаграмма волновых векторов света и звука при дифракции Брэгга: 1 – геометрическое место концов волновых векторов света, 2 – геометрическое место волновых векторов звука

Угол дифракции $\varphi = 2\theta$. Из рис. 4 также следует, что при дифракции Брэгга возможен лишь один порядок дифракции (на рис. 4 изображен +1-й порядок).

Такова картина дифракции Брэгга в идеальном случае. Однако если принять во внимание, что в действительности как звуковой пучок, так и падающий свет немного расходятся, то описанная выше картина дифракции несколько «размазывается».

Заключение. Все изложенное выше достаточно хорошо известно. Тем не менее нигде в литературе, за исключением [3], не встречалось указание, что использование модели плоских звуковых волн при рассмотрении дифракции Р–Н ведет к нарушению закона сохранения импульса. Кроме того, использование модели плоских волн приводит одновременно и к неверному определению углов дифракции. В то же время учет расходимости звука (узкий звуковой пучок, т. е. L сравнима с Λ) обеспечивает выполнение закона сохранения импульса и позволяет найти истинное угловое распределение дифракционных максимумов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Chang I. C.** Acoustooptic devices and applications // IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics. 1976. **SU-23**, N 1. P. 1.
2. **Гуляев Ю. В., Проклов В. В., Шкердин Н. Г.** Дифракция света на звуке в твердых телах // УФН. 1978. **124**, № 1. С. 61.
3. **Балакший В. И., Парыгин В. Н., Чирков Л. Е.** Физические основы акустооптики. М.: Радио и связь, 1985.
4. **Борн М., Вольф Э.** Основы оптики. М.: Наука, 1970.
5. **Мустель Е. Р., Парыгин В. Н.** Методы модуляции и сканирования света. М.: Наука, 1970.
6. **Дьелесан Э., Руайе Д.** Упругие волны в твердых телах. М.: Наука, 1982.
7. **Дамон Р., Мэлони В., Мак-Магон Д.** Взаимодействие света с ультразвуком: Явление и его применения // Физическая акустика /Под ред. У. Мэзона. М.: Мир, 1974. Т. 7. С. 311.

Институт физики полупроводников СО РАН,
E-mail: bogd@isp.nsc.ru

Поступила в редакцию
13 февраля 2004 г.