

В. П. Ющенко

(Новосибирск)

КРУГОВОЙ АПЕРТУРНЫЙ СИНТЕЗ ДЛЯ ТОМОГРАФИИ

Рассмотрен процесс синтеза апертуры по круговой траектории для когерентной томографии. Томографируемый объект подсвечивается непрерывным монохроматическим излучением, а синтез сводится к свертке траекторного доплеровского сигнала, отраженного от томографируемого объекта с набором опорных траекторных доплеровских сигналов.

Введение. Одна из попыток применить круговой апертурный синтез для томографии описана в работе [1]. Суть представленного в ней метода состоит в том, что для синтезирования апертуры антенны предлагается поворачивать томографируемый объект, облучая его неподвижной антенной, и рассеянное им поле предлагается регистрировать той же антенной. При этом регистрируется амплитуда отраженного сигнала, его фазовый сдвиг относительно зондирующего сигнала и угол поворота объекта. Такая регистрация приводит к тому, что сбор данных при томографировании и их обработка ведутся в спектральной области. Регистрацию данных в пространственной области можно сделать гораздо быстрее и проще, чем в спектральной. Для этого достаточно зарегистрировать траекторный доплеровский сигнал при движении по круговой траектории и воспользоваться для его обработки приемами линейного апертурного синтеза.

Математическое обоснование предлагаемого метода и сопоставление результатов. Предлагаемый метод реконструкции картины сечения объекта назовем методом взаимной корреляции зарегистрированной проекции с опорными проекциями от одноточечных объектов. Этот метод синтеза апертуры по существу является распространением известного способа синтеза линейной апертуры на круговую апертуру. Возьмем линию, на которую будем проектировать отраженное излучение от точек объекта, в виде окружности с радиусом R_0 . Точка i объекта в виде плотности отражения g_i задается полярными координатами (δ_i, φ_i) . Локатор с изотропной диаграммой направленности антенны движется по круговой траектории и регистрирует проекционные данные в виде суммарных сигналов от совокупности точек объекта, амплитуда каждого из них равна соответствующему коэффициенту отражения. Вначале предположим, что проекции регистрируются непрерывно во времени. Если потребуется перейти к дискретным отсчетам проекции на круговой траектории, то будем проецировать на круговую траекторию отражающие точки объекта в виде плотности отражения g , через равные угло-

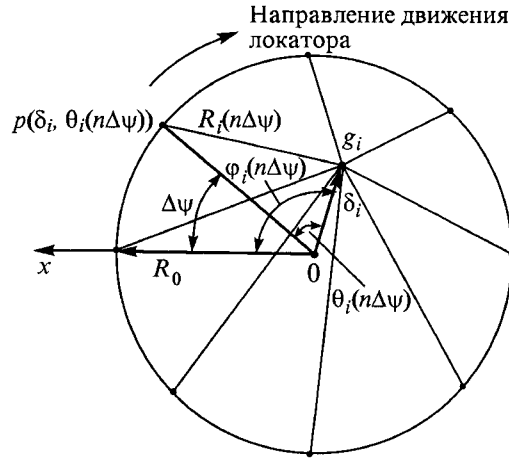


Рис. 1. Отсчеты проекции плотности отражения одноточечного объекта на круговой линии с равномерным шагом

вые промежутки $\Delta\psi = 2\pi/N$, как показано на рис. 1, т. е. отсчеты проекции в дискретном варианте $p(n\Delta\psi) = p(\delta_i, \theta_i(n\Delta\psi))$ берутся равномерно по дуге окружности.

Представим рассеивающую способность объекта суммой из I отражающих точек и запишем их проекции на круговую траекторию как функцию времени:

$$p(t) = \sum_{i=1}^I p_i(\delta_i, \theta_i(t)) = \sum_{i=1}^I g_i \exp \left[-j \frac{4\pi}{\lambda} \sqrt{R_0^2 + \delta_i^2 - 2R_0\delta_i \cos \theta_i(t)} \right]. \quad (1)$$

Выражение под корнем следует из геометрии рис. 1 и является текущим расстоянием $R_i(t)$ или $R_i(n\Delta\psi)$ для дискретных отсчетов, т. е. расстоянием от i -й отражающей точки до локатора, находящегося на круговой траектории.

Запишем опорную проекцию на круговую траекторию любой точки с единичной плотностью отражения:

$$p_{\text{оп}}(\delta, \theta(t)) = \exp \left[-j \frac{4\pi}{\lambda} \sqrt{R_0^2 + \delta^2 - 2R_0\delta \cos \theta(t)} \right]. \quad (2)$$

Взаимно корреляционную функцию между опорной проекцией (2) и проекцией объекта (1) можно записать как

$$\begin{aligned} B(\delta', \theta') &= \iint \sum_{i=1}^N p(\delta_i, \theta_i) p_{\text{оп}}^*(\delta - \delta', \theta - \theta') d\delta d\theta = \\ &= \iint \sum_{i=1}^N g_i \exp \left[-j \frac{4\pi}{\lambda} (\sqrt{R_0^2 + \delta_i^2 - 2R_0\delta_i \cos \theta_i} - \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{R_0^2 + (\delta - \delta')^2 - 2R_0(\delta - \delta') \cos(\theta - \theta')} \right) \right] d\delta d\theta. \end{aligned} \quad (3)$$

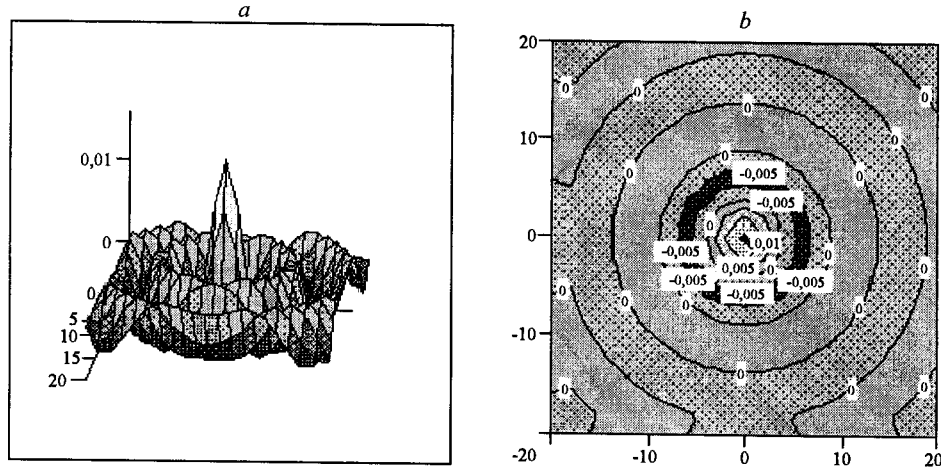


Рис. 2. Передаточная функция точки (расположенной в начале координат), построенная по формуле (4), (а) и ее вид сверху (b)

В выражении (3) время опущено. В данном случае сдвиг по времени приводит к сдвигу по углу θ . Поэтому можно считать, что θ' соответствует сдвинутому по времени значению угла θ .

Рассмотрим частный случай применения формулы (3), когда томографируется точечный объект, расположенный в начале координат. В этом случае $i=1$, $\delta_1 = 0$ и взаимно корреляционная функция (3) примет вид

$$B(\delta', \theta') = g_1 \int_{\delta} \int_{\theta} \exp \left[-j \frac{4\pi}{\lambda} (\sqrt{R_0^2 - \delta'^2} - \sqrt{R_0^2 + \delta'^2} + 2R_0\delta' \cos(\theta - \theta')) \right] d\delta d\theta. \quad (4)$$

Полученная функция несколько отличается от бesselевой, однако принадлежит к этому классу функций.

Передаточная функция точки (расположенной в начале координат), полученная методом взаимной корреляции кругового траекторного сигнала с опорными проекциями представлена на рис. 2, а, b ($R_0 = 10\lambda$, $\lambda = 0,0013$ м, габариты рисунка 4λ).

Если отсчет разрешающей способности вести по минимуму главного лепестка, то диаметр образованного главным максимумом кольца составит $\lambda/3,7$. Сечение пика передаточной функции по уровню 0,7 от максимума образует кольцо диаметром $\sim 0,2\lambda$, что совпадает с результатами [1]. Если далее не учитывать радиальное затухание, как в работе [2], то траекторный сигнал $s(i)$ от одной точки можно рассчитать по формуле

$$s(i) = g_1 \cos \varphi(i), \quad (5)$$

где g_1 — коэффициент отражения точечного объекта.

Правильнее все же следует учитывать радиальное затухание, которое будет изменяться обратно пропорционально второй степени $R(i)$:

$$s(i) = (g_1 / R^2(i)) \cos \varphi(i), \quad (6)$$

где $\varphi(i) = \frac{4\pi R(i)}{\lambda}$; λ – длина волны.

В случае большого количества точек отраженный от них сигнал $s_{\Sigma}(i)$ в соответствии с принципом суперпозиции можно рассчитать по формуле

$$s_{\Sigma}(i) = \sum_M s_m(i), \quad (7)$$

где M – общее число томографируемых точек; m – порядковый номер томографируемой точки; s_m – траекторный доплеровский сигнал, отраженный от m -й точки и рассчитанный по формуле (5) или (6).

Теперь вернемся к выражению (3), определяющему первый этап обработки получаемого сигнала. Чтобы упростить вычисление взаимной корреляционной функции, предлагается использовать стандартные программы быстрого фурье-преобразования. В этих целях, используя теорему о спектре свертки [2], преобразуем выражение (3) к виду

$$B_k(i_1) = \sum_{i=0}^{2N-1} s(i) s_k(i_1 - i) = \sum_{n=0}^{2N-1} S(n) K_k^*(n) \exp\left(j \frac{2\pi}{2N} i_1 n\right), \quad (8)$$

где $i_1 = 0, 1, 2, \dots, 2N - 1$;

$$S(n) = \sum_{i=0}^{2N-1} s(i) \exp\left(-j \frac{2\pi}{2N} in\right); \quad (9)$$

$$K_k(n) = \sum_{i=0}^{2N-1} s_k(i) \exp\left(-j \frac{2\pi}{2N} in\right), \quad (10)$$

$$\begin{cases} s(i) = s(i) & \text{при } i = 0, 1, 2, \dots, N - 1, \\ s(i) = 0 & \text{при } i = N, N + 1, \dots, 2N - 1, \end{cases}$$

$$\begin{cases} s_k(i) = s_k(i) & \text{при } i = 0, 1, 2, \dots, N - 1, \\ s_k(i) = 0 & \text{при } i = N, N + 1, \dots, 2N - 1. \end{cases}$$

Здесь k – заданное число опорных точек, удаленных от центра синтезирования апертуры на расстояние $\delta_k = \Delta\delta k$ ($\Delta\delta$ – шаг по дальности).

В выражениях (8)–(10) приняты следующие обозначения: $S(n)$ – отсчеты спектра сканируемого сигнала (7); $K_k(n)$ – отсчеты частотной характеристики фильтра, настроенного на дальность δ_k ; $s_k(i)$ – отсчеты опорного сигнала, рассчитанные по формуле (5) или (6) для одной точки, удаленной от центра синтезирования апертуры на расстояние δ_k ; i_1 – номера отсчетов взаимно корреляционной функции.

С помощью выражения (8) определяют $2N$ отсчетов взаимно корреляционной функции, в то время как у траекторного сигнала их всего N , а используются для развертки изображения только N четных отсчетов взаимно корреляционной функции.

Таким образом, процесс синтезирования апертуры и построения изображения сводится к многократной свертке траекторного сигнала (7) с опорным сигналом (5) или (6), рассчитанными при различных удалениях от центра δ_k , и развертке N четных отсчетов взаимно корреляционной функции, перекодированных в тоновые или цветовые пиксели, в декартовых координатах. Каждый отсчет взаимно корреляционной функции соответствует полярным координатам δ_k и $\psi_{k,i}$. Для перехода от полярной к декартовой сетке координат используются формулы

$$x_{k,i} = \delta_k \cos \psi_{k,i}, \quad y_{k,i} = \delta_k \sin \psi_{k,i}.$$

При дискретных отсчетах эта процедура позволяет с некоторой погрешностью перейти от полярной сетки координат к декартовой. Смоделированное по вышеизложенному алгоритму и развернутое изображение представлено на рис. 3, *a*, *b*. Рис. 3, *a* отображает томограмму одноточечного объекта, полученную в результате кругового апертурного синтеза точки, удаленной на $5,6\lambda$ (во всех модельных экспериментах длина волны задавалась равной $1,3 \text{ мм}$) от центра синтезирования апертуры при радиусе $R_0 = 12,67\lambda$ без учета радиального затухания (5). На рис. 3, *b* приведена томограмма той же точки при тех же условиях, но с учетом радиального затухания в соответствии с формулой (6). При учете радиального затухания в программе расчета была предусмотрена так называемая система автоматической регулировки усиления, которая после корреляционной обработки увеличивала или уменьшала амплитуду откликов в соответствии с удаленностью точки от траектории синтезирования апертуры.

Сравнивая рис. 3, *a* и *b* можно видеть, как при учете радиального затухания передаточная функция точки в сечении горизонтальной плоскостью приобретает вид восьмерки, которая характерна для линейного апертурного синтеза [3]. Этот результат очевиден, так как для точки, удаленной от центра и приближенной к траектории, при учете радиального затухания эффективное синтезирование апертуры происходит лишь на отрезке дуги окружности, приближенной к точке, которую можно интерпретировать как отрезок прямой траектории.

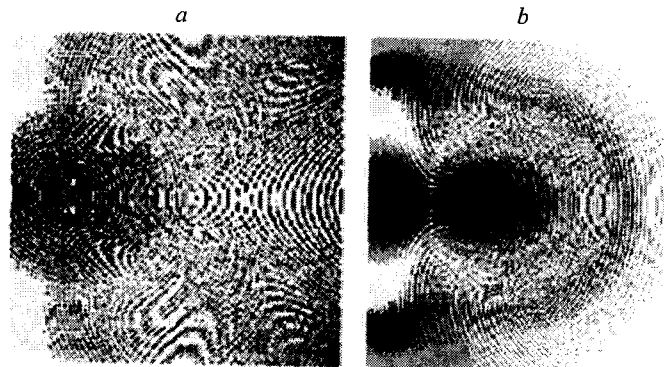


Рис. 3. Результат томографирования одноточечного объекта, удаленного от центра с помощью круговой апертуры. Размер каждой томограммы составляет $2R_0 = 25,2\lambda$

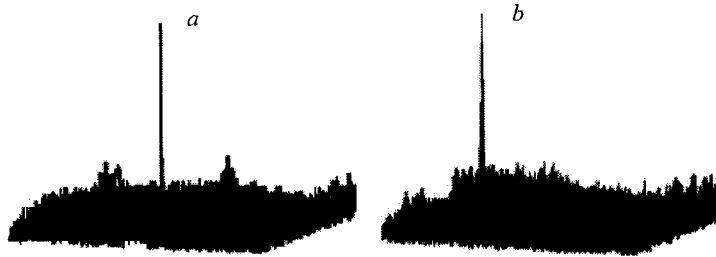


Рис. 4. Передаточная функция точки при круговом апертурном синтезе без учета радиального затухания: *a* – томографируемая точка смещена от центра синтезирования апертуры на $1,6\lambda$ при 256-ти отсчетах траекторного сигнала по кругу; *b* – томографируемая точка смещена от центра синтезирования апертуры на 20λ при тех же отсчетах

Обсуждение результатов моделирования. Для примера возьмем точку, удаленную от центра синтезирования апертуры на $1,6\lambda$, при радиусе синтезирования апертуры $50,6\lambda$. На рис. 4, *a* представлена передаточная функция этой точки без учета радиального затухания, а на рис. 5, *a* показана ее томограмма, т. е. вид сверху с перекодированной в тоновые пиксели амплитудой. Примечательным является тот факт, что для точки, расположенной близко к центру синтезирования апертуры и дающей траекторный сигнал с узким доплеровским спектром, передаточная функция похожа на δ -импульс (см. рис. 4, *a*). Отсюда следует, что круговая апертура дает одинаковое разрешение внутри круговой области для всех точек независимо от их удаления от центра синтезирования апертуры, т. е. дает одинаковую фокусирующую способность по всем областям внутри круга. В этом можно убедиться, сравнивая передаточную функцию точки, расположенной близко к центру, на рис. 4, *a* с передаточной функцией точки, удаленной от центра синтезирования апертуры, на рис. 4, *b*.

Проблемой являются концентрические круги на некотором удалении от пика передаточной функции точки, следующие с завидной периодичностью.

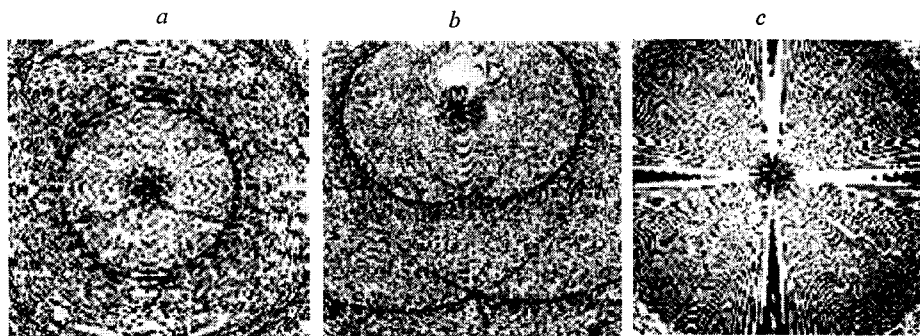


Рис. 5. Результаты кругового апертурного синтеза односточечного объекта без учета радиального затухания: *a* – точка удалена от центра синтезирования апертуры на $1,6\lambda$ при 256-ти отсчетах траекторного сигнала по кругу; *b* – точка удалена от центра синтезирования апертуры на 20λ при тех же отсчетах; *c* – точка удалена от центра синтезирования апертуры на $1,6\lambda$ при 512-ти отсчетах траекторного сигнала по кругу. Габаритный размер каждой томограммы составляет $2R_0 = 101,2\lambda$

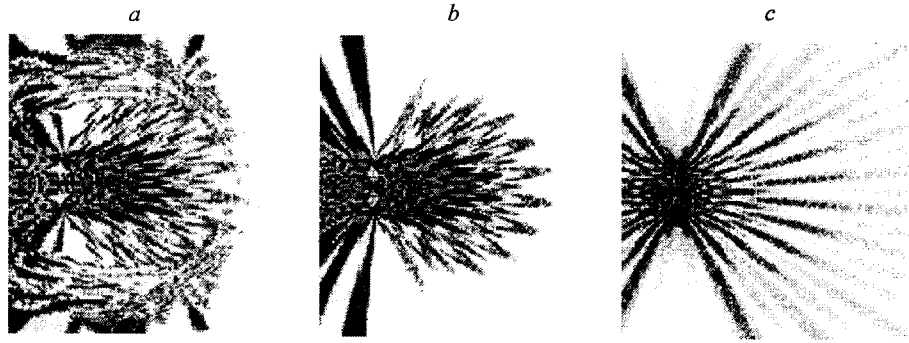


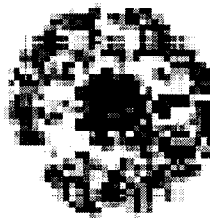
Рис. 6. Томограммы трехточечного объекта, удаленного от центра синтезирования апертуры приблизительно на 11λ , при радиусе синтезирования круговой апертуры 25λ : *a* – при томографии учтено радиальное затухание и взято по кругу 256 отсчетов траекторного доплеровского сигнала; *b* – при томографии учтено радиальное затухание и взято по кругу 512 отсчетов траекторного доплеровского сигнала; *c* – при томографии не учтено радиальное затухание и взято по кругу 512 отсчетов траекторного доплеровского сигнала. Габаритный размер каждой томограммы составляет $2R_0 = 50\lambda$

Кроме того, круги раздваиваются при удалении томографируемой точки от центра синтезирования апертуры (см. рис. 5, *b*).

При увеличении числа отсчетов траекторного сигнала по кругу в 2 раза во столько же раз увеличиваются радиусы этих кругов (см. рис. 5, *a, c*). Появление концентрических кругов объясняется тем, что у опорного сигнала быстро растет ширина спектра по мере удаления опорной точки от центра синтезирования апертуры до таких пределов, что после дискретизации имеет место перехлест периодически повторяющихся компонентов спектра. Для устранения перехлеста спектра необходимо скорректировать частоту отсчетов опорного и анализируемого сигналов в соответствии с теоремой Котельникова или ограничить спектр до дискретизации, введя функцию окна в частотной области. После такой корректировки (т. е. после удвоения числа отсчетов) радиус кругов удваивается и круги покидают поле томограммы. В этом можно убедиться, сравнивая рис. 6, *a* и *b* или рис. 5, *a* и *b*. Раздвоение кругов при удалении томографируемой точки от центра синтезирования апертуры связано с неточностью совмещения полярной и декартовой координатных сеток при переходе к дискретным отсчетам рассматриваемых функций. Это раздвоение можно назвать погрешностями интерполяции декартовых отсчетов по полярным отсчетам реконструируемой функции.

Следует также обратить внимание на то, что при учете радиального затухания для удаленных от центра синтезирования апертуры многоточечных объектов (см. рис. 6, *a, b*) обнаруживаются интерференционные явления, т. е. точки на томограммах отображаются вместе со своими диаграммами обратного рассеяния. Чтобы подчеркнуть это явление, преобразование амплитуды корреляционной функции в тоновые символы производилось в диапазоне амплитуд от максимума до нуля. Если обрезать пьедестал передаточной функции точки, т. е. интервал кодирования амплитуды передаточной функции в тоновые цвета взять от U_{\max} до $0,1U_{\max}$, то томограмма точки будет более узнаваемой (рис. 7).

Рис. 7. Проекция передаточной функции точки с обрезанным пьедесталом по уровню $0, IU_{\max}$. Точка удалена от центра синтезированной апертуры на 11λ при радиусе синтезирования 25λ и 512-ти отсчетах траекторного сигнала по кругу



На рис. 6, *b* диаметр кругов, охватывающих три точки, увеличился в 2 раза по сравнению с кругами рис. 6, *a*, и круги ушли за границы рисунка. Результат томографии трех точек (рис. 6, *c*) без учета радиального затухания амплитуды траекторного сигнала при 512-ти отсчетах по кругу также не имеет мешающих кругов. Однако интерференционные явления остаются, но проявляются слабее, чем при учете радиального затухания амплитуды траекторного сигнала (см. рис. 6, *b*).

Заключение. Представленные результаты позволяют сделать следующие обобщения.

Круговой апертурный синтез методом корреляционной обработки траекторного сигнала дает результаты, не противоречащие результатам томографии с регистрацией значений спектра на кольце по методу Д. Менсы [1], и дает высокое одинаковое разрешение для центральной части томографируемого объекта.

При учете радиального затухания круговой апертурный синтез приобретает свойства прямолинейного, для которого характерно ухудшение разрешающей способности в радиальном направлении и более яркое проявление интерференционных помех.

При круговой апертуре быстро растет ширина спектра траекторного сигнала по мере удаления томографируемых точек от центра апертуры, что требует для сохранения разрешающей способности большего числа отсчетов траекторного сигнала при томографировании крупных объектов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Менса Д. Л., Халеви Ш., Уэйд Г. Применение методов когерентной доплеровской томографии для получения изображения на СВЧ // ТИИЭР. 1983. 71, № 2. С. 76.
2. Харкевич А. А. Спектры и анализ. М.: Физматгиз, 1962.
3. Ющенко В. П. Доплеровское сканирование структуры объекта с помощью синтезированной апертуры // Приборы и техника эксперимента. 2001. № 2. С. 41.

Новосибирский государственный
технический университет,
E-mail: wolk-larsen@mail.ru

Поступила в редакцию
15 февраля 2002 г.