

2002, том 38, № 5

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 004.9 : 582.721.21/.22

В. С. Киричук, В. П. Косых

(Новосибирск)

ТОЧНОСТЬ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЛЬЕФА ПО ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ПЕРСПЕКТИВНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ*

Исследована точность восстановления пространственной структуры видимой поверхности сцены по серии ее изображений, сформированных движущейся калиброванной перспективной камерой с малым углом зрения. Для камеры, движущейся по круговой орбите, получен аналитический вид зависимости ковариационной матрицы ошибок реконструкции от геометрических параметров орбиты и режима регистрации. Приведены результаты вычислительного эксперимента, подтверждающие возможность получения высокой точности восстановления.

Введение. Задача восстановления трехмерной структуры и оценивания параметров движения элементов сцены по нескольким ее изображениям привлекает в последние годы внимание большого числа специалистов в области компьютерного зрения. Это внимание обусловлено широким диапазоном возможных приложений. Классическим примером является фотограмметрия. Сравнительно новые задачи связаны с развитием робототехнических систем зрения и навигации. Реализация длительного наблюдения за поверхностью Земли и приземным слоем атмосферы с космических летательных аппаратов позволяет исследовать пространственно-временную эволюцию наземных и атмосферных образований.

Обычно предполагается, что изображения сцены регистрируются одной движущейся или несколькими неподвижными камерами. Если все элементы сцены жестко связаны между собой, то в наиболее общей постановке задача состоит в определении положения, ориентации и внутренних параметров камер в моменты съемки (калибровка системы регистрации) и оценивании

* Работа частично поддержана Федеральной целевой научно-технической программой «Исследования и разработки по приоритетным направлениям науки и техники на 2002–2006 годы» (проект № 37.011.11.0014).

трехмерных координат видимой поверхности сцены (восстановление структуры сцены). Традиционный подход к ее решению состоит в последовательном выполнении сначала калибровки, а затем реконструкции сцены. В этом случае каждая из задач имеет сравнительно малую размерность (калибровка состоит в последовательном оценивании от 5 до 11 параметров на каждую камеру, восстановление структуры – в последовательном вычислении тройки координат на каждую восстанавливаемую точку поверхности). Кроме того, калибровка как процедура определения положения системы наблюдения представляет самостоятельную ценность для навигационных робототехнических систем. Разработке методов калибровки при наблюдении жесткой сцены двумя, тремя и более камерами посвящено много исследований [1–4], детально различные аспекты калибровки освещены в трудах сотрудников INRIA [5–7].

В то же время, несмотря на достаточно высокую вычислительную сложность одновременного оценивания геометрии съемки и восстановления структуры сцены, в последние годы появился ряд работ, посвященных как общему анализу подходов к решению этой задачи, так и реализации вычислительных алгоритмов и исследованию их устойчивости к изменению условий съемки [8–10].

Значительно меньшее место в современных исследованиях занимает восстановление структуры сцены по последовательности изображений, полученных калиброванными камерами при известной (или предварительно оцененной) геометрии наблюдения. Эта задача достаточно просто решается любым из известных методов статистического оценивания параметров и поэтому не представляет особого интереса для теоретического анализа. Однако с практической точки зрения интересным может оказаться исследование устойчивости результатов реконструкции по отношению к выбору геометрии наблюдения. Одним из практических применений аналитических оценок точности реконструкции является планирование процесса регистрации земной поверхности и приземного слоя атмосферы космическими летательными аппаратами с целью восстановления пространственной структуры на-

блюдаемых объектов. Данная работа посвящена анализу ошибок реконструкции структуры сцены по последовательности изображений, полученных перспективной камерой с известными внутренними параметрами, движущейся по круговой орбите.

Модель системы регистрации. неподвижная точка сцены, заданная относительно некоторой (рабочей) ортогональной системы координат $OXYZ$ вектором $\mathbf{M} = (X, Y, C)^T$, наблюдается движущейся камерой (рис. 1).

В момент времени t_n положение оптического центра C_n камеры в этой системе координат задается вектором трансляции \mathbf{t}_n , а ее ориентация – ортогональной матри-

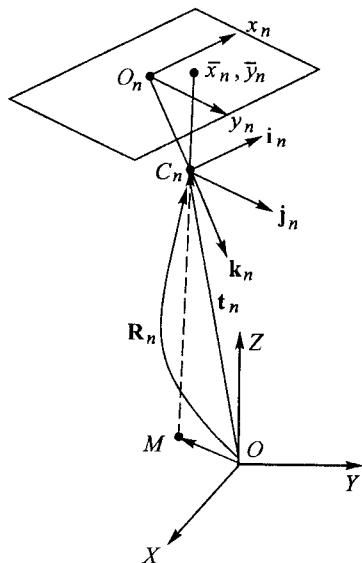


Рис. 1. Схема формирования изображения сцены

цей $\mathbf{R}_n^T = [\mathbf{i}_n, \mathbf{j}_n, \mathbf{k}_n]$, столбцы которой \mathbf{i}_n , \mathbf{j}_n и \mathbf{k}_n определяют внутреннюю ортогональную систему координат камеры. Оптическая ось камеры направлена вдоль вектора \mathbf{k}_n , а плоскость изображения параллельна плоскости, образованной векторами \mathbf{i}_n и \mathbf{j}_n . Расстояние от оптического центра камеры до

$$\bar{y}_n = \frac{f}{w} \frac{\mathbf{j}_n^T (\mathbf{M} - \mathbf{t}_n)}{\mathbf{k}_n^T (\mathbf{M} - \mathbf{t}_n)}. \quad (1)$$

Здесь истинные координаты \bar{x}_n , \bar{y}_n измеряются в собственной шкале фотоприемника камеры (например, в пикселах). Масштабный множитель w задает размер пиксела.

Измеренные координаты отличаются от истинных случайными ошибками:

$$x_n = \bar{x}_n + \xi_n, \quad y_n = \bar{y}_n + \eta_n.$$

Будем считать, что ошибки измерений независимы и подчиняются нормальному распределению с нулевым средним:

$$\xi_n \in N(0, \sigma^2), \quad \eta_n \in N(0, \sigma^2).$$

При этих условиях оценивание пространственных координат точки \mathbf{M} посредством метода максимального правдоподобия (ММП) сводится к решению относительно \mathbf{M} системы нелинейных уравнений

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{M}} \sum_{n=1}^N [(x_n - \bar{x}_n)^2 + (y_n - \bar{y}_n)^2] = 0,$$

которая после подстановки в нее соотношений (1) приводится к виду

$$\begin{aligned} & \sum_n \left\{ \frac{x_n \mathbf{i}_n + y_n \mathbf{j}_n}{\mathbf{k}_n^T (\mathbf{M} - \mathbf{t}_n)} - \frac{x_n \mathbf{i}_n^T (\mathbf{M} - \mathbf{t}_n) \mathbf{k}_n + y_n \mathbf{j}_n^T (\mathbf{M} - \mathbf{t}_n) \mathbf{k}_n}{[\mathbf{k}_n^T (\mathbf{M} - \mathbf{t}_n)]^2} \right\} - \\ & - \frac{f}{w} \sum_n \left\{ \frac{\mathbf{i}_n^T (\mathbf{M} - \mathbf{t}_n) \mathbf{i}_n + \mathbf{j}_n^T (\mathbf{M} - \mathbf{t}_n) \mathbf{j}_n}{[\mathbf{k}_n^T (\mathbf{M} - \mathbf{t}_n)]^2} - \right. \\ & \left. - \frac{[\mathbf{i}_n^T (\mathbf{M} - \mathbf{t}_n)]^2 \mathbf{k}_n + [\mathbf{j}_n^T (\mathbf{M} - \mathbf{t}_n)]^2 \mathbf{k}_n}{[\mathbf{k}_n^T (\mathbf{M} - \mathbf{t}_n)]^3} \right\} = 0. \quad (2) \end{aligned}$$

Решение можно получить, например, итерационным способом, линеаризовав (2) по \mathbf{M} . Экспериментально проверено, что итерационная процедура

сходится довольно быстро. В частности, для камеры с углом зрения $1,5^\circ$ решение может быть получено за 4–5 итераций.

Ковариационная матрица оценок координат сцены. Точность полученных оценок характеризуется их ковариационной матрицей. Для вычисления ковариационной матрицы предположим, что:

1) оптическая ось камеры в процессе съемки направлена в фиксированную точку, расположенную вблизи центра наблюдаемой сцены;

2) расстояние от камеры до сцены значительно больше, чем размеры сцены.

Для упрощения дальнейших вычислений поместим начало рабочей системы координат в точку фиксации оптической оси. Из первого условия следует, что векторы \mathbf{k}_n и \mathbf{t}_n коллинеарны и $\mathbf{i}_n^T \mathbf{t}_n = \mathbf{j}_n^T \mathbf{t}_n = 0$ (в силу ортогональности матрицы \mathbf{R}_n). Второе условие соответствует съемке камерой с малым углом зрения, когда

$$\frac{w}{f} x_n \ll 1, \quad \frac{w}{f} y_n \ll 1, \quad \left| \frac{\mathbf{k}_n^T \mathbf{M}}{\mathbf{k}_n^T \mathbf{t}_n} \right| \ll 1. \quad (3)$$

Заметим, что для камеры с малым углом зрения отношение $\gamma = \frac{w}{f}$ равно угловому размеру пиксела, т. е. углу, под которым пиксел виден из оптического центра камеры.

Последнее соотношение из (3) означает, что допустимы приближения

$$\begin{aligned} [\mathbf{k}_n^T (\mathbf{M} - \mathbf{t}_n)]^{-1} &\approx -(\mathbf{k}_n^T \mathbf{t}_n)^{-1} \left(1 + \frac{\mathbf{k}_n^T \mathbf{M}}{\mathbf{k}_n^T \mathbf{t}_n} \right), \\ [\mathbf{k}_n^T (\mathbf{M} - \mathbf{t}_n)]^{-2} &\approx (\mathbf{k}_n^T \mathbf{t}_n)^{-2} \left(1 + 2 \frac{\mathbf{k}_n^T \mathbf{M}}{\mathbf{k}_n^T \mathbf{t}_n} \right). \end{aligned}$$

Учитывая это и пренебрегая в (2) членами порядка выше $\frac{|\mathbf{M}|}{|\mathbf{t}_n|}$, получим

$$\begin{aligned} \sum_n \left[\frac{\mathbf{i}_n \mathbf{i}_n^T + \mathbf{j}_n \mathbf{j}_n^T}{(\mathbf{k}_n^T \mathbf{t}_n)^2} + \gamma x_n \frac{\mathbf{i}_n \mathbf{k}_n^T + \mathbf{k}_n \mathbf{i}_n^T}{(\mathbf{k}_n^T \mathbf{t}_n)^2} + \gamma y_n \frac{\mathbf{j}_n \mathbf{k}_n^T + \mathbf{k}_n \mathbf{j}_n^T}{(\mathbf{k}_n^T \mathbf{t}_n)^2} \right] \mathbf{M} + \\ + \gamma \sum_n \left[\frac{x_n \mathbf{i}_n}{\mathbf{k}_n^T \mathbf{t}_n} + \frac{y_n \mathbf{j}_n}{\mathbf{k}_n^T \mathbf{t}_n} \right] = 0. \quad (4) \end{aligned}$$

Решение системы уравнений (4), дающее оценки трехмерных координат точки M , имеет вид $\hat{\mathbf{M}} = -\tilde{\mathbf{B}}^{-1} \mathbf{v}$. Учитывая малость γx_n и γy_n , в матрице $\tilde{\mathbf{B}}$ можно оставить только первую составляющую выражения в скобках, тогда

$$\tilde{\mathbf{B}} \approx \mathbf{B} = \sum_n \frac{\mathbf{i}_n \mathbf{i}_n^T + \mathbf{j}_n \mathbf{j}_n^T}{(\mathbf{k}_n^T \mathbf{t}_n)^2}.$$

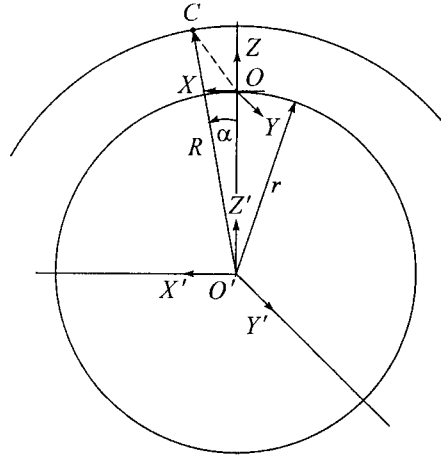


Рис. 2. Схема орбитальной съемки: CO – оптическая ось камеры, r – радиус Земли, R – радиус орбиты спутника, α – угол между радиусом-вектором спутника и осью $O'Z'$ (полярный угол)

В этом приближении матрицу $\mathbf{K} = \sigma^2 \gamma^2 \mathbf{B}^{-1}$ можно считать ковариационной матрицей оценок трехмерных координат точки M .

Из ортогональности матрицы \mathbf{R}_n следует, что $\mathbf{i}_n \mathbf{i}_n^T + \mathbf{j}_n \mathbf{j}_n^T = \mathbf{I} - \mathbf{k}_n \mathbf{k}_n^T$ (\mathbf{I} – единичная матрица размером 3×3). Кроме того, в силу коллинеарности \mathbf{k}_n и \mathbf{t}_n $\mathbf{k}_n = \mathbf{t}_n (\mathbf{t}_n^T \mathbf{t}_n)^{-1/2}$, $(\mathbf{k}_n^T \mathbf{t}_n)^2 = \mathbf{t}_n^T \mathbf{t}_n$. Тогда

$$\mathbf{B} = \sum_n \mathbf{B}_n,$$

где

$$\mathbf{B}_n = \frac{\mathbf{I} - \mathbf{t}_n \mathbf{t}_n^T / \mathbf{t}_n^T \mathbf{t}_n}{\mathbf{t}_n^T \mathbf{t}_n}.$$

Рассмотрим теперь камеру с оптическим центром C , находящуюся на спутнике, движущемся по круговой орбите вокруг Земли. Пусть оптическая ось камеры в процессе наблюдения направлена в одну и ту же точку O , лежащую вблизи поверхности Земли (рис. 2). Зададим сначала правую систему координат с началом O' в центре Земли так, чтобы плоскость $O'X'Z'$ совпадала с плоскостью орбиты, а плоскость $O'Y'Z'$ проходила через точку O .

Получим теперь рабочую систему координат $OXYZ$ параллельным переносом $O'X'Y'Z'$ в точку O . Нетрудно показать, что текущий вектор трансляции \mathbf{t}_n , направленный из O в C , выражается через параметры съемки как

$$\mathbf{t}_n = (R \sin \alpha_n, 0, R \cos \alpha_n - r)^T,$$

где α_n – полярный угол спутника в n -й момент времени. Тогда матрица \mathbf{B} принимает вид

$$\mathbf{B} = \sum_n \mathbf{B}(\alpha_n), \quad (5)$$

где

$$\mathbf{B}(\alpha_n) = \begin{bmatrix} \frac{(R \cos \alpha_n - r)^2}{(R^2 + r^2 - 2Rr \cos \alpha_n)^2} & 0 & \frac{R(R \cos \alpha_n - r)^2 \sin \alpha_n}{(R^2 + r^2 - 2Rr \cos \alpha_n)^2} \\ 0 & \frac{1}{(R^2 + r^2 - 2Rr \cos \alpha_n)} & 0 \\ \frac{R(R \cos \alpha_n - r)^2 \sin \alpha_n}{(R^2 + r^2 - 2Rr \cos \alpha_n)^2} & 0 & \frac{R^2 \sin^2 \alpha_n}{(R^2 + r^2 - 2Rr \cos \alpha_n)^2} \end{bmatrix}.$$

Если регистрация происходит достаточно часто и с постоянным шагом по α , суммирование в (5) можно заменить интегрированием:

$$\mathbf{B} = \sum_n \mathbf{B}(\alpha_n) = \frac{1}{\delta} \sum_n \mathbf{B}(\alpha_n) \delta \approx \frac{1}{\delta} \int_{\alpha_1}^{\alpha_N} \mathbf{B}(\alpha) d\alpha.$$

(Здесь $\delta = (\alpha_N - \alpha_1)/(N - 1)$, а под интегрированием матрицы подразумевается интегрирование ее элементов.)

В этом случае нетрудно получить аналитическое представление элементов матрицы \mathbf{B} :

$$B_{ij} = \frac{1}{r^2 \delta} b_{ij},$$

$$b_{11} = \left[\frac{(3r^2 - R^2)}{2(R^2 - r^2)} \operatorname{arctg} \left(\frac{R+r}{R-r} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right) + \frac{Rr \sin \alpha}{2(r^2 + R^2 - 2Rr \cos \alpha)} + \frac{\alpha}{4} \right] \Bigg|_{\alpha_1}^{\alpha_N},$$

$$b_{22} = \frac{2r^2}{R^2 - r^2} \operatorname{arctg} \left(\frac{R+r}{R-r} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right) \Bigg|_{\alpha_1}^{\alpha_N}, \quad (6)$$

$$b_{33} = \left[\frac{(R^2 + r^2)}{2(R^2 - r^2)} \operatorname{arctg} \left(\frac{R+r}{R-r} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right) - \frac{Rr \sin \alpha}{2(r^2 + R^2 - 2Rr \cos \alpha)} - \frac{\alpha}{4} \right] \Bigg|_{\alpha_1}^{\alpha_N},$$

$$b_{13} = b_{31} = \left[\frac{R^2 - r^2}{4(r^2 + R^2 - 2Rr \cos \alpha)} + \frac{\ln(r^2 + R^2 - 2Rr \cos \alpha)}{4} \right] \Bigg|_{\alpha_1}^{\alpha_N},$$

$$b_{12} = b_{21} = b_{23} = b_{32} = 0.$$

Ковариационная матрица оценок координат соответственно примет вид

$$\mathbf{K} = \sigma^2 \gamma^2 r^2 \delta \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & b_{13} \\ 0 & b_{22} & 0 \\ b_{31} & 0 & b_{33} \end{bmatrix}^{-1} \quad (7)$$

Симметричный относительно сцены диапазон полярных углов. В случае симметричных пределов изменения полярного угла, т. е. при $\alpha_N = -\alpha_1 = \alpha > 0$, матрица \mathbf{B} становится диагональной и ее обращение не вызывает затруднений. Графики зависимости элементов $K_{ii}^{1/2}$, характеризующих среднеквадратичную ошибку (СКО) оценок координат, от диапазона изменения полярного угла приведены на рис. 3. Элементы ковариационной матрицы вычислены для двух орбит: $a - R = 6800$ км, $b - R = 7000$ км. Ошибку вдоль направления полета характеризует элемент $K_{11}^{1/2}$, поперек — $K_{22}^{1/2}$, по высоте — $K_{33}^{1/2}$ (графики $K_{11}^{1/2}$ и $K_{22}^{1/2}$ приведены с десятикратным увеличением).

Оценим значение множителя $\sigma \gamma r$. Для камеры с углом зрения $\sim 1,5^\circ$ и размером фотоприемника $\sim 256 \times 256$ элементов $\gamma \approx 10,5 \cdot 10^{-5}$ (для рассматриваемых орбит это угловое разрешение соответствует примерно 50 м разрешения на сцене). Полагая $r \approx 6,4 \cdot 10^6$ м и СКО оценивания координат на изображениях $\sigma \approx 1$, получим $\sigma \gamma r \approx 6,7 \cdot 10^2$ м. Заметим также, что при частоте съемки, равной 1 кадр/с, для рассматриваемых орбит $\delta \approx 1,2 \cdot 10^{-3}$ рад.

Как следует из графиков, приведенных на рис. 3, такой режим регистрации обеспечивает восстановление координат с ошибкой, не превышающей сотни метров, при диапазоне изменения полярного угла от -1° до 1° .

Следует пояснить, чем обусловлен выбор максимального значения полярного угла на приведенных графиках. Дело в том, что качество отождествления точек на различных изображениях последовательности ухудшается с увеличением угла между оптическими осями камер, формирующих эти изображения (угла конвергенции). Из графиков, приведенных на рис. 4, видно, что полярному углу $\alpha = 7,5^\circ$ соответствуют углы конвергенции β , превы-

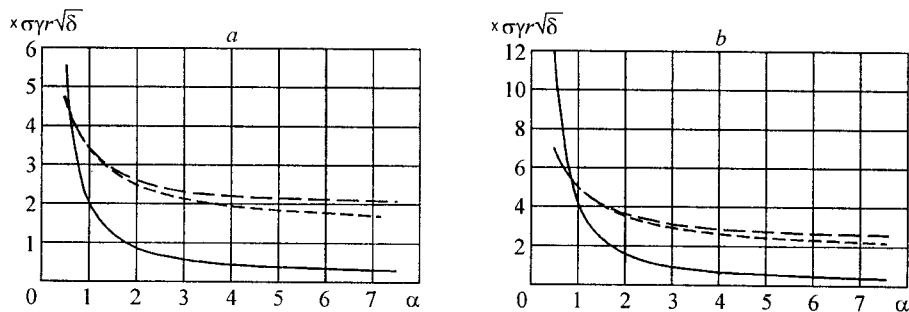


Рис. 3. СКО оценок координат по последовательности изображений: $K_{11}^{1/2}$ — штриховая кривая, $K_{22}^{1/2}$ — пунктирная, $K_{33}^{1/2}$ — сплошная

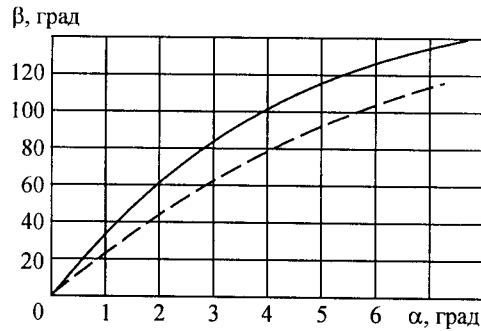


Рис. 4. Зависимость угла конвергенции от полярного угла: $R = 6800$ км (сплошная кривая), $R = 7000$ км (штриховая)

шающие 120° . Эксперименты на реальных и модельных сценах показывают, что при таких углах отождествление становится практически невозможным.

Интересно сравнить точность реконструкции по серии наблюдений с точностью реконструкции по паре наблюдений. Пусть реконструкция выполняется по паре наблюдений, сделанных при α_1 и α_N , причем снова $\alpha_N = -\alpha_1 = \alpha > 0$. В этом случае из (5) нетрудно получить

$$\mathbf{K} = \sigma^2 \gamma^2 r^2 \begin{bmatrix} \frac{2r^2 (R \cos \alpha - r)^2}{(R^2 + r^2 - 2Rr \cos \alpha)^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2r^2}{(R^2 + r^2 - 2Rr \cos \alpha)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2r^2 R^2 \sin^2 \alpha}{(R^2 + r^2 - 2Rr \cos \alpha)^2} \end{bmatrix}^{-1}$$

Графики зависимости СКО оценок координат на рис. 5, а (как и на рис. 3) соответствуют радиусу орбиты $R = 6800$ км, а на рис. 5, б — $R = 7000$ км.

Из графиков поведения $K_{33}^{1/2}$ видно, что для круговой орбиты существуют оптимальные значения полярного угла, для которых ошибка оценивания вы-

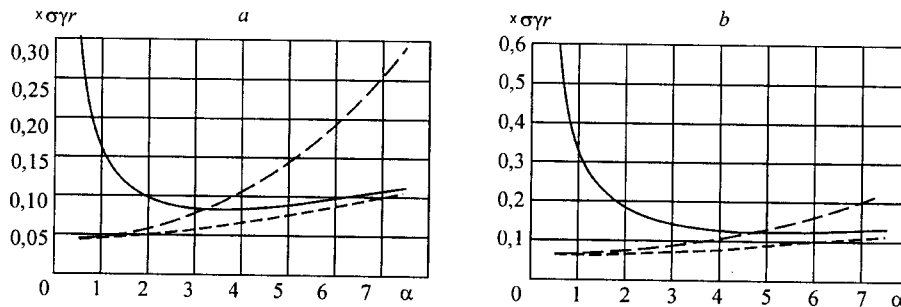


Рис. 5. СКО оценок координат по паре изображений: $K_{11}^{1/2}$ — штриховая кривая, $K_{22}^{1/2}$ — пунктирная, $K_{33}^{1/2}$ — сплошная

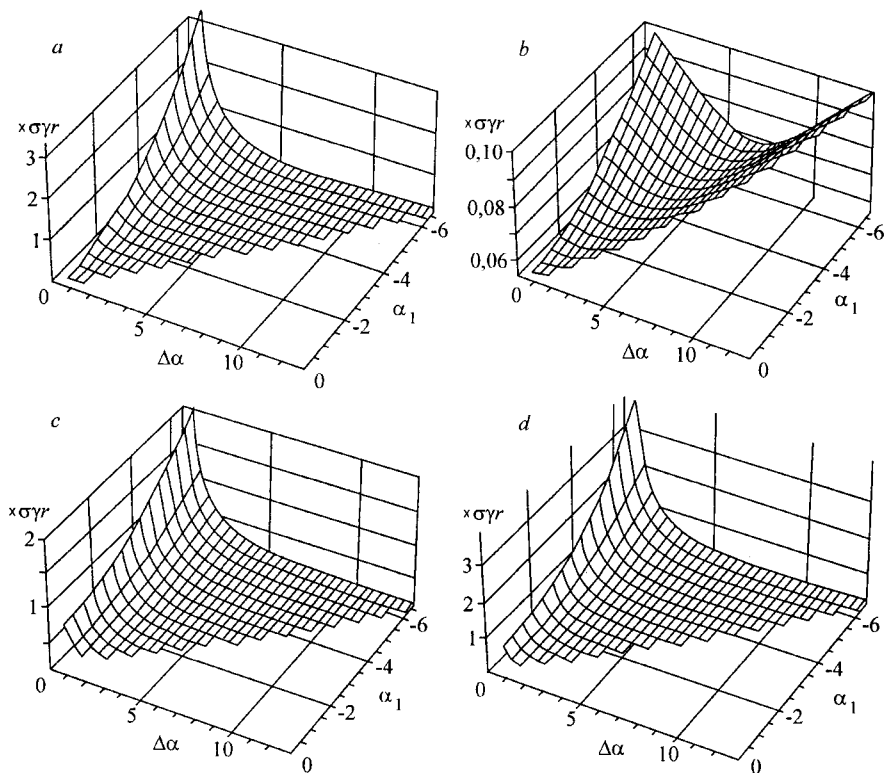


Рис. 6. СКО оценок координат по паре изображений

соты минимальна. Эти значения, как следует из рис. 4, соответствуют углам конвергенции, близким к 90° . Восстановление по последовательности изображений обеспечивает ту же точность при регистрации с частотой 1 кадр/с в диапазоне полярных углов $< 1^\circ$ (см. рис. 3). Этот диапазон соответствует углам конвергенции, не превышающим 40° (см. рис. 4), для которых отождествление точек выполняется значительно надежнее.

Произвольное положение начального и конечного полярных углов.

Приведем графики зависимости ковариационной матрицы (7) от углов, соответствующих началу и концу наблюдений. Здесь представляют интерес два случая. В первом случае наблюдения выполняются дважды: при начальном угле α_1 и при конечном угле α_N . Во втором случае наблюдения выполняются во всем диапазоне углов от α_1 до α_N с постоянным шагом δ . Рис. 6 соответствует первому, а рис. 7 – второму режиму наблюдения. Все графики получены для орбиты с $R = 6900$ км.

Для удобства представления приведена зависимость не от конечного угла α_N , а от угла $\Delta\alpha = \alpha_N - \alpha_1$. Все графики начинаются со значения $\Delta\alpha = 0,6^\circ$. На рис. 6, *a-c* и 7, *a-c* приведены графики $K_{11}^{1/2}$, $K_{22}^{1/2}$ и $K_{33}^{1/2}$ соответственно. Рис. 6, *d* и 7, *d* показывают поведение полной среднеквадратичной ошибки, характеризующей расстояние от восстановленной точки до истинной. Эта ошибка вычисляется как

$$S = (K_{11} + K_{22} + K_{33})^{1/2}.$$

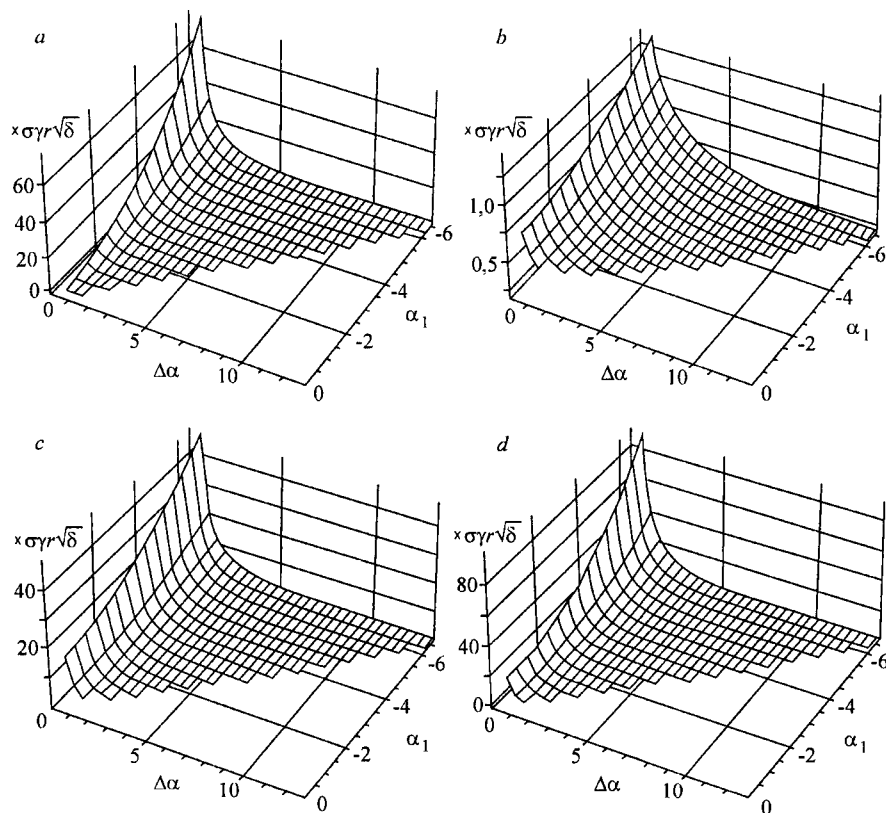


Рис. 7. СКО оценок координат по последовательности изображений

Представленные графики показывают, во-первых, что при фиксированной длине интервала $\Delta\alpha$ ошибки оценивания трехмерных координат меньше в верхней части траектории, чем на ее склонах. Во-вторых, при восстановлении по длинным сериям наблюдений можно достичь весьма высокой точности (среднеквадратичные ошибки оценивания координат лежат в пределах нескольких метров при $\sigma \approx 1$ и частоте съемки 1 кадр/с).

Экспериментальное оценивание трехмерных координат. Полученные аналитические оценки проверены на модели, имитирующей съемку поверхности Земли при радиусе орбиты $R = 6900$ км камерой с углом зрения $1,5^\circ$. Средствами графического пакета PovRay [11] имитировалась текстурированная поверхность, и посредством трассирования лучей формировалась последовательность изображений для разных позиций регистрирующей камеры (рис. 8). Модельная последовательность изображений содержала 272 кадра, соответствующих равномерно разбитому диапазону полярных углов от $\alpha_1 = -6,56^\circ$ до $\alpha_{272} = 4,34^\circ$. Такому режиму регистрации соответствует значение параметра $\delta \approx 7 \cdot 10^{-4}$ рад.

В первом кадре последовательности задавались опорные точки, затем сопряженные им точки отслеживались в остальных кадрах. (Процесс отслеживания подразумевает отождествление на различных изображениях точек, соответствующих одним и тем же точкам сцены, и измерение их координат [12].) По набору сопряженных точек восстанавливались согласно (2) трех-

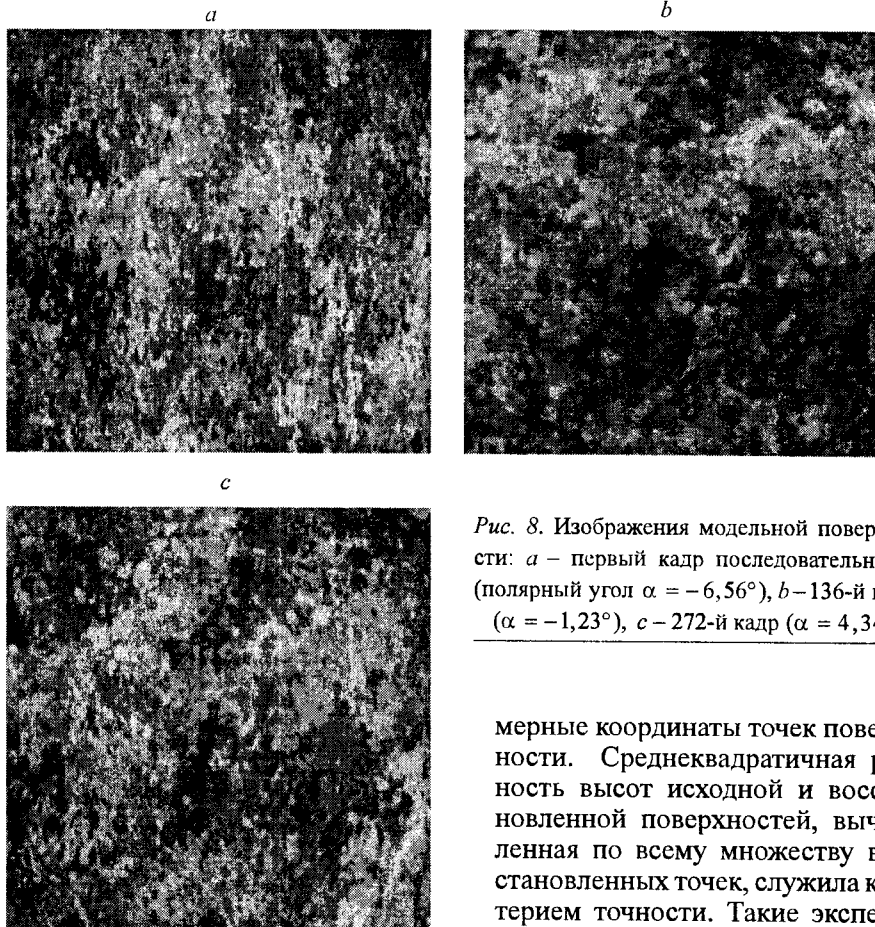


Рис. 8. Изображения модельной поверхности: *a* – первый кадр последовательности (полярный угол $\alpha = -6,56^\circ$), *b* – 136-й кадр ($\alpha = -1,23^\circ$), *c* – 272-й кадр ($\alpha = 4,34^\circ$)

мерные координаты точек поверхности. Среднеквадратичная разность высот исходной и восстановленной поверхностей, вычисленная по всему множеству восстановленных точек, служила критерием точности. Такие эксперименты были выполнены для последовательностей различной

длины, соответствующих различным диапазонам полярных углов α_1 и α_N . Результаты экспериментов приведены в таблице. Здесь в левой колонке указаны полярные углы, соответствующие началу съемки. Верхняя строка таблицы содержит данные о последнем кадре последовательности. Первое значение – номер кадра, второе – полярный угол, третье – угол между оптической осью камеры и вертикалью. Значения СКО даны в метрах.

Полученные данные подтверждают возможность оценивания пространственной структуры сцены с высокой точностью уже при сравнительно небольших диапазонах полярных углов. Даже на начальном и конечном участках наблюдения всего по 16 кадрам последовательности, перекрывающим диапазон полярных углов в $0,64^\circ$, высота поверхности сцены оценивается с ошибкой, не превышающей 40 м.

В верхней части орбиты по последовательности, зарегистрированной в диапазоне углов от $-0,81^\circ$ до $1,12^\circ$ и состоящей из 48 кадров, высота поверхности оценивается с ошибкой, равной 2,4 м, тогда как размер разрешаемого в отдельном изображении элемента сцены равен 50 м.

К сожалению, в проведенном эксперименте невозможно было контролировать значение σ – ошибки измерения координат точек на изображениях,

α_1	α_N																		
	0	16	32	48	64	80	96	112	128	144	160	176	192	208	224	240	256	272	
-6,56	-60,02	-57,13	-53,64	-49,66	-45,09	-39,84	-33,82	-26,99	-19,35	-11,03	-2,27	6,58	15,16	23,17	30,43	36,86	42,49	47,39	
-5,96		14,3	10,0	8,9	7,5	6,8	6,3	5,9	5,5	5,1	4,6	4,0	3,4	2,8	2,4	2,4	1,9	1,6	
-5,31		28,0	12,4	9,2	7,9	6,8	6,2	5,8	5,0	4,4	3,0	3,4	2,8	2,3	1,9	1,5	1,2	0,96	
-4,67			21,7	10,3	8,0	7,1	6,1	5,4	4,7	3,9	3,4	2,8	2,1	1,7	1,3	1,0	0,85	0,79	
-4,03				18,2	9,3	7,0	5,9	5,0	4,2	3,6	3,1	2,5	2,1	1,7	1,3	1,0	0,85	0,79	
-3,38					15,2	7,8	6,2	4,5	3,7	3,1	2,6	1,9	1,4	1,1	0,92	0,86	0,86	0,95	
-2,74							10,6	4,8	3,7	3,1	2,5	1,7	1,4	1,2	1,1	1,1	1,2	1,4	
-2,09								8,8	4,5	3,7	2,7	1,7	1,3	1,2	1,2	1,3	1,6	2,0	
-1,45									8,9	5,1	2,9	1,6	1,3	1,3	1,4	1,8	2,3	2,9	
-0,81										12,7	4,0	2,4	2,2	2,2	2,6	3,2	4,0	4,0	
-0,16											17,4	7,4	4,8	4,1	4,2	4,7	5,6	5,6	
0,48												11,5	4,7	3,9	4,3	5,1	6,4	6,4	
1,12													10,3	5,7	5,4	6,1	7,3	7,3	
1,77														11,2	6,7	6,5	7,4	7,4	
2,41															15,6	9,1	8,7	8,7	
3,05																17,9	10,1	10,1	
42,49																		22,4	22,4

поэтому нельзя провести прямое сопоставление значений $K_{33}^{1/2}$, полученных аналитически (см. формулы (6) и (7) и рис. 7, *c*) и экспериментально (см. таблицу). В целом же эксперимент подтверждает аналитические выводы. Как и на графике рис. 7, *c*, СКО оценивания высоты уменьшается при смещении начала съемки к верхней части траектории и увеличении длины анализируемой последовательности изображений. В эксперименте наблюдается небольшой рост ошибки при использовании для оценивания координат изображений, полученных на нисходящей ветви орбиты (в таблице значения выделены жирным шрифтом). Этот эффект можно объяснить несовершенством алгоритма трассирования сопряженных точек [12], который при переходе от крупномасштабных снимков (в верхней части орбиты, см. рис. 8, *b*) к мелко-масштабным (на нисходящей ветви, см. рис. 8, *c*) определяет координаты точек с большими ошибками, что в аналитической модели не учтено.

Заключение. В работе исследована точность оценивания пространственных координат поверхности по последовательности ее изображений, сформированных движущейся по круговой орбите камерой. Получены аналитические соотношения, связывающие ковариационную матрицу оценок координат с параметрами орбиты, разрешением камеры и частотой регистрации изображений. Эти соотношения позволяют обоснованно выбирать режим съемки, обеспечивающий необходимую точность восстановления поверхности.

Важным результатом проведенного анализа является теоретическое и экспериментальное подтверждение возможности восстанавливать структуру трехмерной поверхности с ошибками, значительно меньшими, чем размер разрешаемого элемента сцены.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Tsai R. Y., Huang T. S. Uniqueness and estimation of three-dimensional motion parameters of rigid objects with curved surfaces // IEEE Trans. on PAMI. 1984. 6, N 1. P. 13.
2. Faugeras O. D., Luong Q.-T., Maybank S. J. Camera self-calibration: theory and experiments // Proc. European Conf. on Computer Vision, Santa-Margarita, Italy, 1992. P. 321.
3. Luong Q.-T., Faugeras O. D. Self-calibration of moving camera from point correspondences and fundamental matrices // Intern. Journ. Comput. Vision. 1997. 22, N 3. P. 261.
4. Hartley R. Self-calibration of stationary cameras // Ibid. N 1. P. 5.
5. Zeller C., Faugeras O. Camera self-calibration from video sequences: the Kruppa equations revisited // INRIA Research Report № 2793. INRIA, Sophia Antipolis, 1996;
<http://www.inria.fr/rrrt/rr-2793.html>
6. Lourakis M. I. A., Deriche R. Camera self-calibration using the singular value decomposition of fundamental matrix: from point correspondences to 3D measurements // INRIA Research Report № 3748. INRIA, Sophia Antipolis, 1999;
<http://www.inria.fr/rrrt/rr-3748.html>
7. <http://www-sop.inria.fr/robotvis/robotvis-eng.html> (RobotVis home page.)
8. Triggs B., McLauchlan P. F., Hartley R. I., Fitzgibbon A. F. Bundle adjustment – a modern synthesis // Proc. Vision Algorithms: Theory and Practice. Intern. Workshop on Vision Algorithms. Vol. 1883 of Lecture Notes in Computer Science, 1999, P. 298;
<http://www.eusta.fr/~koch/csp/triggs.pdf>

9. **Heyden A., Asrom K.** Euclidean reconstruction from image sequences with varying and unknown focal length and principal points // Proc. IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition, Puerto Rico, 1997. P. 438;
<http://www.maths.lth.se/matematiklth/personal/andersp/publ/cvpr97ebp.ps>
10. **Heyden A., Berthilsson R., Sparr G.** An iterative factorization method for projective structure and motion from image sequences // Image and Vision Comput. 1999. 17, N 13. P. 981.
11. <http://www.povray.org/documentation/>
12. **Kosykh V. P., Kirichuk V. S., Peretyagin G. I., Ivanov V. A.** Reconstruction of time-dependent three-dimensional scenes based on analysis of sequences of stereo images // Proc. ISAS/SCI-2001, Orlando, Florida, USA, July 22–25, 2001. XIII. P. 35.

*Институт автоматики и электрометрии СО РАН,
E-mail: kosych@iae.nsk.su*

*Поступила в редакцию
16 июля 2002 г.*

Подписка на наш журнал – залог Вашего успеха!