

**АНАЛИЗ И СИНТЕЗ
СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ**

УДК 517.511

Ю. Е. Воскобойников, А. Б. Колкер

(Новосибирск)

**АДАПТИВНЫЙ АЛГОРИТМ ФИЛЬТРАЦИИ
И ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ В ВЕКТОРНЫЙ ФОРМАТ**

Предложен новый алгоритм локальной фильтрации, позволяющий осуществить дифференцированное сглаживание фрагментов изображений в зависимости от их информационной ценности. Рассмотрен рекуррентный алгоритм медианной фильтрации, имеющий ряд преимуществ по сравнению с обычным медианным фильтром. Предложен подход для сжатия изображений, основанный на выделении изолиний с дальнейшим сглаживанием их кубическими сплайнами. Обработка карт плотности атмосферы показала высокую эффективность предложенных в работе алгоритмов.

Введение. В системах цифровой обработки изображений нередко требуется осуществить переход от растрового формата графических данных к векторному. Например, такая задача возникает при обработке топографической информации. Результатом топографической съемки местности является растровое изображение, хотя подавляющее большинство геоинформационных систем работает с векторными базами данных.

Переход от векторного формата к растровому не представляет особой сложности, в то время как обратная задача несравнимо сложнее и может быть решена различными путями. В данной работе рассматривается решение этой задачи в два этапа: предварительная обработка, фильтрация шумов и сглаживание изображений; преобразование растрового изображения в векторный формат. Рассмотрим подробнее эти этапы.

Фильтрация шумов и сглаживание изображений. В настоящее время для фильтрации шумов все чаще используются локальные нелинейные фильтры. Простейшим локальным нелинейным фильтром является медианный фильтр [1], выход которого определяется как медиана элементов, попавших в апертуру фильтра. Более эффективны комбинированные фильтры [2], в которых к обрабатываемому изображению последовательно применяются несколько алгоритмов фильтрации, например медианный фильтр и интер-

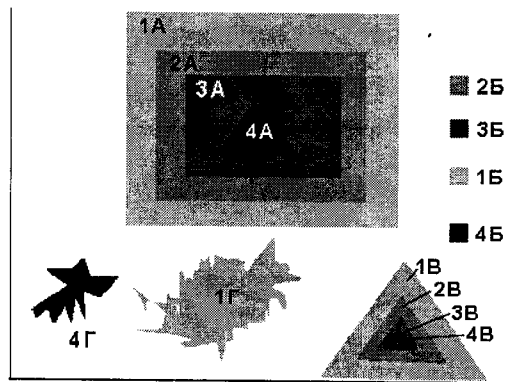


Рис. 1. Исходное изображение

вальный фильтр скользящего среднего. Векторные варианты медианного и комбинированных фильтров рассмотрены в работах [3, 4].

Степень сглаживания изображения напрямую зависит от размера апертуры локального фильтра: при малом размере апертуры лучше сохраняются «контрастные» детали изображения, но шум сглаживается в малой степени. При большом размере апертуры наблюдается обратная картина. Это противоречие в определенной степени удается разрешить в локальных фильтрах с адаптацией размера апертуры [5]. В этих фильтрах большие размеры апертуры используются в монотонных областях обрабатываемого изображения (обеспечивая тем самым лучшее подавление шума), а маленькие размеры – вблизи границ, ребер изображения (сохраняя эти контрастные детали).

Следует выделить особый класс задач по обработке изображений, в которых разные области обрабатываемого изображения должны быть сглажены в различной степени в соответствии с введенной системой приоритетов. Как пример такой задачи рассмотрим исходное изображение, приведенное на рис. 1 и состоящее из четырех фрагментов, обозначенных А, Б, В, Г. Пусть «информационная ценность» деталей изображения возрастает с увеличением порядкового номера области. Более светлые области 1, А–Г могут быть сглажены в большей степени, чем более темные фрагменты 4, А–Г. Таким образом, возникает задача дифференцированного сглаживания различных фрагментов одного изображения. При таком дифференцированном сглаживании информативность сглаженного изображения в целом уменьшилась бы незначительно из-за малой информационной ценности «сильно» сглаженных фрагментов (см. рис. 1, фрагменты 1, А–Г).

Такую задачу можно решить, меняя размеры апертуры, как в вышеописанных адаптивных фильтрах. Однако подстройка апертуры требует существенных вычислительных затрат. Поэтому в данной работе предлагается принципиально новый подход к решению задачи дифференцированного сглаживания изображения.

Медианная фильтрация с взвешенной метрикой. Предположим, что в апертуру фильтра, соответствующую узлу с координатами (m, n) исходного изображения, попали N значений исходного изображения, которые обозначим $x_i, i=1, 2, \dots, N$, где N – размер апертуры, как правило, нечетное число.

Обратимся к алгоритму медианной фильтрации [1, 2]. Значение $y_{m,n}$, вычисляемое этим алгоритмом (выходной сигнал фильтра), определяется из условия

$$y_{m,n} = \left\{ x_k : \sum_{j=1}^N |x_j - x_i| \geq \sum_{j=1}^N |x_j - x_k| \text{ для всех } i \in [1, \dots, N] \right\}. \quad (1)$$

Таким образом, выходной сигнал медианного фильтра обязательно совпадает с одним из значений исходного изображения, попавшим в апертуру фильтра (входной сигнал фильтра).

Модуль $|x_j - x_i|$ можно рассматривать как метрику, определяющую расстояние между точками x_j и x_i , и в выражении (1) эта метрика определяется только расстоянием между точками. Чтобы сглаживать разные фрагменты изображений с различной степенью, введем «взвешенную метрику». Для этого сопоставим по некоторому правилу каждому значению x_i некоторую неотрицательную числовую характеристику I_{x_i} и назовем ее «информационным весом» (далее ИВ). При этом чем больше информационная ценность значения x_i , тем больше информационный вес этого значения. Расстояние между двумя точками x_j и x_i с использованием взвешенной метрики определим выражением

$$\left| I_{x_i} a_1 \exp(a_2 I_{x_i}) - I_{x_j} a_1 \exp(a_2 I_{x_j}) \right|, \quad (2)$$

где a_1, a_2 – некоторые коэффициенты, выбор которых обсуждается далее.

Определим для каждой точки i величину

$$s_i = \sum_{j=1}^N \left| I_{x_i} a_1 \exp(a_2 I_{x_i}) - I_{x_j} a_1 \exp(a_2 I_{x_j}) \right|, \quad i=1, \dots, N. \quad (3)$$

Тогда выходное значение медианного фильтра, использующего взвешенную метрику, определяется как

$$y_{m,n}^{(M)} = \{x_k : \min_i \{s_i\}\}. \quad (4)$$

Такой медианный фильтр назовем модифицированным (на что указывает индекс M в круглых скобках). Коэффициент a_1 зависит от диапазона значений обрабатываемого изображения и используется для устранения арифметических операций с малыми величинами и, как следствие, для уменьшения вычислительной погрешности. Коэффициент a_2 определяет глубину эффекта ослабления или усиления сглаживания.

На рис. 2, *a* отображен результат фильтрации исходного изображения медианным фильтром (1). Заметно, что данные с различной информационной ценностью сглажены в равной степени. Рис. 2, *b* демонстрирует результат обработки исходного изображения модифицированным медианным фильтром. Анализируя эти результаты, можно сделать вывод, что сглаживание деталей изображения модифицированным алгоритмом увеличивается при уменьшении их информационной ценности. Так, фрагменты 4, А–Г остались без изменения. В приведенном примере выбрана линейная зависимость значе-

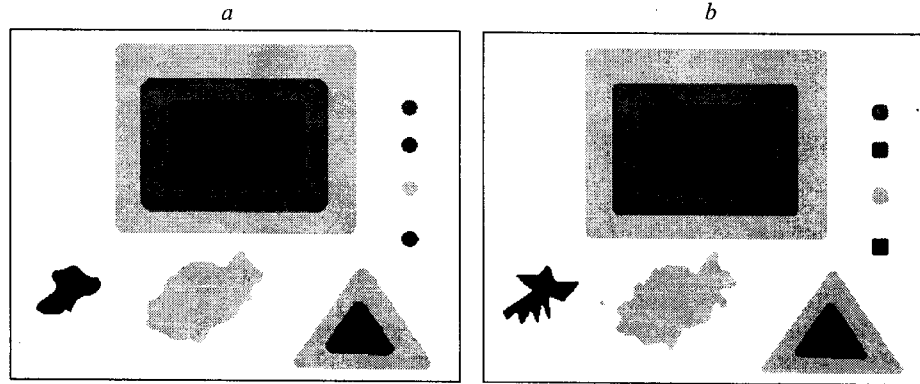


Рис. 2. Изображение после медианной фильтрации: медианный фильтр (1) (а); модифицированный медианный фильтр (4) (b)

ний I_x , в диапазоне целых чисел от 0 до 3 ($i = n - 1$, где n – индекс области на рис. 1). Значения коэффициентов a_1, a_2 равны соответственно 1 и 1,5, размер апертуры равен 7.

Таким образом, показана возможность построения локальных фильтров для дифференцированного сглаживания фрагментов изображения с различной информационной ценностью.

Рекурсивная медианная фильтрация. Обычный медианный фильтр (1) характеризуется хорошей способностью сглаживать импульсный шум, тогда как низкочастотный шум с небольшой амплитудой сглаживается значительно хуже. Сглаживание можно улучшить, увеличивая размер апертуры, однако это приводит к возрастанию вычислительных затрат.

Проведенный вычислительный эксперимент показал, что алгоритм медианной фильтрации, функционирующий в режиме рекурсивного формирования апертуры, обладает существенно более выраженной способностью к сглаживанию низкоамплитудного шума. Под «режимом рекурсивного формирования апертуры» понимается тот факт, что часть значений, попавших в апертуру фильтра, является выходным сигналом фильтра в предыдущих узлах. Алгоритм подсчета величин s_i в режиме рекурсивного формирования апертуры определяется выражением:

$$s_i = \sum_{k=1}^N |t_k - t_i|, \quad t_k = \begin{cases} y_k, & k = 1, \dots, Nr + 1; \\ x_k, & k = Nr + 2, \dots, N, \end{cases} \quad 0 < r \leq \frac{N-2}{N}, \quad i = 1, \dots, N, \quad (5)$$

где r – глубина рекурсии; x_k – значения исходного изображения, попавшие в апертуру; y_k – значения выходного сигнала рекурсивного медианного фильтра для предыдущих узлов. Тогда в качестве выходного значения медианного фильтра с рекурсивным формированием апертуры принимается значение, удовлетворяющее условию

$$y_{m,n}^{(P)} = \{t_k : \min_j \{s_j\}\}, \quad (6)$$

где s_i определяются формулой (5). В дальнейшем медианный фильтр с рекурсивным формированием апертуры будем называть рекурсивным медианным фильтром. Очевидно, что вычисление s_i можно осуществлять, используя взвешенную метрику. В этом случае алгоритм будем называть модифицированным рекурсивным медианным фильтром.

Легко показать, что рекурсивный алгоритм не утратил два основных свойства медианного фильтра: выходной сигнал фильтра по-прежнему равен одному из значений, попавших в апертуру фильтра (т. е. одному из значений входного сигнала), и сигнал вида «ступенька» проходит через такой фильтр без искажений.

Рекурсивность придает новые свойства алгоритму фильтрации, а также накладывает некоторые ограничения на параметры настройки, которые не встречались у обычных фильтров. Возможна ситуация, когда входной сигнал фильтра станет корневым. Корневым называется сигнал, который не изменяется при прохождении через фильтр. Очевидно, что такой эффект может привести к некоторой потере информации. Было обнаружено, что с помощью соответствующего подбора глубины рекурсии и параметров настройки взвешенной нормы данный эффект можно подавить. Так, значения параметра $r > 0,5$ значительно ухудшают результат фильтрации. Рекомендуется выбирать глубину рекурсии в диапазоне $r \in [0,3, 0,5]$. Для всех приведенных ниже примеров $r = 0,5$, $a_1 = 1$, $a_2 = 1,5$. На рис. 3, *a* показано изображение, полученное в результате применения рекурсивного медианного фильтра (размер апертуры равен 3). На рис. 3, *b* приведен результат обработки изображения модифицированным рекурсивным медианным фильтром. Хорошо видна разница в степени сглаживания областей с низкой информационной ценностью. Приходим к выводу, что предлагаемая модификация медианного фильтра позволяет найти разумный компромисс в известном противоречии между степенью фильтрации шума и сохранением контрастных деталей обрабатываемого изображения.

Переход от растрового к векторному формату представления изображений. Предлагаемый способ перехода основан на аппроксимации изолиний изображения кубическими сплайнами. Однако на первом этапе возникает задача выделения изолиний по заданным на прямоугольной сетке значени-

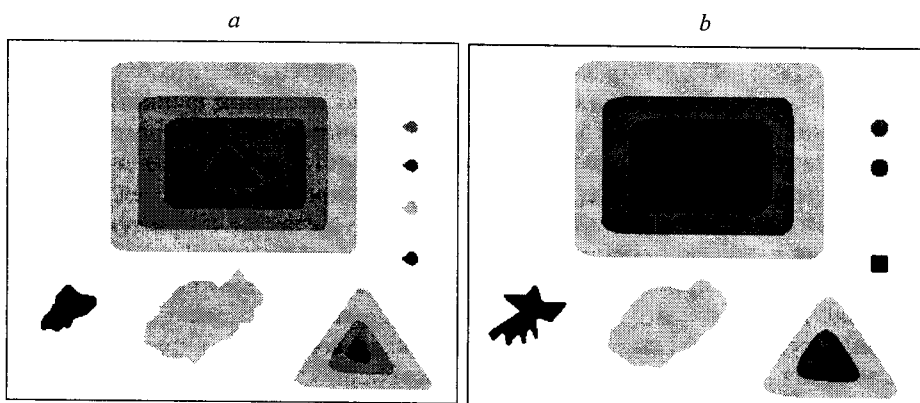


Рис. 3. Изображения после рекурсивной медианной фильтрации: рекурсивный медианный фильтр (а); модифицированный рекурсивный медианный фильтр (б)

ям изображения. Алгоритм выделения изолинии состоит из следующих этапов: выделение линий уровня; идентификация участков, принадлежащих различным областям сечения.

Для нахождения линий равного уровня функции двух переменных, заданной дискретными значениями на области ее определения, был разработан алгоритм, который не требует восполнения значений функции, работает на любых поверхностях, а также позволяет разделять линии уровня, относящиеся к различным областям сечения. Алгоритм состоит из двух шагов: 1) формирование набора точек, лежащих на границах сечений равного уровня; 2) выделение замкнутых изолиний с помощью сортировки точек, лежащих на границах сечений. Подробно алгоритм выделения изолиний изложен в работе [6].

На выходе алгоритма получаем набор точек с координатами $\{p_x(\tau_i), p_y(\tau_i)\}$, $i=1, \dots, M$, соответствующий траектории обхода изолинии по плоскости сечения. Эти точки можно рассматривать как точки некоторой параметрической кривой, координаты которой зависят от параметра τ .

Очевидно, что значения $\{p_x(\tau_i), p_y(\tau_i)\}$ содержат погрешности, обусловленные как самим алгоритмом построения изолиний, так и присутствием «остаточного» шума после обработки изображений вышеописанными фильтрами. Поэтому для устранения этих погрешностей и получения «гладких» изолиний обратимся к сглаживающим кубическим сплайнам [7, 8]. При этом для упрощения вычислительной процедуры построения сглаживающего сплайна будем отдельно «сглаживать» координату $p_x(\tau)$ (сплайн $S_x(\tau)$) и координату $p_y(\tau)$ (сплайн $S_y(\tau)$). Напомним, что на каждом интервале $[\tau_i, \tau_{i+1}]$ сглаживающий кубический сплайн можно представить многочленным вида

$$S(\tau) = a_i + b_i(\tau - \tau_i) + c_i(\tau - \tau_i)^2 + d_i(\tau - \tau_i)^3 \quad (7)$$

и на всем отрезке $[\tau_1, \tau_M]$ он имеет непрерывные производные до второй включительно. Задача построения сплайна заключается в вычислении коэффициентов a_i, b_i, c_i, d_i (их общее число равно $4(M-1)$) по значениям приближаемой функции, заданных в Музлах τ_i . Алгоритмы построения сглаживающих сплайнов при различных краевых условиях подробно изложены, например, в [7, 8] и поэтому здесь не рассматриваются.

Точность приближения сплайном таблично заданной функции существенно зависит от скалярного параметра α , названного параметром сглаживания. Величина этого параметра может изменяться от 0 (сглаживающий сплайн превращается в интерполяционный, проходящий через заданные значения функции) до ∞ (кубический сплайн вырождается в прямую линию). Для случая, когда дисперсии погрешностей задания значений приближаемой функции известны, предложены алгоритмы [8], оценивающие оптимальное значение параметра $\alpha_{\text{опт}}$, при котором среднеквадратическая ошибка сглаживания кубическим сплайном минимальна. К сожалению, дисперсии ошибок задания координат $p_x(\tau_i), p_y(\tau_i)$ достоверно задать невозможно, и поэтому для вычисления подходящего значения параметра сглаживания обратимся к методу L -кривой [9].

Для сплайна $S_x(\tau)$ L -кривая является параметрической кривой, зависящей от параметра α с координатами

$$I_x(\alpha) = \lg \left(\sum_{i=1}^M [p_x(\tau_i) - S_x(\tau_i)]^2 \right),$$

$$I_y(\alpha) = \lg \left(\int \left[\frac{d^2}{d\tau^2} S_x(\tau) \right]^2 d\tau \right).$$
(8)

Вид L -кривой бывает различным (и может зависеть от уровня шума и вида приближаемой функции), но в нем обязательно присутствуют два участка (вертикальные или горизонтальные), между которыми находится точка с максимальной кривизной L -кривой. Такую точку в зарубежной литературе называют угловой точкой (corner point), ее координаты обозначим (I_x^*, I_y^*) .

Малые значения параметра α приводят к недостаточному сглаживанию шума, в то время как большие значения – к появлению систематической ошибки, возникающей в результате чрезмерного сглаживания функции. При такой интерпретации угловая точка есть точка «баланса» случайной и систематической ошибок сглаживающего сплайна. Как показал проведенный вычислительный эксперимент, значение α^* , которому соответствуют координаты угловой точки, находится в некоторой окрестности точки $\alpha_{\text{опт}}$ [6], и поэтому его можно принять в качестве «квазиоптимального» значения параметра сглаживания. Значение α^* можно вычислить из условия максимума следующего функционала:

$$k(\alpha) = \frac{I'_x(\alpha)I''_y(\alpha) - I''_x(\alpha)I'_y(\alpha)}{[(I'_x(\alpha))^2 + (I'_y(\alpha))^2]^{3/2}},$$
(9)

где производные от координат L -кривой берутся по параметру α .

Аналогичный подход используется для вычисления параметра сглаживания для сплайна $S_y(\tau)$.

После нахождения коэффициентов сплайна при выбранном параметре сглаживания значение сплайна вычисляется для любого $\tau \in [\tau_1, \tau_M]$ по формуле (7). Таким образом, вычислив коэффициенты сплайнов $S_x(\tau)$, $S_y(\tau)$, можно затем «восстановить» координаты изолинии для любого $\tau \in [\tau_1, \tau_M]$.

Обработка метеорологических карт плотности облачности. Решалась задача преобразования в векторный формат изображения, представляющего собой растровую карту плотности облачности. Фрагмент такой карты показан на рис. 4, а. Изображение имеет размеры $\sim 800 \times 800$ точек и передает до 24 градаций плотности по логарифмической шкале. Характерным свойством данного изображения является тот факт, что фрагменты, соответствующие небольшой плотности облачности, имеют низкую информационную ценность и, следовательно, могут быть существенно сглажены. С другой стороны, требуется минимизация искажений при передаче фрагментов изображения, соответствующих высокой плотности облачности (грозовые очаги или град). Для уменьшения объема передаваемой информации целесообраз-

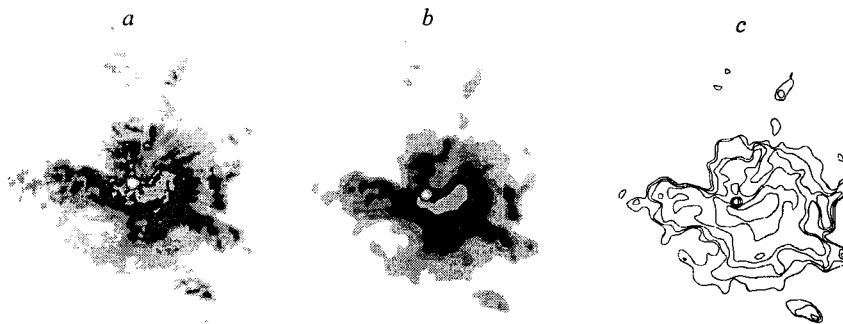


Рис. 4. Результаты обработки метеорологических карт облачности: исходное изображение (а); сглаженное изображение (b); изолинии, построенные по сглаживающему сплайну (с)

но сохранить только эти фрагменты. Кроме этого, для надежной передачи по зашумленным каналам связи и «наложения» изображения на другие информационные слои необходимо представить изображение в векторном формате.

Для решения этих двух задач – дифференцированного сглаживания изображения и представления его в векторном формате – используем предложенные в работе алгоритмы.

Первоначально к исходному изображению (см. рис. 4, а) применен модифицированный рекуррентный медианный фильтр (выполнено два прохода). Результат приведен на рис. 4, b. Видно, что в отфильтрованном изображении отсутствуют фрагменты с низкой информационной ценностью.

Затем по отфильтрованному изображению были выделены изолинии, по каждой из которых строился сглаживающий сплайн. На рис. 4, с показаны изолинии, восстановленные по коэффициентам сглаживающих сплайнов. Видна хорошая точность аппроксимации изолиний сглаживающими сплайнами. Число коэффициентов сглаживающего сплайна 820. Кодирование каждого коэффициента 4 байтами обеспечивает сжатие исходного изображения более чем в 200 раз, и в этой же пропорции уменьшается объем необходимых для передачи данных.

Закключение. Введенная в работе взвешенная норма предоставляет возможность вносить минимальные искажения в детали изображения с высокой информационной ценностью и существенно сглаживать шумы. Обработка информации медианным фильтром в режиме рекурсивного формирования апертуры позволяет получать большую степень сглаживания, не увеличивая размер апертуры фильтра. Алгоритм перехода к векторному формату представления изображения значительно уменьшает объем данных, передаваемых по каналам связи, а также упрощает дальнейшую обработку информации, представленной в векторном формате.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хуанг Т. С. Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений. М.: Радио и связь, 1984.
2. Бронников А. В., Воскобойников Ю. Е. Комбинированные алгоритмы нелинейной фильтрации зашумленных сигналов и изображений // Автометрия. 1990. № 1. С. 21.

3. **Воскобойников Ю. Е., Белявцев В. Г.** Нелинейные алгоритмы фильтрации векторных сигналов // Автометрия. 1999. № 5. С. 97.
4. **Astola J., Naavisto P., Neuvo Y.** Vector median filters // IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 1989. N 1.
5. **Белявцев В. Г., Воскобойников Ю. Е.** Алгоритмы фильтрации изображений с адаптацией размеров апертуры // Автометрия. 1998. № 3. С. 18.
6. **Колкер А. Б.** Аппроксимация изолиний изображений параметрическими сплайнами // Тр. XII Байкальской междунар. конф. «Методы оптимизации и их приложения». Иркутск: ИСЭ им. Л. А. Мелентьева СО РАН, 2001. Т. 4.
7. **Завьялов Ю. С., Квасов Б. И., Мирошниченко В. Л.** Методы сплайн-функций. М.: Наука, 1980.
8. **Воскобойников Ю. Е., Преображенский Н. Г., Седельников А. И.** Математическая обработка эксперимента в молекулярной газодинамике. Новосибирск: Наука, 1984.
9. **Engl H. W., Grever W.** Using the L-curve for determining optimal regularization parameters // Numer. Math. 1994. 69, N 1. P. 25.

*Новосибирский государственный
архитектурно-строительный университет,
E-mail: voscob@ngasu.nsk.su*

*Поступила в редакцию
28 декабря 2001 г.*

Подписка на наш журнал – залог Вашего успеха!