

Г. И. Грейсух, Е. Г. Ежов, С. А. Степанов

(Пенза – Самара)

**ВЫЧИСЛЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК
ТОЧЕЧНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ,
ФОРМИРУЕМОГО ВЫСОКОРАЗРЕШАЮЩИМ ОБЪЕКТИВОМ
С ДИФРАКЦИОННЫМИ И ГРАДИЕНТНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ**

Рассмотрены вопросы вычисления волновой аберрации оптической системы, функции распределения интенсивности и концентрации энергии в дифракционном изображении точки. Даны рекомендации, позволяющие достоверно оценивать разрешение и качество изображения при неустранимых аберрациях в зрачках.

Введение. На завершающем этапе расчета высокоразрешающих оптических систем наиболее достоверная оценка достигнутого результата может быть сделана по функции распределения интенсивности в дифракционном изображении точечного источника и, в частности, по доле энергии в этом изображении, приходящейся на площадку, форма и размер которой заданы. При выборе параметров площадки определяющими являются требования к оптическому устройству в целом и тип используемого приемника излучения. Например, если изображение предполагается регистрировать ПЗС-матрицей, то площадку полагают квадратной и равной пикселу этой матрицы [1]. Если же оценивается качество собственно оптической системы без учета разрешающей способности фотоприемника и система при этом должна формировать изображение, близкое к дифракционно ограниченному, то за площадку, как правило, принимают диск Эйри, т. е. круговую площадку, радиус которой равен рэлеевскому разрешению оптической системы δ_R [2–4].

Здесь напомним, что при отсутствии аберраций доля энергии, приходящаяся на центральный кружок дифракционного изображения с радиусом δ_R , $E(\delta_R) = 0,84$. Минимально же допустимое значение $E(\delta_R)$, при котором изображение еще можно считать практически не отличающимся от дифракционно ограниченного (установленное, опираясь на общепринятую оценку качества изображения, ограниченного только сферической аберрацией третьего порядка), равно 0,73 [2–4].

Доля энергии, приходящаяся на выбранную площадку, может быть найдена путем интегрирования функции распределения интенсивности, полученной в результате преобразования Фурье от волновой аберрации системы [3–5]. При этом время, требуемое для выполнения вышеперечисленных операций, и достижимая точность вычислений зависят как от метода по-

лучения волновой aberrации, так и от способа выполнения преобразования Фурье.

В данной работе рассматриваются пути сокращения затрат компьютерного времени без потери точности вычислений как на этапе расчета волновой aberrации, так и при вычислении интегральных характеристик дифракционного изображения точки применительно к оптическим системам нетрадиционного типа, включающим наряду с классическими элементами (зеркалами и однородными линзами) дифракционные и градиентные элементы.

Вычисление волновой aberrации. Волновая aberrация оптической системы в выходном зрачке может быть найдена как разность эйконала волнового поля, формируемого оптической системой в плоскости выходного зрачка, и эйконала волнового поля, которое должно быть сформировано в этой же плоскости для получения идеального изображения [3, 4, 6]. Вычисление производится следующим образом. Луч из заданной предметной точки «прогоняется» через оптическую систему до его пересечения с плоскостью выходного зрачка, а точка пересечения соединяется с выделенной точкой плоскости изображения. Последняя может быть точкой гауссова изображения или точкой пересечения главного луча с плоскостью изображения, т. е. луча, проходящего через центры входного и выходного зрачков. В результате точка предмета и выделенная точка плоскости изображения оказываются соединенными ломаным лучом. Разность оптических длин ломаного и главного лучей и есть волновая aberrация, вычисленная в данной точке выходного зрачка.

Вычисление оптических длин лучей в системах, состоящих из преломляющих или отражающих поверхностей, разделенных однородными средами, не вызывает сложностей. Поэтому далее остановимся лишь на вычислении оптических длин лучей, проходящих через дифракционные линзы (ДЛ) и неоднородные среды.

Как показано в [3, 4], оптическая длина луча при его дифракции на структуре ДЛ увеличивается на величину L , пропорциональную эйконалу записи G_0 :

$$L = m\mu G_0, \quad (1)$$

где m – порядок дифракции; $\mu = \lambda/\lambda_0$; λ – длина волны света, падающего на ДЛ; λ_0 – длина волны записи.

Сам же эйконал записи ДЛ, аксиально-симметричная структура которой размещена на поверхности вращения вида

$$z = f(\rho) \quad (2)$$

(ρ – расстояние до оптической оси), может быть представлен, например, в виде разности эйконалов сферической и асферической волн:

$$G_0 = s' [\sqrt{(\rho/s')^2 + (1 - z/s')^2} - 1] - s [\sqrt{(\rho/s)^2 + (1 - z/s)^2} - 1] - \frac{1}{8} b_3 \rho^4 - \frac{1}{16} b_5 \rho^6 - \dots, \quad (3)$$

где $-s$ и s' – отрезки записи; b_3, b_5, \dots – коэффициенты асферической деформации третьего, пятого и т. д. порядков.

Полагая в уравнении (1) $m = -1$ и $\mu = 1$ и учитывая, что фокусное расстояние f' и отрезки записи ДЛ связаны соотношением

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s}, \quad (4)$$

получаем, что ДЛ с положительной оптической силой вносит в оптическую длину луча отрицательную добавку, а ДЛ с отрицательной оптической силой – положительную. В случае ДЛ с нулевой оптической силой, т. е. при дифракционном корректуре волнового фронта, знак добавки зависит от знаков и соотношения абсолютных величин коэффициентов асферической деформации эйконала записи.

Оптическая длина луча в неоднородной среде описывается как

$$L = \int n dl, \quad (5)$$

где $n = n(\mathbf{r})$ – показатель преломления среды в точке, определяемой радиусом-вектором \mathbf{r} ; dl – элемент геометрической длины луча [5].

Аналитически интеграл (5) может быть вычислен лишь в ряде частных случаев распределений показателя преломления и входных параметров луча [7]. Поэтому на практике обычно используются различные численные методы, обзор и сравнительный анализ которых приведен, в частности, в [8]. Такой анализ и наши исследования показали, что метод, предложенный в [8], дает наилучшее соотношение между точностью вычислений и затратами компьютерного времени. Далее рассмотрим его более подробно. В этом методе в качестве независимой переменной используется параметр

$$\vartheta = \int dl/n. \quad (6)$$

В качестве вектора, определяющего направление луча, используется оптический направляющий вектор

$$\beta = n \frac{d\mathbf{r}}{dl} = \frac{d\mathbf{r}}{d\vartheta}, \quad (7)$$

а траектория луча аппроксимируется ломаной параболой с элементами, определяемыми длиной шага $\Delta\vartheta$. Оптическая длина луча, прошедшего через неоднородную среду, рассчитывается по формуле

$$L = (\Delta\vartheta) \left[\sum_{i=0}^{I-1} N_i + \frac{1}{2} (N_I - N_0) \right] - \frac{(\Delta\vartheta)^2}{12} (W_I - W_0), \quad (8)$$

где i – номер шага; $N_i = n^2(\mathbf{r})|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_i}$ и $W_i = \beta \cdot \nabla N|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_i}$; значения величин N_i и W_i при $i=0$ относятся к точке входа луча в среду (после его преломления на поверхности входа), а при $i=I$ – к точке выхода луча из среды (до его преломления на поверхности выхода).

Длина шага $\Delta\vartheta$ выбирается исходя из требуемой точности вычисления волновой абберации. Опираясь на опыт расчета оптических систем, выполненных из радиально-градиентных линз, можно заключить, что при вычис-

лении волновой аберрации длина шага должна быть примерно на порядок меньше, чем при вычислении функций, оценивающих качество оптического изображения по диаграмме рассеяния лучей.

Вычисление интегральных характеристик дифракционного изображения точки. В простейшем случае функция распределения интенсивности в дифракционном изображении $I(x, y)$ и концентрация энергии $E(\delta_R)$ могут быть получены следующим образом. На входной зрачок оптической системы накладывается прямоугольная сетка, и через ее равноотстоящие друг от друга узлы из заданной предметной точки «прогоняются» лучи до пересечения с плоскостью выходного зрачка. Оптические длины этих лучей используются для получения набора значений волновой аберрации, вычисляемых в равноотстоящих точках выходного зрачка. Очевидно, что последнее выполняется строго только при отсутствии аберраций в зрачках. В противном случае ячейки сетки в выходном зрачке могут стать непрямоугольными, а узлы, через которые проходят лучи – неравноотстоящими.

Ориентировочно относительную ошибку, которая возникнет, если аберрации в узлах искаженной сетки будут приписаны соответствующим узлам прямоугольной равномерной сетки, можно оценить следующим образом. Превалирующую волновую аберрацию в некоторой точке зрачка, лежащей в меридиональной плоскости ($\cos\theta = 0$), запишем в виде

$$\psi = c\rho_i^k, \quad (9)$$

где коэффициент c – произведение собственно аберрационного коэффициента на полевую координату в соответствующей степени.

В точке ρ_i волновая аберрация

$$\psi_i = c\rho_i^k. \quad (10)$$

Однако это значение волновой аберрации из-за аберраций в зрачках приписывается другой точке ($\rho_i + \Delta\rho$), в которой волновая аберрация на самом деле должна быть

$$\psi'_i = c(\rho_i + \Delta\rho_i)^k. \quad (11)$$

Разность $\psi'_i - \psi_i = \Delta\psi_i$ – абсолютная ошибка вычисления аберрации в i -й точке, обусловленная аберрациями в зрачках:

$$\Delta\psi_i = c[(\rho_i + \Delta\rho_i)^k - \rho_i^k]. \quad (12)$$

Полагая, что $\Delta\rho_i \ll \rho_i$, можно записать

$$(\rho_i + \Delta\rho_i)^k \approx \rho_i^k + k\rho_i^{k-1}\Delta\rho_i. \quad (13)$$

Тогда абсолютная ошибка

$$\Delta\psi_i \approx ck\rho_i^{k-1}\Delta\rho_i \quad (14)$$

и соответственно относительная ошибка

$$\frac{\Delta\psi_i}{\psi_i} \approx k \frac{\Delta\rho_i}{\rho_i}. \quad (15)$$

Как наиболее рационально производить расчет, если ошибки вычисления волновой аберрации (причины их возникновения описаны выше) могут ощутимо повлиять на интегральные характеристики (относительные ошибки в тех областях зрачка, где аберрации значительны, превышают 10 %), рассмотрим далее.

Набор значений волновой аберрации в узлах равномерной прямоугольной сетки используется для получения функции распределения интенсивности $I(x, y)$. В табулированном виде ее можно легко получить с помощью стандартной процедуры быстрого преобразования Фурье (БПФ) в пакете MathCAD. Используя MathCAD, также можно выделить максимальное значение $I(x, y)$ и найти координаты дифракционного фокуса, принимаемого за центр площадки, внутри которой будет осуществляться суммирование интенсивностей. Разделив сумму интенсивностей внутри этой площадки на полную энергию, полученную сложением интенсивностей в пределах круговой площадки, радиус которой превышает радиус 10–15-го кольца диска Эйри, получим значение $E(\delta_R)$. Здесь же заметим, что точность выполнения преобразования Фурье в MathCAD такова, что, используя набор значений волновой аберрации, вычисленных в 32×32 узлах равномерной прямоугольной сетки, в которую вписан выходной зрачок, можно получить значения интенсивности Штреля и $E(\delta_R)$, отличающиеся от теоретических менее чем на 1 %.

Вышеописанная процедура получения функции распределения интенсивности предполагает, что ошибки вычисления волновой аберрации, обусловленные искажением сетки в выходном зрачке, незначительны; амплитуда напряженности электрического поля одинакова во всех точках выходного зрачка, а его контуром является окружность с центром на оптической оси системы. При больших аберрациях в зрачках ни одно из этих предположений не выполняется. В этом случае для повышения точности вычисления $I(x, y)$ прежде всего следует вышеописанную процедуру трансформировать так, чтобы из совокупности лучей, пересекающих плоскость выходного зрачка, были исключены лучи, не попавшие в отверстие материальной диафрагмы. Затем по картине заполнения лучами выходного зрачка зафиксировать его реальный контур и получить функцию распределения плотности лучей по площади выходного зрачка. Фиксация реального контура выходного зрачка сразу же позволяет оценить влияние полевого угла на числовые апертуры объектива в двух взаимно перпендикулярных направлениях, т. е. оценить изменения разрешения в меридиональном и сагиттальном направлениях за счет аберрационного виньетирования.

После «прогона» лучей на выходной зрачок следует наложить прямоугольную сетку, размеры и шаг которой в меридиональном и сагиттальном направлениях могут существенно отличаться. Размеры сетки в двух взаимно перпендикулярных направлениях выбираются равными соответствующим расстояниям между точками пересечения крайних меридиональных и сагиттальных лучей с выходным зрачком. Шаг же выбирается таким образом, чтобы число узлов сетки в меридиональном и сагиттальном направлениях совпадало с числом лучей в соответствующих направлениях (рис. 1).

Далее путем итерационного процесса по координатам во входном зрачке все лучи, точки пересечения которых с выходным зрачком не совпадают с узлами наложенной прямоугольной сетки, направляются в узлы с соответствующими номерами, а оптические длины лучей фиксируются для вычисления волновой аберрации. Набор значений волновой аберрации в узлах прямо-

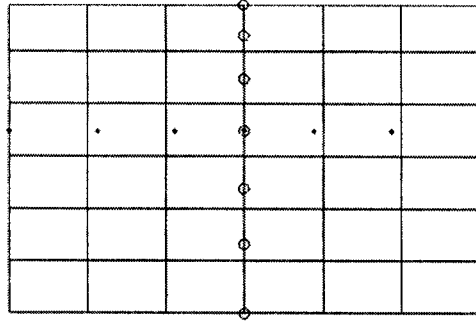


Рис. 1. Выбор размеров и шага прямоугольной сетки, накладываемой на выходной зрачок. Точки пересечения меридиональных (○) и сагиттальных (●) лучей с выходным зрачком

угольной сетки на выходном зрачке совместно с весовыми коэффициентами, учитывающими распределения амплитуды напряженности электрического поля по выходному зрачку, используются в БПФ-процедуре для получения функции распределения интенсивности $I(x, y)$. Весовые коэффициенты формируют на основе ранее полученной функции распределения плотности лучей по площади выходного зрачка.

Проведенное исследование влияния различных факторов на точность вычисления $I(x, y)$ и $E(\delta_R)$ показало, что даже у объективов с очень низким уровнем остаточных aberrаций меридиональное и сагиттальное увеличения в выходном зрачке могут существенно зависеть от полевого угла и ощутимо отличаться друг от друга. Соответственно от полевого угла могут существенно зависеть и числовые апертуры в меридиональном и сагиттальном направлениях.

Действительно, подавление сферической aberrации объектива в целом еще не гарантирует ее отсутствие у той части объектива, которая следует за материальной диафрагмой. Эта aberrация приводит к зависимости от полевого угла положения точки пересечения луча, проходящего через центр материальной диафрагмы, с оптической осью и, следовательно, к зависимости от полевого угла положения выходного зрачка. Невыполнение же условия изопланатизма приводит к зависимости от полевого угла и увеличений в выходном зрачке [6]. Типичная картина заполнения выходного зрачка объектива и деформации его контура представлена на рис. 2 для случая, когда качество изображения не отличается от дифракционно ограниченного [$E(\delta_R) = 0,73$].

В то же время исследование показало, что неравномерность распределения амплитуды напряженности электрического поля по выходному зрачку у высоко разрешающих объективов столь незначительна, что практически не влияет на точность вычисления $I(x, y)$ и может просто не учитываться. Наконец упрощенная БПФ-процедура, при которой aberrации в узлах искаженной сетки на выходном зрачке (при надлежащем контроле за заполнением лучами материальной диафрагмы) просто приписываются соответствующим узлам прямоугольной сетки, дает результаты, отличающиеся не более чем на 2–3 % от тех, которые могут быть получены с помощью процедуры, включающей итерационный процесс.

Столь незначительная разница в результатах обусловлена тем, что при предложенном выборе размеров и шага прямоугольной сетки, накладываемой на выходной зрачок, ошибки вычисления волновой aberrации (см. фор-

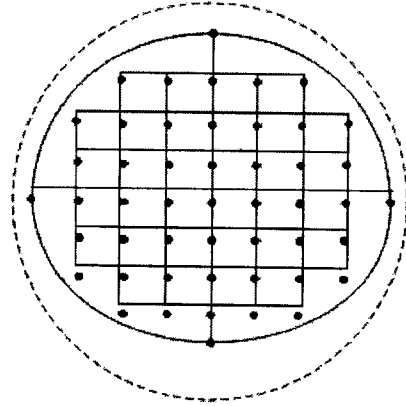


Рис. 2. Типичная картина заполнения выходного зрачка объектива и деформации его контура при предельном полевом угле. Точки пересечения лучей с выходным зрачком (•); прямоугольная сетка и контур заполненной лучами зоны зрачка (сплошная линия); контур зрачка при нулевом полевом угле (штриховая линия)

мулы (14) и (15)) минимальны на краю зрачка, т. е. как раз там, где сами аберрации максимальны.

Особо отметим, что при вышеописанном подходе к вычислению волновой аберрации и интегральных характеристик использование плоскости выходного зрачка совсем не обязательно, так как не дает никаких принципиальных преимуществ по сравнению с любой другой плоскостью, нормальной к оси системы и расположенной между оптической системой и плоскостью изображения на достаточном удалении от последней. Поэтому при выполнении расчетов для оптической системы с телецентрическим ходом лучей в пространстве изображений и с удаленным в бесконечность выходным зрачком следует лишь заменить его плоскостью, расположенной вблизи последней поверхности оптической системы. Затем точно так же зафиксировать контур, ограничивающий площадку на этой плоскости, заполненную лучами, на которую и следует наложить прямоугольную сетку. Поперечное смещение заполненной площадки и сетки при изменении полевого угла влечет за собой некоторые неудобства, но никакого воздействия на точность вычисления $I(x, y)$, а следовательно, и $E(\delta_R)$ не оказывает.

Заключение. Приведенные в работе рекомендации по вычислению оптических длин лучей, проходящих через дифракционные и градиентные элементы, позволяют эффективно использовать лучевую методику вычисления волновой аберрации при оценке качества систем, включающих такие элементы. Предложенный способ заполнения лучами выходного зрачка и табуляции функции волновой аберрации позволяет получать интегральные характеристики дифракционного изображения точки с помощью стандартной процедуры БПФ, не прибегая к итерационной коррекции неравномерности заполнения зрачка лучами. В совокупности эти результаты обеспечивают наилучшее соотношение между затратами компьютерного времени и точностью вычисления интегральных характеристик изображения, формируемого системой при неустраненных аберрациях в зрачках.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Грамматин А. П. Зависимость концентрации энергии в изображении точки от aberrаций, расфокусировки и экранирования на квадратных площадках // Опт. журн. 2000. 67, № 9. С. 46.
2. Бобров С. Т., Грейсух Г. И. Взаимная корреляция числовых критериев оценки качества изображения // Оптика и спектроскопия. 1985. 58, вып. 5. С. 1068.
3. Бобров С. Т., Грейсух Г. И., Туркевич Ю. Г. Оптика дифракционных элементов и систем. Л.: Машиностроение, 1986.
4. Greisukh G. I., Bobrov S. T., Stepanov S. A. Optics of Diffractive and Gradient-Index Elements and Systems. Bellingham, WA: SPIE Press, 1997.
5. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973.
6. Родионов С. А. Об изопланатизме в произвольных оптических системах // Оптика и спектроскопия. 1979. 46, вып. 3. С. 566.
7. Stavroudis O. N. The Optics of Rays, Wavefronts and Caustics. N. Y.: Academic Press, 1972.
8. Sharma A. Computing optical path length in gradient-index media: a fast and accurate method // Appl. Opt. 1985. 24, N 24. P. 4367.

*Государственная архитектурно-строительная
академия (г. Пенза);
Институт систем
обработки изображений РАН (г. Самара),
E-mail: guess_rg@aport2000.ru*

*Поступила в редакцию
27 апреля 2001 г.*