

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
А В Т О М Е Т Р И Я

2002, том 38, № 3

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 621.301 : 681.32

И. И. Турулин

(Таганрог)

**МЕТОД КАСКАДНО-ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ
ЦИФРОВЫХ РЕКУРСИВНЫХ КИХ-ФИЛЬТРОВ**

Предлагается метод проектирования рекурсивных цифровых фильтров с конечной импульсной характеристикой. Метод заключается в комбинировании каскадного и параллельного (со взвешиванием) соединений базовых структур с единичной прямоугольной импульсной характеристикой в сочетании с прореживанием. Это позволяет частично или полностью исключить операции умножения и таким образом снизить вычислительные затраты. Вычислительные затраты базовой структуры составляют два сложения на выходную дискрету. Фильтры, синтезированные предлагаемым методом, могут иметь линейную фазовую характеристику и требуют существенно меньших вычислительных затрат по сравнению с нерекурсивными фильтрами. Вычислительные затраты синтезированных фильтров не зависят от длины импульсной характеристики. Дается математическая формулировка метода. Излагаются особенности реализации фильтров. Приводятся примеры фильтров и соответствующие импульсные характеристики. Рассмотрены возможности метода, а также области применения фильтров.

Введение. Несмотря на разработку мощных процессоров для цифровой обработки сигналов с быстродействием в несколько миллиардов комплексных умножений в секунду остается актуальной проблема разработки быстродействующих алгоритмов цифровой фильтрации. Актуальность диктуется рядом сложных задач по обработке больших объемов измерительной информации в реальном масштабе времени. Одной из таких задач является разработка радиолокаторов реального времени с синтезированной апертурой для летательных аппаратов. Кроме того, применение быстродействующих алгоритмов при прочих равных условиях позволяет удешевить изделие, например, с помощью программной реализации фильтров на управляющей ЭВМ некоторой системы. Для бортовых систем с ограниченным энергопотреблением использование быстродействующих алгоритмов позволяет применить микромощные процессоры с невысоким быстродействием.

Пути повышения быстродействия или снижения аппаратных, а также вычислительных затрат – упрощение структурной схемы фильтра и исключение медленных операций, что, в частности, достигается применением рекурсивных фильтров с конечной импульсной характеристикой (ИХ) вместо нерекурсивных. Рекурсивные фильтры с конечной ИХ (КИХ-фильтры), как и

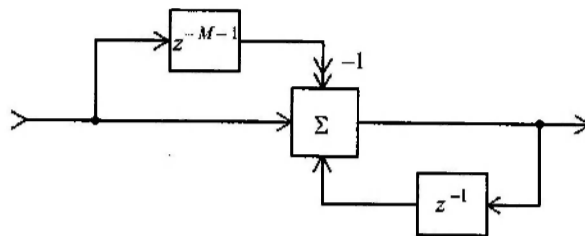


Рис. 1

нерекурсивные, могут иметь линейную фазочастотную характеристику (ФЧХ), что важно, например, при обработке изображений или сигналов с использованием АЦП с сигма-дельта-модуляцией. Для обеспечения линейности ФЧХ импульсная характеристика фильтра должна быть симметрична либо антисимметрична [1]. Так, например, в [2] описан рекурсивный КИХ-фильтр (РКИХФ) с прямоугольной ИХ длиной M (рис. 1). Недостаток такого фильтра – примитивность ИХ.

В данной работе предлагается метод, позволяющий синтезировать РКИХФ с малыми вычислительными затратами и широким классом воспроизводимых ИХ.

Описание метода. Основу метода составляют следующие приемы:

- комбинирование параллельного и каскадного соединений базовых звеньев (см. рис.1) с различными параметрами ИХ (длина, задержка, амплитуда);
- прореживание ИХ базовых звеньев;
- исключение операций умножения либо сведение их количества к минимуму, а также использование операций умножения, вырожденных в арифметический сдвиг;
- аппроксимация трудно реализуемых ИХ суммой (разностью) легко реализуемых.

Рассмотрим математическую формулировку предлагаемого метода.

Исходная ИХ или ее аппроксимация задается в виде

$$h(n) = \sum_{k=0}^{K-1} a_k h_k(n), \quad (1)$$

где a_k – постоянные коэффициенты; K – число параллельно соединенных звеньев с ИХ:

$$\begin{aligned} h_k(n) = & h'_{(j-1)k}(n, l_{(j-1)k}, p_{(j-1)k}, q_{(j-1)k}) \otimes \\ & \otimes h'_{(j-2)k}(n, l_{(j-2)k}, p_{(j-2)k}, q_{(j-2)k}) \otimes \dots \otimes \\ & \otimes h'_{jk}(n, l_{jk}, p_{jk}, q_{jk}) \otimes \dots \otimes h'_{0k}(n, l_{0k}, p_{0k}, q_{0k}), \end{aligned} \quad (2)$$

здесь \otimes – операция свертки;

$$\begin{aligned} h'_{jk}(n, l_{jk}, p_{jk}, q_{jk}) = & \sigma(n/l_{jk} - p_{jk}) - \sigma(n/l_{jk} - q_{jk} - 1), \\ \text{если } & n/l_{jk} = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \end{aligned} \quad (3)$$

иначе $h'_{jk}(n, l_{jk}, p_{jk}, q_{jk}) = 0$; l_{jk} – целые положительные коэффициенты прореживания; p_{jk} и q_{jk} – целые положительные числа ($p_{jk} < q_{jk}$), которые определяют моменты начала $p_{jk}l_{jk}$ (номер первой ненулевой дискреты) и окончания $q_{jk}l_{jk}$ (номер последней ненулевой дискреты) ИХ, $h'_{jk}(n, l_{jk}, p_{jk}, q_{jk})$; $\sigma(n)$ – дискретная единичная ступенчатая функция.

Как видно из формул (1)–(3), результирующая ИХ получается линейной комбинацией сверток ИХ базовых звеньев с различными коэффициентами прореживания, моментами начала и окончания. Длины ИХ этих звеньев (с учетом последних $(l_{jk} - 1)$ нулей ИХ) равны $(q_{jk} - p_{jk} + 1)l_{jk}$ и могут быть различны. При $l_{jk} = 1$ получаются базовые звенья без прореживания с длинами ИХ $M = q_{jk} - p_{jk} + 1$. При $l_{jk} = 1$ и $p_{jk} = q_{jk} = 0$ базовое звено вырождается в короткозамкнутую перемычку (вход соединен с выходом), т. е. в этом случае

$$h'_{jk}(n, l_{jk}, p_{jk}, q_{jk}) = \delta(n),$$

где $\delta(n)$ – дискретная дельта-функция (единичный импульс).

Получим выражение для частотной передаточной функции каскадно-параллельной комбинации, ИХ которой определяется формулой (1).

Системная функция базового звена (см. рис. 1)

$$H(z) = (1 - z^{-M-1}) / (1 - z^{-1}).$$

Системная функция базового звена с задержкой и прореживанием, т. е. с ИХ $h'_{jk}(n, l_{jk}, p_{jk}, q_{jk})$, заданной выражением (3):

$$H'_{jk}(z) = z^{-p_{jk}l_{jk}} [1 - z^{-(q_{jk} - p_{jk} + 1)l_{jk}}] / (1 - z^{-l_{jk}}). \quad (4)$$

Как видно из (4), прореживание ИХ базового звена (как и любого другого цифрового фильтра) $(l_{jk} - 1)$ нулями между соседними дискретами (с увеличением в l_{jk} раз длины ИХ, считая последние $(l_{jk} - 1)$ нулей) достигается увеличением в l_{jk} раз всех задержек в сигнальном графе. Первый множитель в (4) соответствует каскадному подключению линии задержки (ЛЗ) на $p_{jk}l_{jk}$ тактов ($p_{jk} > 0$).

Как известно, передаточная функция получается из системной подстановкой $z = e^{j\omega\Delta}$, где ω – круговая частота, а Δ – шаг дискретизации. Подставив $z = e^{j\omega\Delta}$ в (4), после преобразований получим

$$H'_{jk}(j\omega) = e^{-j\frac{\omega\Delta}{2}(p_{jk} + q_{jk})l_{jk}} \sin\left[\frac{\omega\Delta}{2}(q_{jk} - p_{jk} + 1)l_{jk}\right] / \sin\left(\frac{\omega\Delta}{2}l_{jk}\right).$$

Поскольку свертка во временной области соответствует умножению в частотной, сложение – сложению, передаточная функция РКИХФ

$$H(j\omega) = \sum_{k=0}^{K-1} a_k \prod_{j=0}^{J-1} H'_{jk}(j\omega).$$

Заметим, что при $p_{jk} < 0$ звено с ИХ $h'_{jk}(n, l_{jk}, p_{jk}, q_{jk})$ будет физически нереализуемым, поскольку в этом случае $h'_{jk}(n, l_{jk}, p_{jk}, q_{jk}) \neq 0$ при $n < 0$. Для физической реализуемости надо подключить ЛЗ на $p_{jk} l_{jk}$ тактов ко входу звена.

Если $n_0 < 0$, где $n_0 = \min_k \left\{ \sum_{j=0}^{J-1} p_{jk} l_{jk} \right\}$, то весь РКИХФ будет физически не-

реализуемым. В этом случае для физической реализуемости на входе РКИХФ включают ЛЗ на $(-n_0)$ тактов. Заметим, что члены $p_{jk} l_{jk}$ в вышеприведенной формуле суммируются алгебраически, т. е. учтена возможность компенсации задержки и опережения при каскадном соединении базовых звеньев.

Следует отметить, что для обеспечения конечности ИХ, а в общем случае и устойчивости РКИХФ необходимо точное выполнение операций в пределах каждого базового звена. Выполнение этого требования ведет к увеличению минимальной разрядности процессора. Вне звеньев можно умножать на коэффициент 2^{-k} , где $k = 1, 2, 3, \dots$ (арифметический сдвиг для двоичного процессора), что позволяет снизить разрядность.

Примеры. Как известно, при каскадном соединении двух фильтров эквивалентная ИХ будет равна свертке исходных. Если исходные ИХ прямоугольны и длины их одинаковы, форма результирующей ИХ будет треугольной, если длины различны – трапециoidalной.

Если соединить параллельно два фильтра (т. е. объединить входы, а выходные сигналы просуммировать), то результирующая ИХ будет равна сумме исходных. Так, например, в результате параллельного соединения двух фильтров соответственно с прямоугольной и трапециoidalной ИХ получится ИХ типа «трапеция на подставке».

Свертка трех прямоугольных ИХ одинаковой длины соответствует каскадному соединению трех базовых звеньев (см. рис. 1). В этом случае ИХ будет колоколообразной (квазигауссоидой). Форма ИХ приближается к гауссоиде с ростом числа каскадно соединенных звеньев. Заметим, что амплитудно-частотная характеристика такого фильтра при увеличении числа звеньев стремится к гауссовой кривой. Если производить свертку прямоугольных ИХ разной длины, вершина результирующей ИХ будет более плоской. Отметим, что рассмотренные фильтры просты и реализуются без умножений.

Импульсная характеристика, представленная на рис. 2, получается в результате суммирования шести квазигауссовых ИХ, прореженных в $l_{jk} = 8$ раз и сдвинутых относительно друг друга соответственно на 1, 1, 2, 1 и 1 дискрет, причем первая и третья ИХ умножены на 0,707, четвертая и шестая – на $(-0,707)$, а пятая инвертирована. Заметим, что все умножения можно выразить через одно (на 0,707), остальные – операции сложение/вычитание. Как видно из рис. 2, ИХ имеет целое число n_n дискрет на полупериод. Для достижения нецелого n_n можно перед фильтрацией использовать передискретизатор, изменяющий частоту дискретизации. Передискретизатор реализуют, например, на базе интерполяционного фильтра [3]. Для восстановления прежней частоты дискретизации к выходу фильтра также подключают передискретизатор.

На рис. 3 показана симметричная ИХ (окно), полученная суммированием прямоугольной, трапециoidalной и треугольной ИХ.

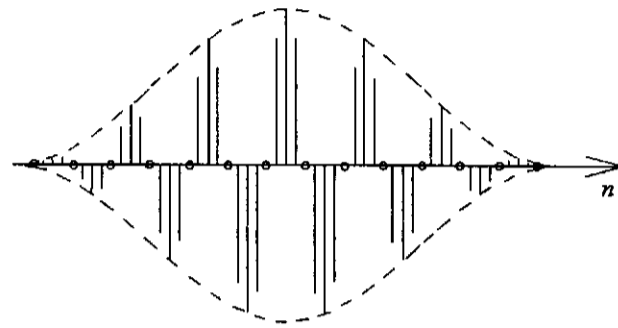


Рис. 2

Практическая ценность. Благодаря свойственной РКИХФ независимости числа операций на выходную дискрету от порядка фильтра, особенно эффективно применение РКИХФ для пространственной (и временной) обработки сигналов в гидро- и радиолокаторах бокового обзора с синтезированной апертурой для дальней зоны. При этом формирование амплитудного распределения синтезированной апертуры может быть реализовано в виде РКИХФ, импульсная характеристика которого реализует заданное окно длиной до десятков тысяч и более отсчетов. При этом получается поточная обработка пространственных сигналов, которую можно реализовать без умножений (если РКИХФ без умножений).

Для проверки предлагаемого метода на практике было проведено имитационное моделирование ряда РКИХФ. Это прежде всего рассмотренные фильтры, а также:

- различные окна произвольной длины, заданные аппроксимацией, в частности Бартлетта, Хэмминга, Ханна с одной–двумя операциями умножения на одну выходную дискрету либо без умножений;
- фильтр с квазикосинусной ИХ, полученный каскадным соединением трех базовых звеньев с длиной ИХ $2M$, M и M соответственно и параллельным соединением этой группы с базовым звеном с длиной ИХ $4M$ и последующим масштабированием. Результирующая ИХ инвертируется и имеет вид периода косинусоиды, который аппроксимирован тремя отрезками парабол. Первый и третий отрезки проходят через нуль и максимум аппроксимируемого периода косинусоиды, второй – через два нуля и минимум;
- периодические звенья, реализующие решетчатые (т. е. прореженные нулями) прямоугольные функции;
- каскадные соединения периодических звеньев, позволяющие формировать произвольные периодические функции на конечном интервале;

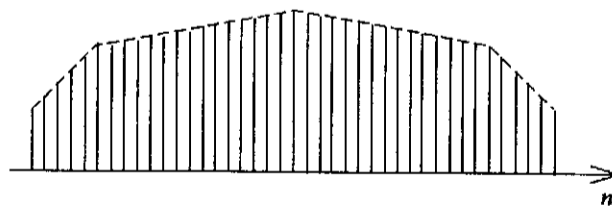


Рис. 3

– квазисогласованные фильтры для радиоимпульсов с прямоугольной, треугольной и гауссовой огибающими, сигналов Баркера.

Большинство перечисленных РКИХФ с соответствующими имитационными моделями приводится в [4].

По быстродействию РКИХФ занимают в общем случае промежуточное положение между нерекурсивными КИХ-фильтрами и рекурсивными фильтрами с бесконечной ИХ. Так, для рассмотренных РКИХФ выигрыш в быстродействии по сравнению с аналогичными нерекурсивными КИХ-фильтрами начинает проявляться при длине ИХ (равна порядку нерекурсивного фильтра) более 3–10 отсчетов.

Длина линий задержки, а значит, и объем V оперативной памяти процессора (относится к аппаратным затратам) будет такого же порядка (может оказаться немного большим из-за несколько большей разрядности), как и у соответствующих нерекурсивных фильтров. Для базового звена $V = W(M + 2)$, где W – разрядность чисел базового звена, а M – длина его ИХ. Так, при $M = 1000$, $W = 4$ байт, $V \approx 4$ Кбайт, что во много раз меньше объема внутренней памяти современных процессоров цифровой обработки сигналов.

Заключение. Таким образом, предлагаемый метод позволяет строить быстродействующие цифровые фильтры с линейной ФЧХ и широким набором воспроизводимых импульсных характеристик.

Недостаток метода – отсутствие хорошо формализованной процедуры перехода от заданной ИХ, амплитудно- и/или фазочастотной характеристики к сигнальному графу РКИХФ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рабинер Р., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. М.: Мир, 1978.
2. Лэм Г. Аналоговые и цифровые фильтры: расчет и реализация. М.: Мир, 1982.
3. Крошьер Р. Е., Рабинер Л. Р. Интерполяция и децимация цифровых сигналов // ТИИЭР. 1981. 69, № 3. С. 14.
4. Турулин И. И. Некоторые методы синтеза рекурсивных фильтров с конечной импульсной характеристикой / Таганрогский гос. радиотехн. ун-т. Таганрог, 1997. 40 с. Деп. в ВИНТИ 16.09.97, № 2837-В97.

Таганрогский государственный
радиотехнический университет,
E-mail: fep@tsure.ru

Поступило в редакцию
28 августа 1998 г.