

УДК 535.417

Ю. Ц. Батомункуев
(Новосибирск)

**ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА СХЕМ ЗАПИСИ ОБЪЕМНЫХ
ОСЕВЫХ ГОЛОГРАФИЧЕСКИХ ОПТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ
С НЕИЗОТРОПНОЙ УСАДКОЙ**

Проанализированы схемы записи объемных осевых голографических оптических элементов (ГОЭ) в среде с неизотропной усадкой при условии минимизации характеристической функции. Для пропускающих и отражающих ГОЭ получены выражения, позволяющие определить в первом приближении оптимальные расстояния от ГОЭ до источников записывающих сферических волн. Показано, что эти выражения могут быть получены из модели объемного ГОЭ, обладающего одновременно свойствами тонкой линзы и сферического зеркала. Установлено, что выбором значений коэффициентов усадок, а также длин волн записи и восстановления может быть исправлена сферическая aberrация при заданном коэффициенте увеличения объемного пропускающего ГОЭ и известных показателях преломления на стадиях записи и восстановления. Показано, что для отражающего глубоко объемного ГОЭ заданное увеличение определяет оптимальное отношение коэффициентов усадок или, наоборот, требуемое отношение длин волн записи и восстановления при известных коэффициентах усадок.

Введение. Известно, что учет объема среды голографического оптического элемента (ГОЭ) приводит к появлению дополнительных условий формирования безабберационного изображения [1–4] и к существенным отличиям схем записи объемных и тонких ГОЭ [5]. Кроме того, возникает необходимость оптимального выбора дополнительных параметров ГОЭ, например толщины и связанных с ней коэффициентов усадки среды [5]. Прогресс в создании различных по свойствам объемных голографических материалов [6, 7] требует дальнейшего изучения и оптимизации схем записи для конкретных типов сред.

В данной работе анализируются схемы записи объемных осевых ГОЭ в среде с неизотропной усадкой. Как для пропускающих, так и для отражающих ГОЭ определяются в первом приближении оптимальные расстояния от ГОЭ до источников записывающих сферических волн. Устанавливается зависимость между коэффициентами усадок, длинами волн записи и восстановления ГОЭ, а также величиной коэффициента увеличения ГОЭ при восстановлении.

Расчет схемы записи. Поместим объемный ГОЭ в центре цилиндрической системы координат так, чтобы ось Oz была перпендикулярна поверхно-

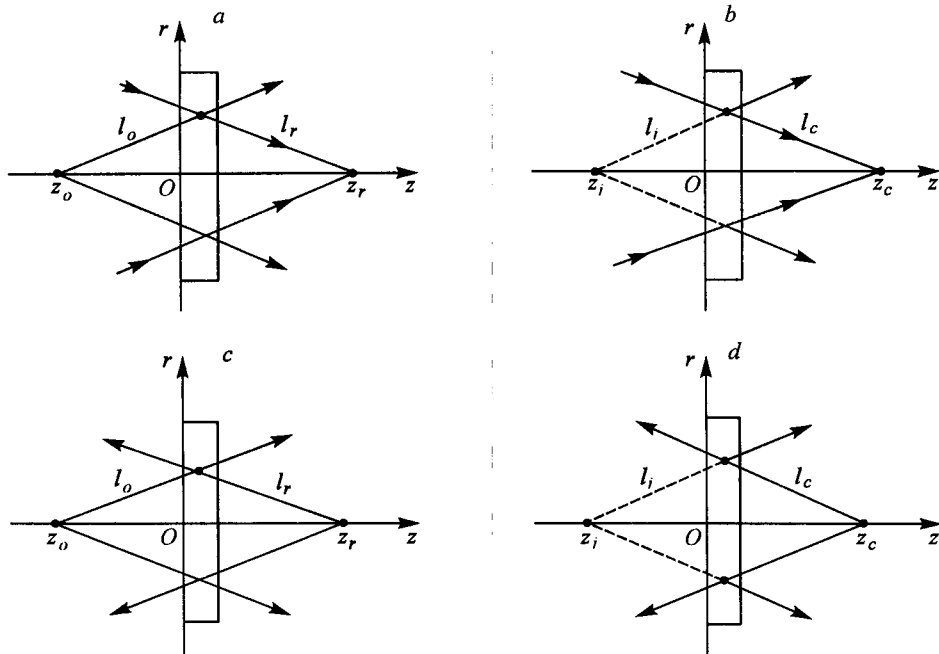


Рис. 1. Схемы записи и восстановления осевого пропускающего (a, b) и отражающего (c, d) голографических оптических элементов

сти ГОЭ, а ось Oz находилась на одной из его поверхностей. На рис. 1, a, b показаны схемы записи и восстановления объемного осевого пропускающего ГОЭ. Схемы записи и восстановления объемного осевого отражающего ГОЭ (рис. 1, c, d) отличаются встречным распространением записывающих, а также восстанавливающей и восстановленной волн. Для изображений источников сферических волн z_o, z_r, z_c, z_i , находящихся при записи и восстановлении на оси Oz , запишем характеристическую функцию в виде [2, 5]:

$$V = n_c(l_c - z_c) \pm n_c(l_i - z_i) - k[n_o(l_r - z_r) \pm n_o(l_o - z_o)]\lambda_c/\lambda_o,$$

где $n_c, n_o, \lambda_c, \lambda_o$ – показатели преломления и длины волн при записи и восстановлении; k – порядок дифракции; z_j, l_j – расстояния от источников сферических волн до центра ГОЭ и до произвольной точки в окрестности центра. Индексы j соответствуют следующим волнам: o – объектная, r – опорная, c – восстанавливающая, i – восстановленная. Если при записи координаты этой точки были (r, z) , то при восстановлении из-за усадки (набухания) координаты этой же точки запишем как $(r/m_r, z/m_z)$, где m_z, m_r – коэффициенты усадки вдоль координат z и r .

Выражая расстояния l_j через z_j и координаты точек $(r, z), (r/m_r, z/m_z)$, разложим характеристическую функцию $V = V(r, z)$ по величинам малости $r/z_j, z/z_j$. Приравняв к нулю сумму членов разложения одного порядка, получим систему уравнений

$$1/z_c^a \pm 1/z_i^a = k\mu(1/z_r^a \pm 1/z_o^a)/m_r^b m_z^{a-b+1}, \quad (1)$$

где $\mu = n_o \lambda_c / n_c \lambda_o$ – отношение длин волн в среде; a – натуральное число; b – четное натуральное число. Для отражающих ГОЭ должно выполняться дополнительное условие $\mu = m_z$. В выражении (1) верхний знак «+» соответствует отражающим ГОЭ, а нижний знак «-» – пропускающим. При толщине, равной нулю ($z = 0$), система (1) сводится к системе уравнений тонкой голограммы [8]. Задача минимизации характеристической функции $V(r, z)$ сводится к решению соответствующих уравнений системы (1) и достигается выбором величин z_j, m_z, m_r и μ или их комбинаций [2–5, 8].

Рассмотрим расчет значений расстояний z_o, z_r при заданном фокусе F и поперечном увеличении β объемного ГОЭ. Далее поперечное увеличение будем называть просто увеличением.

Для объемного ГОЭ оптимальные расстояния z_o и z_r определяются из системы (1) при $a = 1, b = 2$ и $a = 2, b = 2$. Так, для пропускающего ГОЭ решение получаем в виде

$$\begin{aligned} 1/z_r &= m_r^2(P_c + 1)/2\mu F, \\ 1/z_o &= m_r^2(P_c - 1)/2\mu F, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$P_c = \mu m_z(\beta + 1)/m_r^2(\beta - 1). \quad (2a)$$

Для отражающего ГОЭ решение получаем в виде

$$\begin{aligned} 1/z_r &= m_r^2(Q_c + 1)/2\mu F, \\ -1/z_o &= m_r^2(Q_c - 1)/2\mu F, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$Q_c = [2m_z^2(\beta^2 + 1)/m_r^2(\beta - 1)^2 - 1]^{1/2}. \quad (3a)$$

Эти решения получены для первого положительного порядка дифракции ($k = 1$). Отметим, что оптимальные расстояния z_o и z_r существенно различаются для отражающих и пропускающих объемных ГОЭ с одинаковыми фокусами F и увеличениями β . Известно, что оптимальные схемы записи тонких отражающих (рельефных) ГОЭ рассчитываются по формулам для тонких пропускающих ГОЭ [8]. Следовательно, осевой отражающий тонкий и осевой отражающий объемный ГОЭ с одинаковыми фокусами и увеличением регистрируются в разных схемах записи.

Обсуждение. Заметим, что при заданном увеличении β , известных значениях коэффициентов усадок m_z, m_r , известном отношении длин волн μ параметры P_c и Q_c определяют вид сферических волн, которыми производится запись ГОЭ. Так, если P_c и Q_c меньше -1 , тогда объектная и опорная волны являются сходящимися. При $P_c = Q_c = -1$ опорная волна становится плоской. Если величины P_c и Q_c находятся между -1 и $+1$, то опорная волна – расходящаяся, а объектная – сходящаяся. При $P_c = Q_c = 1$ объектная волна становится плоской и, наконец, когда P_c и Q_c больше 1 , обе волны являются расходящимися. Знак «-» перед $1/z_o$ для отражающего ГОЭ указывает на встречное распространение волн.

Из условия существования действительного значения (3а) для отражающих ГОЭ имеет место ограничение

$$m_z/m_r \geq |\beta - 1|/(2\beta^2 + 2)^{1/2}. \quad (4)$$

Когда увеличение $\beta = 1$, возникает неопределенность, связанная с тем, что в этом случае величины расстояний z_o и z_r стремятся к нулю. В воздухе расстояния определяются делением на n_o , а длина z_r уменьшается на величину произведения толщины слоя на $(n_o - 1)$.

При вычитании из первого выражения системы (2) второго выражения этой же системы получаем известное уравнение тонкого пропускающего ГОЭ, совпадающее с уравнением тонкой линзы с фокусом $\mu F/m_r^2$. Эта аналогия исследовалась в [8, 9]. При сложении упомянутых выражений получаем уравнение сферического зеркала с фокусом $\mu F/P_c m_r^2$. Поэтому условия системы (1) (оптимального расположения записывающих точечных источников) могут быть получены из модели объемного осевого ГОЭ, обладающего свойствами тонкой линзы и сферического зеркала, причем отношение их фокусов равно параметру P_c . Аналогично для отражающего ГОЭ, складывая выражения системы (3), получаем формулу сферического зеркала с фокусом $\mu F/m_r^2$, а вычитая эти выражения, — формулу тонкой линзы с фокусом $\mu F/Q_c m_r^2$. Отношение фокусов равно параметру Q_c . Аналогия между отражающей голограммой и зеркалом проводилась в [1]. Понятно, что расположение записывающих источников может быть определено и графически как предмет и изображение путем одновременного построения в линзе и сферическом зеркале источников объектной и опорной волн. Эта модель объемного осевого ГОЭ справедлива для точек на оси Oz . Она объясняет, в частности, неопределенность, возникающую в (2) и (3) при увеличении $\beta = 1$. Увеличение $\beta = 1:1$ получается в тонкой линзе или сферическом зеркале, если предмет и его изображение совпадают с плоскостью установки тонкой линзы или сферического зеркала.

Далее рассмотрим следствия, возникающие при решении трех уравнений системы (1) для интересных с практической точки зрения примеров: объемного пропускающего ГОЭ с толщиной много меньше его поперечных размеров (толстые фотослои и слои бихромированной желатины) и отражающего ГОЭ с толщиной больше поперечных размеров (глубоко объемные микроголограммы в фотополимерах).

Пропускающий объемный ГОЭ. Записанный сферическими волнами из условий (2) и (3) объемный ГОЭ обладает в общем случае сферической аберрацией. Подставляя $1/z_r$ и $1/z_o$ из (2) в уравнение системы (1) при $a = 3$, $b = 4$, получаем условие исправления сферической аберрации в виде

$$m_z/m_r = [1 + (\beta - 1)^2(1 - m_r^2/\mu^2)]/3(\beta + 1)^2]^{1/2}.$$

На рис. 2, а, б приведены графики взаимосвязи допустимых значений отношений m_z/m_r , m_r/μ и увеличения β , а на рис. 3 — график зависимости m_z/m_r от m_r/μ . Из представленных графиков следует, что если отношение $m_r/\mu < 1$, то для любых увеличений требуется среда с коэффициентом усадки m_z больше коэффициента усадки m_r . Если же отношение $m_r/\mu > 1$, тогда, наоборот, требуется среда с коэффициентом усадки m_z , меньшим коэффициента

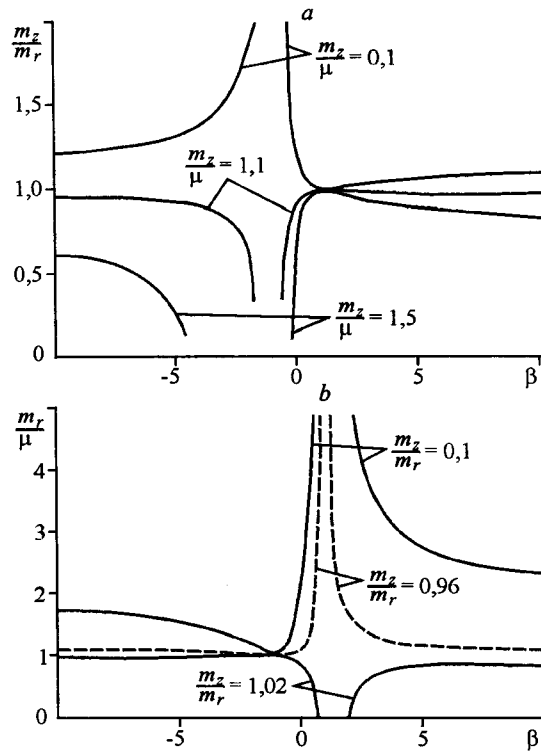


Рис. 2. Графики взаимосвязи для пропускающего объемного ГОЭ: отношения коэффициентов усадок m_z/m_r и увеличения β (a), величины m_r/μ и увеличения β (b)

усадки m_r . Из анализа данных этих графиков получаем, что для любых положительных увеличений β величина m_z/m_r изменяется от 1 до 1,16. Для любых отрицательных увеличений β величина m_r/μ изменяется от 1 до 2. Кроме того, при увеличении β больше 5 или меньше 0,2 величина m_r/μ не превышает 3. При изменении β от 0 до $-0,2$ и при $\beta < -5$ величина m_z/m_r изменяется от 1,16 до 1,32. Пользуясь этими графиками при известных коэффициентах усадки m_z, m_r и заданном увеличении β , можно определить отношение длин

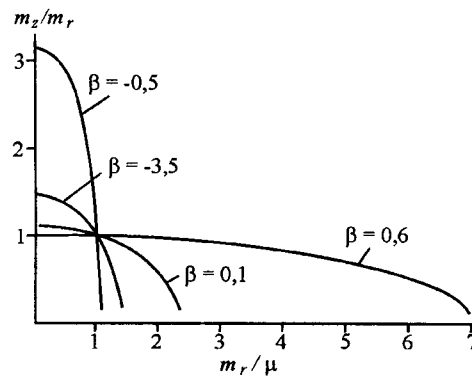


Рис. 3. График зависимости отношения коэффициентов усадок m_z/m_r объемного пропускающего ГОЭ от величины m_r/μ при увеличениях: $\beta = 0,1; 0,6; -0,5; -3,5$

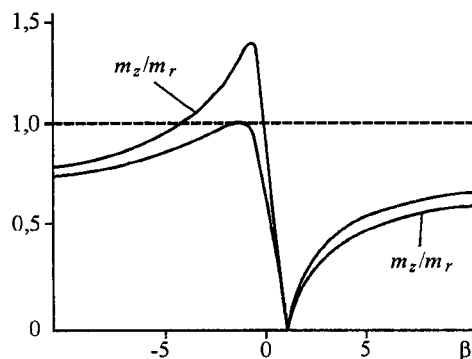


Рис. 4. График взаимосвязи отношения коэффициентов усадок m_z/m_r и увеличения β для глубоко объемного отражающего ГОЭ

сторон μ . А так как отношение средних показателей преломления n_o/n_c , как правило, выбирают из условия максимальной дифракционной эффективности, то получим оптимальное отношение λ_c/λ_o . И наоборот, если известны величины μ и m_r , то можно определить для заданного увеличения β величину усадки m_z или толщину на стадии записи. Толщина на стадии восстановления обычно задается из условий требуемой дифракционной эффективности и селективности ГОЭ.

Глубоко объемный отражающий ГОЭ. Подставляя $1/z_r$ и $-1/z_o$ из (3) в уравнение системы (1) при $a=3$, $b=2$, получаем два условия: равномерную усадку $m_z = m_r$ и $m_z/m_r = (\beta-1)^{3/2}/(2\beta^3-2)^{1/2}$ для исправления объемной сферической аберрации.

На рис. 4 представлен график взаимосвязи отношения коэффициентов усадок m_z/m_r и увеличения β . Видно, что при изменении увеличения β от $-1/4$ до -4 оптимальной является среда, у которой коэффициент усадки m_z больше коэффициента усадки m_r , причем отношение m_z/m_r не превышает $\sqrt{2}$. Для других значений увеличения β требуется среда, у которой коэффициент усадки $m_z < m_r$. В этом случае отношение m_z/m_r должно быть равно нулю при увеличении $\beta = 1$ и должно стремиться к величине $1/\sqrt{2}$ при больших значениях. Так как для отражающей голограммы отношение длин волн μ должно быть равно коэффициенту усадки m_z , то величина μ/m_r аналогичным образом зависит от увеличения β . На графике показано также, что условие существования решения (4) ограничивает значения m_z/m_r для положительных увеличений, тем самым приводя к остаточной сферической аберрации. Подставляя полученные оптимальные величины в характеристическую функцию $V(r, z)$, можем определить эту остаточную сферическую аберрацию [8]. Следует заметить, что полученные результаты применимы и при записи ГОЭ в динамической среде с неизотропной усадкой, если во время экспозиции происходит восстановление на длине волны, отличающейся от длины волны записи.

Заключение. Таким образом, в данной работе получены аналитические выражения, позволяющие рассчитать в первом приближении оптимальные расстояния от осевых объемных ГОЭ до источников записывающих сферических волн. Для пропускающих и отражающих объемных ГОЭ с неизотропной усадкой проанализированы оптимальные схемы записи сферическими волнами. Показано, что эти схемы могут быть получены из модели объемно-

го ГОЭ, обладающей одновременно свойствами тонкой линзы и сферического зеркала. На примере объемного пропускающего ГОЭ показано, что выбором значений коэффициентов усадок m_r , m_z , а также длин волн записи λ_o и восстановления λ_c может быть исправлена сферическая аберрация при известных значениях показателей преломления n_o , n_c и увеличения β . На примере отражающего глубоко объемного ГОЭ показано, что для среды с неизотропной усадкой увеличение β задает оптимальное отношение m_z/m_r , а при известных показателях преломления n_o , n_c и коэффициенте усадки m_r позволяет определить необходимое отношение длин волн λ_o/λ_c . Полученные результаты могут быть использованы при записи объемных ГОЭ цилиндрическими волнами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Денисюк Ю. Н. Об отображении оптических свойств объекта в волновом поле рассеянного им излучения // Оптика и спектроскопия. 1963. 15, № 4. С. 522.
2. Forshaw M. R. B. The imaging properties and aberrations of thick transmission holograms // Opt. Acta. 1973. 20, N 9. P. 669.
3. Ган М. А. Теория и методы расчета голограммных и киноформных оптических элементов. Л.: ГОИ, 1984.
4. Батомункуев Ю. Ц., Сандер Е. А., Шойдин С. А. Аберрации объемных пропускающих голограмм // Автоматизация проектирования оптических систем. Л.: ГОИ, 1989. С. 101.
5. Батомункуев Ю. Ц., Мешеряков Н. А. Расчет схемы записи цилиндрическими волнами объемного внесосевого голографического оптического элемента // Автометрия. 1999. № 4. С. 33.
6. Суханов В. И. Трехмерные глубокие голограммы и материалы для их записи // Оптический журнал. 1994. № 1. С. 61.
7. Sazonov Yu. A., Shelkovnikov V. V., Pen E. F., Gerasimova T. N. Photopolymer material for recording reflection holograms by He-Ne and Kr⁺ lasers // Proc. SPIE. 2000. 4149. P. 100.
8. Грейсух Г. И., Степанов С. А. Голографическое формирование зонной структуры дифракционных линз с заданными оптическими характеристиками // Голографические оптические элементы и системы. С.-Пб.: Наука, 1994.

*Сибирская государственная
геодезическая академия,
E-mail: rectorat@ssga.ru*

*Поступила в редакцию
30 марта 2001 г.*