

УДК 681.787

Ю. В. Троицкий

(Новосибирск)

**ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЙ ДЕТЕКТОР  
ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН,  
ИСПОЛЬЗУЮЩИЙ ВЫСОКООТРАЖАЮЩИЕ ЗЕРКАЛА\***

Рассчитывается отношение сигнала к дробовому шуму (ОСДШ) в лазерном интерференционном детекторе гравитационных волн (ДГВ). Рассмотрены два вида ДГВ: отражательный интерферометр Фабри – Перо (ИФП) и интерферометр Майкельсона, в плечах которого находятся ИФП. Учитывается влияние на ОСДШ рассогласования плеч и асимметрии плеч, находятся оптимальные рабочие режимы интерферометров. Показано, что при использовании современных высокоотражающих зеркал и правильном выборе параметров всей системы появляется возможность или повысить низкочастотную чувствительность ДГВ, или уменьшить размеры интерферометра.

**Введение.** Одна из интересных задач, стоящих перед современной оптикой – создание интерференционных устройств, позволяющих измерять сверхмалые перемещения, причиной которых являются гравитационные волны, исходящие из внеземных источников. Согласно общей теории относительности А. Эйнштейна эти волны возникают, например, в процессе слияния массивных компактных звездных объектов – нейтронных звезд и черных дыр. Оценка предполагаемой вероятности таких катаклизмов в не очень далеком Космосе (на расстояниях до нескольких сотен миллионов световых лет) показывает, что на Земле требуется регистрация перемещений  $\delta z \sim 10^{-22} z$  объектов (например, зеркал), находящихся на расстоянии  $z$  друг от друга. Для решения этой задачи за рубежом строятся несколько гигантских интерферометров длиной до 4 км [1]. В действующих детекторах гравитационных волн (ДГВ) пока не достигнуто необходимое соотношение сигнал/шум. Источниками шумов являются сейсмические помехи, тепловые шумы зеркал и их подвеса, флуктуации светового давления и т. п. На частотах выше 200–300 Гц сейчас основную роль играют дробовые шумы.

Наиболее известные проекты интерференционных ДГВ основываются на использовании интерферометров Майкельсона (ИМ) с высокодобротными интерферометрами Фабри – Перо (ИФП) в каждом плече [1]. В таком комбинированном интерферометре (далее обозначаемом ИМФП) отражающие интерферометры Фабри – Перо обеспечивают очень высокую чувствительность к изменению расстояния между зеркалами. Поэтому ИФП являются

\* Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российской государственной программы «Оптика. Лазерная физика».

главным средством обнаружения сверхмалых перемещений, возникающих под действием гравитационной волны. Интерферометр Майкельсона играет вспомогательную роль. Он уменьшает интенсивность света, падающего на выходной фотодетектор, и благодаря этому снижает уровень дробовых шумов. ИМ также снижает чувствительность ДГВ к флуктуациям частоты лазера – источника света. Кроме того, ИМ обеспечивает такую геометрию всего устройства, которая соответствует ожидаемой квадрупольной структуре гравитационных волн.

В новых проектах ДГВ в состав ИМФП вводятся некоторые дополнительные элементы, предназначенные для увеличения чувствительности и коррекции частотной характеристики, например зеркала для рециркуляции (recycling) мощности и выходного сигнала [2, 3]. В данной работе показано, что даже простейший вариант ИМФП еще не исчерпал своих возможностей и изменением его параметров можно заметно увеличить чувствительность. Очевидно, наибольшие надежды следует связывать с прогрессом в технологии диэлектрических покрытий, благодаря которому оказалось возможным получать зеркала с коэффициентом поглощения света около  $10^{-6}$ . ИФП с такими «суперзеркалами» имеют очень высокую чувствительность к малейшим перемещениям зеркал. Преимущества подобных зеркал становятся особенно заметными при специальном выборе их коэффициентов пропускания, которые должны быть близки к коэффициентам поглощения  $A$ . При этом условии получается максимальное отношение сигнала к дробовому шуму (ОСДШ) на выходе ИМФП.

Существует определенная альтернатива применению системы ИМФП в интерференционных ДГВ. Она состоит в том, чтобы исключить ИМ и использовать два отдельных интерферометра Фабри – Перо, освещаемых одним и тем же источником света и развернутых на угол  $90^\circ$  [4]. Этот вариант можно обозначить  $2 \times$  ИФП. В данной работе проведено сравнение схем ИМФП и  $2 \times$  ИФП.

**1. Расчет характеристик ИМФП.** Рассматриваемая система изображена на рис. 1. Два плеча интерферометра Майкельсона обозначены  $a$  и  $b$ . В каждом плече находятся многолучевые отражающие ИФП, образованные зеркалами  $M_1$  и  $M_2$  с расстояниями  $z_a$  и  $z_b$  между ними. Оптические длины участков между  $M_1$  и светоделительной пластиной BS равны соответствен-

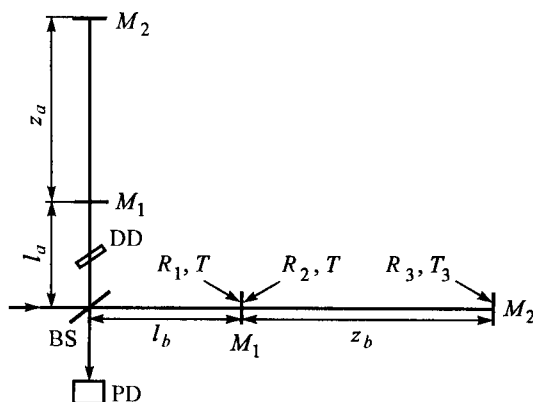


Рис. 1. Лазерный интерферометр Майкельсона с плечами Фабри – Перо, предназначенный для обнаружения малых перемещений

но  $l_a$  и  $l_b$ . Отношение мощности света  $P_{\text{PD}}$ , падающего на фотодетектор PD, к мощности источника света  $P_0$  обозначим как  $R_{\text{МД}} = P_{\text{PD}}/P_0$ .

Исходя из обычных формул для ИМ [5], можно написать

$$R_{\text{МД}} = T^{\text{BS}} R_a^{\text{BS}} |\rho_a + (H)^{1/2} \rho_b \exp(i\Phi_{ab})|^2, \quad (1)$$

где  $\rho_a$  и  $\rho_b$  – комплексные коэффициенты отражения от ИФП в плечах  $a$  и  $b$  соответственно. Параметр  $\Phi_{ab}$  – настройка ИМ:  $\Phi_{ab} = 2\omega(l_a - l_b)/c + \Psi_b^{\text{BS}} - \Psi_a^{\text{BS}}$ ;  $\Psi_a^{\text{BS}}$  и  $\Psi_b^{\text{BS}}$  – фазы отражений от BS с направлений  $a$  или  $b$ ;  $\omega$  – круговая частота света;  $c$  – скорость света;  $T^{\text{BS}}$  и  $R_a^{\text{BS}}$  – коэффициенты пропускания и отражения от BS по интенсивности со стороны плеча  $a$ .

Будем считать, что ИФП, находящиеся в плечах  $a$  и  $b$ , одинаковы. Однако практически невозможно достичь их полной идентичности. Примем во внимание амплитудную разницу плеч. Предположим, что отражения от светоделиителя со стороны  $a$  и  $b$  различны,  $R_a^{\text{BS}} \neq R_b^{\text{BS}}$ . Тогда в (1) должен быть введен коэффициент асимметрии  $H = R_b^{\text{BS}}/R_a^{\text{BS}}$ . Значения  $R_a^{\text{BS}}$  и  $R_b^{\text{BS}}$  фиктивны и служат только для учета асимметрии при расчетах. Такого же эффекта можно было бы добиться, вставляя в одно плечо поглощающий элемент.

Не вся световая энергия, падающая на резонатор Фабри – Перо, дает вклад в рабочую моду резонатора. Часть этой энергии теряется из-за расогласования мод резонатора и лазера; кроме того, часть света рассеивается на пути к резонатору. Поэтому в формуле (1) необходимо умножить  $\rho_a$  и  $\rho_b$  на коэффициенты согласования мод  $K_a^{1/2}$  и  $K_b^{1/2}$ . Неиспользованные части падающей мощности  $1 - K_a$  и  $1 - K_b$ , которые отражаются от зеркал  $M_1$ , создают дополнительное освещение фотодетектора PD и снижают отношение сигнала к дробовому шуму [6]. При этом возникает задача учета интерференции «внемодовых» лучей в месте нахождения PD. Решение задачи затруднено тем, что эти лучи могут иметь различные поперечные распределения, особенно если отсутствует выходной модовый фильтр (mode cleaner), а их фазы могут не совпадать с фазами «главных» пучков. Кажется разумным в качестве первого приближения суммировать «внемодовые» пучки по интенсивности (см. также комментарий к рис. 2). Тогда вместо (1) получаем (при условии  $R_1 \approx 1$ )

$$R_{\text{МД}} = T^{\text{BS}} R_a^{\text{BS}} \{ |K_a^{1/2} \rho_a + K_b^{1/2} H^{1/2} \rho_b \exp(i\Phi_{ab})|^2 + (1 - K_a) + H(1 - K_b) \}. \quad (2)$$

Как возможное дополнение к ИМФП на рис. 1 показана диэлектрическая пластинка DD, имеющая строго определенные толщину и показатель преломления. Может быть, она окажется полезной для уменьшения зависимости выходного сигнала ИМФП от частоты лазера [7].

**2. Комплексный коэффициент отражения высокодобротного ИФП.** Для расчета отражения от двухзеркального интерферометра Фабри – Перо (например, [5]) могут быть применены любые формулы. Используя формулу из [8, 9] и временно опуская индексы  $a$  и  $b$ , имеем

$$\rho = R_1^{1/2} \exp(i\Psi_1) \left\{ 1 + \frac{1}{\Lambda[(1/\mathfrak{R}) \exp(i2\varphi) - 1]} \right\}. \quad (3)$$

Здесь в соответствии с рис. 1  $R_1^{1/2} \exp(i\Psi_1)$  – коэффициент отражения зеркала  $M_1$  со стороны падающего светового пучка;  $R_2^{1/2} \exp(i\Psi_2)$  – то же самое для пучка, падающего изнутри ИФП;  $R_3^{1/2} \exp(i\Psi_3)$  – отражение от  $M_2$  при падении света изнутри ИФП. Соответствующие коэффициенты пропускания равны:  $T^{1/2} \exp(i\Phi_1)$  для  $M_1$  и  $T_3^{1/2} \exp(i\Phi_3)$  для  $M_2$ .  $\Re = (R_2 R_3)^{1/2}$ ,  $\varphi = \omega z/c - \Psi_1/2 - \Psi_2/2$ ,  $\Lambda = [(R_1 R_2)^{1/2}/T] \exp(i\vartheta)$ ,  $\vartheta = \Psi_1 + \Psi_2 - 2\Phi_1$ . Введем обозначения:  $A_1 = 1 - T - R_1$ ,  $A_2 = 1 - T - R_2$  и  $A = (A_2 + 1 - R_3)/2$ .

Задача оптимизации ИФП и ИМФП значительно упрощается, если рассматривать случай Фабри – Перо-резонаторов очень высокой добротности. Тогда величины  $A_1 + T$ ,  $A_2 + T$  и  $1 - R_3$  очень малы по сравнению с единицей. Разлагая в ряд Тейлора параметры, входящие в формулу (3), получаем

$$\rho(\varphi) = \frac{2A - T + i4(\varphi - \varphi_1)}{2A + T + i4(\varphi - \varphi_1)}. \quad (4)$$

Здесь  $\varphi_1$  – значение  $\varphi$  в точке минимума  $|\rho|$ ,  $\varphi_1 = m\pi$  ( $m = 1, 2, 3, \dots$ ); считаем, что  $|\varphi - \varphi_1| \ll 1$ . Принимаем также, что  $\vartheta = -(2m + 1)\pi$  из-за малого значения потерь  $A_1, A_2$  в зеркале  $M_1$  [8–10]. Фаза  $\rho$  измеряется в плоскости, где  $\exp(i\Psi_1) = 1$ .

**3. Отношение сигнала к дробовому шуму в интерферометре Фабри – Перо – Майкельсона.** Для вычисления ОСДШ можно использовать обычное выражение (например, [6]):

$$\text{ОСДШ} = \frac{|\delta P_{\text{PD}}|}{P_{\text{PD}}^{1/2}} \left[ \frac{\eta}{2h\nu(\Delta f)} \right]^{1/2}, \quad (5)$$

где  $P_{\text{PD}}$  – мощность света, падающего на фотодетектор;  $\delta P_{\text{PD}}$  – изменение этой мощности, вызванное малым изменением расстояний  $z_a$  и (или)  $z_b$  между зеркалами из-за прихода гравитационной волны;  $h$  – постоянная Планка;  $\nu = \omega/2\pi$ ;  $\eta$  – квантовая эффективность фотодетектора;  $\Delta f$  – частотный диапазон. В нашем случае  $P_{\text{PD}} = R_{\text{MI}}/P_0$ .

Рассмотрим простейший способ получения выходного сигнала ИМФП, когда рабочая точка находится на склоне резонансной кривой ИФП (DC read-out). Определим крутизну  $S_{\text{MI}}$  характеристики ИМФП, которая является функцией фазовой длины  $\varphi$  в ИФП:

$$S_{\text{MI}} = |dR_{\text{MI}}/d\varphi|, \quad (6)$$

где  $\varphi$  может быть связано с ИФП в плече  $a$ ,  $\varphi_a = (\omega z_a/c)$ , или в плече  $b$ ,  $\varphi_b = (\omega z_b/c)$ , в зависимости от того, какое плечо изменяется. Тогда (5) запишется в виде

$$\text{ОСДШ} = \frac{q_{\text{MI}}}{A} \left\{ \frac{\eta P_0}{2h\nu(\Delta f)} \right\}^{1/2} |\delta\varphi|, \quad (7)$$

$$q_{\text{MI}} = \frac{AS_{\text{MI}}}{R_{\text{MI}}^{1/2}}. \quad (8)$$

В (7) коэффициент перед скобкой записан в виде  $q_{\text{МЛ}}/A$ , где  $q_{\text{МЛ}}$  представляет собой фактор подавления дробового шума, который зависит только от отношения  $T/A$  и не зависит от величин  $T$  и  $A$  по отдельности. Последнее является свойством приближенной формулы (4).

**4. Вычисление ОСДШ в ИМФП.** На рис. 2 показаны результаты численных расчетов  $q_{\text{МЛ}}$  и  $S_{\text{МЛ}}$  при помощи формул (2), (4), (6) и (8). По горизонтальной оси отложены значения  $x = T/A$ . При каждом  $x$  значения  $\varphi$  (настройка ИФП) и  $\Phi_{ab}$  (настройка ИМ) выбирались из условия максимума  $q_{\text{МЛ}}$ . Поэтому каждая точка функций  $q_{\text{МЛ}}(x)$  (кривая 1) и  $AS_{\text{МЛ}}(x)$  (кривая 2) относится к рабочему режиму с наименьшим возможным дробовым шумом. Было сделано предположение, что два ИФП идентичны и  $K_a = K_b = K = 0,999$ ;  $R_a^{\text{BS}} = 0,49$ ,  $R_b^{\text{BS}} = 0,441$ , что дает коэффициент асимметрии  $H = 0,9$ . Максимальная величина  $q_{\text{МЛ}}$  равна 0,91 при  $x = 2$ ; в этой точке  $S_{\text{МЛ}} = 0,11/A$ . Параметры этой рабочей точки зависят от  $x$ ,  $H$ ,  $K$ , aberrаций и т. п. Поэтому целесообразно брать такие значения  $x = T/A$ , которые близки к 2, но не равны этому значению в точности. Иначе говоря, мы должны брать слегка меньшие или большие значения  $x$ . В частности, при  $x = 1$  мы имеем  $q_{\text{МЛ}} = 0,84$ , при  $x = 4$   $q_{\text{МЛ}} = 0,8$ . Однако дальнейшее отклонение от точки  $x = 2$  нежелательно:  $q_{\text{МЛ}} = 0,51$  при  $x = 10$ ,  $q_{\text{МЛ}} = 0,072$  при  $x = 100$  и  $q_{\text{МЛ}} = 7,4 \cdot 10^{-4}$  при  $x = 10^4$ . Одновременно с этим уменьшается и  $S_{\text{МЛ}}$ .

Представленные результаты показывают, что выбор коэффициентов пропускания передних зеркал ИФП очень важен. Выигрыш от использования «суперзеркал» с малым  $A$  может быть потерян, если взято неоптимальное пропускание зеркал.

Цель расчета двух вспомогательных кривых 3 и 4 на рис. 2 заключается в том, чтобы прояснить влияние амплитудных и фазовых характеристик ИФП на характеристики ИМФП. Кривая 3 рассчитана при помощи (2), (4) и (8) при условии, что в (2) произведена следующая замена:  $\rho_a \rightarrow \rho_a / |\rho_a|$  и

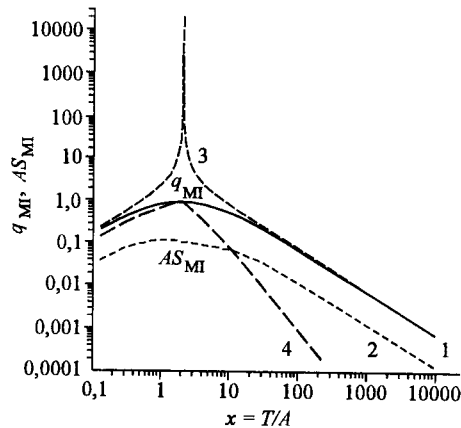


Рис. 2. Коэффициент  $q_{\text{МЛ}}$ , определяющий отношение сигнала к дробовому шуму в ИМФП, как функция коэффициента пропускания  $T$  переднего зеркала ИФП (кривая 1).  $S_{\text{МЛ}}$  — крутизна характеристики ИМФП в рабочих режимах, соответствующих максимуму  $q_{\text{МЛ}}$  (кривая 2). Все кривые рассчитаны для оптимальных настроек ИФП и ИМ в каждой точке. Мощность лазера  $P_0$  считается заданной,  $A = (1 - T - R_2 + 1 - R_3)/2$ . Зависимость  $q_{\text{МЛ}}$  от фазы отражения ИФП поясняется кривой 3 и от амплитуды — кривой 4. Их следует сравнить с кривой 1

$\rho_b \rightarrow \rho_b / |\rho_b|$ . Это означает искусственное исключение амплитудной вариации отражения от ИФП, как будто  $|\rho_a| = |\rho_b| = 1$ . Тогда остается только вариация фазы отражения. Если  $x \geq 40-50$ , кривые 1 и 3 совпадают (см. рис. 2). Следовательно, в расчетах ОСДШ при большом пропускании зеркал  $M_1$  амплитуду отражения ИФП можно принять равной единице. В отличие от этого при относительно малых значениях  $T$  кривые 1 и 3 различаются очень сильно, особенно в окрестности точки  $x = 2$ . Максимальное значение  $y$ -координаты кривой 3 превышает 10000, в то время как правильная величина  $q_{\text{М}}$  равна 0,91.

В противоположность кривой 3 при расчете кривой 4 игнорировалась вариация фазы  $\rho$  – в (2) считалось, что  $\rho_a = |\rho_a|$ ,  $\rho_b = |\rho_b|$ . Видно, что  $y$ -координата кривой 4 равна правильному значению параметра  $q_{\text{М}}$  (см. рис. 2, кривая 1) только при  $x \approx 2$ . Эта точка соответствует согласованию входного импеданса ИФП, когда его отражение становится очень малым. Кривая 4 соотносится с кривой  $q(x)$  отдельного ИФП (см. рис. 3, кривая 1).

Численные расчеты  $q_{\text{М}}$  и  $AS_{\text{М}}$ , показанные на рис. 2, были повторены при  $1 - K_a + H(1 - K_b) = 0$  в формуле (2). Тогда максимальное значение  $q_{\text{М}}$  вместо 0,91 становилось равным 1,08. Это означает, что вклад «внемодовых» пучков в освещение РД уменьшает ОСДШ на 16 % (если пучки суммируются по интенсивности и  $K_a = K_b = 0,999$ ).

**5. Дробовые шумы в отдельном ИФП.** Для вычисления чувствительности одиночного отражательного интерферометра Фабри – Перо [6] может быть использована формула, аналогичная (7):

$$\text{ОСДШ} = \frac{q}{A} \left\{ \frac{\eta P_0}{2h\nu (\Delta f)} \right\}^{1/2} |\delta\varphi|, \quad (9)$$

где

$$q = \frac{KAS}{(K\tilde{R} + 1 - K)^{1/2}}. \quad (10)$$

$\tilde{R} = |\rho|^2$  и  $S = |d\tilde{R}/d\varphi|$  могут быть найдены из (4). Как и для системы ИМФП, ОСДШ обратно пропорционально  $A$  и зависит от  $x = T/A$ . Для каждого значения  $x$  и  $K$  был вычислен коэффициент подавления дробового шума  $q$  при таком значении  $\varphi - \varphi_1$  (отстройки от резонанса), которое соответствует максимуму  $q$ . Кроме  $q$ , в этой оптимальной рабочей точке при помощи (4) и (10) вычислялись также значения  $S$  и  $\tilde{R}$ . Результаты вычислений при  $K = 0,999$  показаны на рис. 3. Видно, что функция  $q(x)$  (кривая 1) достигает максимума  $q_{\text{max}} = 1,91$  при  $x = 1,9$ . Штриховая линия 3,  $\tilde{R}(x)$ , показывает, что главной причиной увеличения  $q$  является резкое падение  $\tilde{R}$ , доходящее до 0,015. Такой рабочий режим примерно соответствует согласованию входного импеданса отражательного ИФП с волновым импедансом среды, прилегающей к ИФП со стороны источника света ([11], а в более общей форме [8, 10]). В данной рабочей точке крутизна  $S$  (кривая 2) тоже имеет минимум  $S = 0,24/A$ , но значение  $q \approx AS/\tilde{R}^{1/2}$  очень велико.

Если кроме высокого ОСДШ требуется также увеличить выходную амплитуду, т. е. крутизну, то можно слегка уйти из режима согласования. Например, при  $x = 1$  получаем  $q = 1,45$  и  $S = 0,7/A$ .

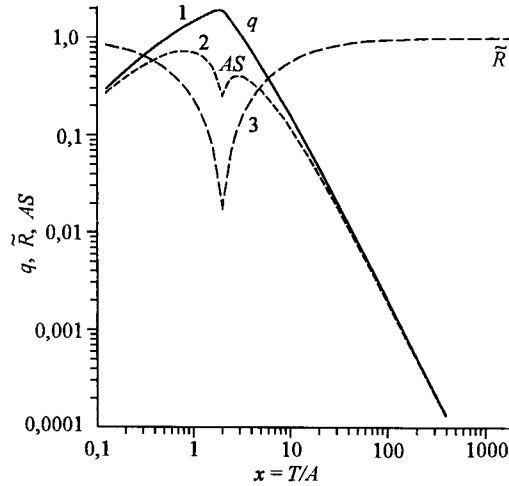


Рис. 3. Коэффициент подавления дробового шума  $q$  как функция коэффициента пропускания  $T$  переднего зеркала отдельного двухзеркального отражательного интерферометра Фабри – Перо (кривая 1).  $S$  – крутизна характеристики ИФП в точках максимального ОСДШ (кривая 2).  $\tilde{R}$  – отражение ИФП в этих же точках (кривая 3). Мощность лазера  $P_0$  считается заданной

Можно рекомендовать выбор  $T$  от  $\sim A$  до  $\sim 3A$ . Если возьмем очень большие значения  $T$ , то получим резкое увеличение дробовых шумов. Например, при  $T/A = 100$  имеем  $q = 2 \cdot 10^{-3}$ ; при  $T/A = 1000$   $q = 2 \cdot 10^{-5}$ . Одновременно с этим уменьшается и  $S$ . Таким образом, при неправильном выборе пропускания переднего зеркала ОСДШ падает значительно сильнее, чем в случае ИМФП. Причина этого понятна: при большом  $T$  отражение  $\tilde{R}$  отдельного ИФП довольно велико, а положительное влияние интерферометра Майкельсона на интенсивность света в точке расположения PD отсутствует.

**6. Интерферометр Фабри – Перо – Майкельсона при заданном нагреве зеркал.** Описанные выше расчеты произведены в предположении, что мощность  $P_0$  лазерного источника света задана. Увеличивая  $P_0$ , можно добиться увеличения ОСДШ. Но одновременно будет увеличиваться и мощность  $P_{\text{int}}$ , выделяемая внутри ИФП, и вследствие этого характеристики оптических элементов интерферометра могут ухудшиться. Может быть, это более серьезная трудность, чем недостаточная мощность лазера. В таком случае задача оптимизации должна решаться не при заданном  $P_0$ , а при заданном  $P_{\text{int}}$ . Ранее эта задача рассмотрена для ИФП при узких пределах изменения  $T/A$  [8, 12, 13]. В данной работе рассмотрим оптимизацию ИМФП в широком диапазоне параметров.

Мощность  $(P_{\text{int}})_a$ , выделяющаяся внутри плеча  $a$  (см. рис. 1), равна части мощности  $P_0$ , падающей на плечо  $a$ ,  $P_0 R_a^{\text{BS}}$ , за вычетом той части, которая отражается от (ИФП) $_a$ :  $(P_{\text{int}})_a = P_0 K_a R_a^{\text{BS}} (1 - |\rho_a|^2)$ . Та же величина мощности для плеча  $b$  равна  $(P_{\text{int}})_b = P_0 K_b T^{\text{BS}} (1 - |\rho_b|^2)$ . Полная мощность, выделяющаяся внутри двух плеч, равна:

$$P_{\text{int}} = (P_{\text{int}})_a + (P_{\text{int}})_b = P_0 [K_a R_a^{\text{BS}} (1 - |\rho_a|^2) + K_b T^{\text{BS}} (1 - |\rho_b|^2)]. \quad (11)$$

Если плечи идентичны, то  $\rho_a = \rho_b$  и  $K_a = K_b = K$ ,

$$P_{\text{int}} = P_0 K (1 - |\rho_a|^2) (R_a^{\text{BS}} + T^{\text{BS}}). \quad (12)$$

После подстановки в (7) величины  $P_0$  из (12) получаем

$$\text{ОСДШ} = \frac{g_{\text{MI}}}{A} \left\{ \frac{\eta P_{\text{int}}}{2h\nu (\Delta f)} \right\}^{1/2} |\delta\varphi|, \quad (13)$$

$$g_{\text{MI}} = \frac{AS_{\text{MI}}}{\{R_{\text{MI}} K (1 - |\rho_a|^2) (R_a^{\text{BS}} + T^{\text{BS}})\}^{1/2}}. \quad (14)$$

Вычислив  $|\rho_a|^2$  и  $|\rho_b|^2$  в рабочей точке, интересно определить величину  $\alpha = P_{\text{int}}/P_0$  в этой же точке. Формула (12) позволяет узнать, какую мощность  $P_0$  должен иметь лазер при заданном нагреве  $P_{\text{int}}$  интерферометра.

**7. Результат расчета ИМФП при задании нагрева зеркал.** Численные расчеты ИМФП для заданной величины мощности  $P_{\text{int}}$  производились при тех же параметрах  $R_a^{\text{BS}}$ ,  $R_b^{\text{BS}}$  и  $K$ , что и на рис. 2. Результаты расчетов при помощи (2), (4), (6), (12) и (14) показаны на рис. 4 для  $x$  от 0,1 до  $10^4$ . При каждом  $x = T/A$  величины  $\varphi_a = \varphi_b$  (отстройка от резонанса ИФП) и  $\Phi_{ab}$  (настройка интерферометра Майкельсона) устанавливались по максимуму ОСДШ. Таким образом,  $g_{\text{MI}}(x)$  (см. рис. 4, кривая 1) показывает максимальные значения при каждом  $x$ .

Максимально достижимое значение  $g_{\text{MI}}$  равно 0,91 и соответствует  $x \approx 2$ . Однако при  $x = 2$  (т. е. близко к условию импедансного согласования ИФП) значения  $g_{\text{MI}}$  могут стать неопределенными. Практически приемлемые ве-

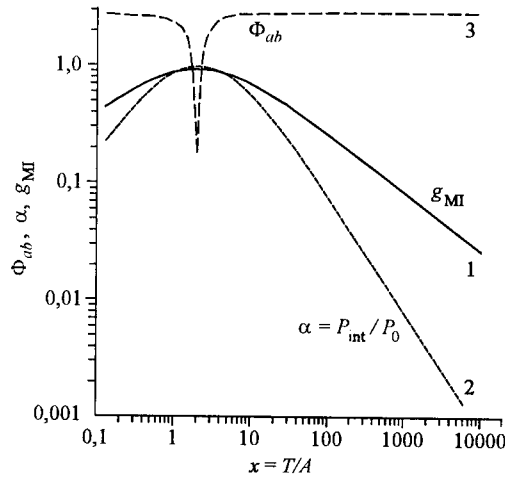


Рис. 4. Влияние пропускания передних зеркал отражательных ИФП, входящих в состав ИМФП, на коэффициент подавления дробового шума  $g_{\text{MI}}$  (кривая 1). В отличие от рис. 2 заданной считается световая мощность  $P_{\text{int}}$ , выделяющаяся внутри интерферометра. Кривая 2 показывает  $\alpha = P_{\text{int}}/P_0$  в точках максимально возможного ОСДШ. Кривая 3 показывает наилучшую настройку  $\Phi_{ab}$  интерферометра Майкельсона



личины  $x$  лежат в диапазоне примерно от 1 до 5. Вне этого диапазона ОСДШ постепенно падает с ростом  $x$ . Видно, что такое падение значительно меньше, чем на рис. 2: если  $x = 10^2$ , то  $g_{\text{М}} = 0,26$ ; если  $x = 10^3$ , то  $g_{\text{М}} = 0,084$ ; если  $x = 10^4$ , то  $g_{\text{М}} = 0,026$ . Следовательно, при заданной степени нагрева интерферометра ОСДШ менее критично к пропусканию  $T$  зеркала  $M_1$ , чем при заданной мощности лазера  $P_0$ .

Если  $x \approx 2$ , параметр  $\alpha = P_{\text{int}}/P_0$  (см. рис. 4, кривая 2) примерно равен единице. Это означает, что вся мощность лазера выделяется внутри интерферометра и избыток мощности не требуется. В отличие от этого при  $T/A = 10^4$  мощность лазера должна быть в  $1/\alpha = 1260$  раз больше, чем мощность, выделяемая внутри интерферометра. Если мощность лазера недостаточна, то следует использовать рециркуляцию мощности [2–4]. Но даже если желаемая мощность лазера достигнута, чувствительность при  $x = 10^4$  уменьшается в 35 раз по сравнению с оптимальным случаем  $x \approx 2$  (см. рис. 4, кривая 1). Увеличение мощности лазера не компенсирует ошибочно выбранное  $T$ .

Кривая 3 на рис. 4 показывает функцию  $\Phi_{ab}(x)$  – настройку ИМ, которая необходима для получения максимальных значений  $g_{\text{М}}$  и  $q_{\text{М}}$  в ИМФП. В большей части диапазона изменения  $x$   $\Phi_{ab}$  равно 2,7–2,8. Однако вблизи  $x \approx 2$   $\Phi_{ab}$  должно быть около нуля, что соответствует «светлой» полосе интерферометра Майкельсона. В этом случае снижение освещенности фотодетектора достигается за счет очень малого отражения от ИФП.

**8. Оценка чувствительности интерференционного ДГВ по уровню дробовых шумов.** Проведенные вычисления позволяют оценить чувствительность ДГВ к перемещениям в той мере, как она определяется дробовыми шумами. Обозначая  $|\delta z|_{\text{min}}$  минимальное обнаружимое перемещение при ОСДШ = 1 и подставляя  $|\delta\phi| = (\omega/c)|\delta z|_{\text{min}}$  в (14), можно записать

$$|\delta z|_{\text{min}} (\Delta f)^{-1/2} = \frac{A}{g_{\text{М}}} \left\{ \frac{hc\lambda}{2\pi^2 \eta P_{\text{int}}} \right\}^{1/2}. \quad (15)$$

Здесь  $g_{\text{М}}$  (коэффициент подавления дробового шума) следует удвоить, так как в разд. 7 эта величина вычислялась только для одного активного плеча. Принимаем следующие значения:  $P_{\text{int}} = P_0 = 1$  Вт,  $A_2 = 1 - R_3 = 1,1 \cdot 10^{-6}$  [14],  $\lambda = 0,85 \cdot 10^{-6}$  м,  $T = 2,2 \cdot 10^{-6}$ ,  $g_{\text{М}} = 1,45$ ,  $\eta = 0,8$ . Подстановка этих значений в (15) дает  $|\delta z|_{\text{min}} / (\Delta f)^{1/2} = 8 \cdot 10^{-23}$  м/Гц<sup>1/2</sup>. Если база интерферометра  $z$  равна 40 м, то  $|\delta z/z| / (\Delta f)^{1/2} = 2 \cdot 10^{-24}$  /Гц<sup>1/2</sup>. Если  $z = 4$  км,  $|\delta z/z| / (\Delta f)^{1/2} = 2 \cdot 10^{-26}$  /Гц<sup>1/2</sup>.

Хотя указанные выше значения в принципе сейчас достижимы, стабильность и однородность «суперзеркал» может быть еще под вопросом. Задача точного управления пропусканием зеркал без введения дополнительных потерь рассмотрена в [15].

Мы рассматривали квазистационарную чувствительность ДГВ, т. е. случай, когда световое поле достигает своего установившегося значения за время, которое пренебрежимо мало по сравнению с временным периодом гравитационной волны. Расширение частотного диапазона ДГВ следует рассматривать как отдельную задачу. В принципе избыток чувствительности можно «обменять» на трансформацию частотной характеристики. Простей-

ший способ сделать это (хотя, может быть, не самый эффективный) заключается в укорочении интерферометра. Вероятно, на этом пути можно построить ДГВ «лабораторных» размеров. Как дополнительное средство можно использовать расстроенный оптический резонатор на выходе интерферометра (resonant sideband extraction [16]) для изменения полосы пропускания и сдвига максимума чувствительности от нулевой частоты в желательный частотный диапазон. Следует отметить, что недавно был найден способ улучшения низкочастотного отклика интерференционных ДГВ в условиях сейсмических помех [17].

**Заключение.** Вычисления показали, что в ДГВ крайне желательно использовать зеркала, обладающие наименьшими возможными потерями  $A$ . Минимальное обнаружимое  $\delta z$  пропорционально  $A$ . Переднее зеркало ИФП должно иметь коэффициент пропускания  $T$ , который лежит примерно в диапазоне от  $A$  до  $3A$ . При оптимальном пропускании зеркала нет разницы (в отношении дробовых шумов) между системой ИМФП и системой из двух отдельных ИФП, расположенных под углом  $90^\circ$  [4]. Если же  $T$  далеко от оптимума, то использование интерферометра Майкельсона становится оправданным, так как влияние ошибочного  $T$  в ИМФП менее заметно, чем в каждом из отражательных ИФП по отдельности.

Целесообразно учитывать различие между двумя крайними случаями ограничений на ОСДШ, связанных с влиянием роста мощности света. В первом случае увеличение мощности ограничивается достижимой мощностью лазера. Во втором случае ограничивающим фактором является перегрев зеркал интерферометра. При оптимальном  $T$  это различие отсутствует. Однако, если  $T$  далеко от оптимального значения, каждый случай требует отдельного подхода в процессе оптимизации.

Если чувствительность по уровню дробовых шумов ограничена нагревом зеркал, то крайне желательно [13], чтобы потери на рассеяние света преобладали над собственно поглощением в зеркалах при тех же самых общих потерях. Например, если рассеяние в 100 раз больше поглощения, то чувствительность может быть в принципе увеличена в 10 раз. Мощность рассеянного света может быть поглощена не в зеркалах, а в диафрагмах или других вспомогательных элементах. Поэтому очень желательно совершенствование технологии диэлектрических покрытий в направлении уменьшения истинного поглощения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Abramovici A., Althouse W. E., Drever R. W. P. et al. LIGO: the laser interferometer gravitational-wave observatory // Science. 1992. 256. P. 325.
2. Meers B. J. Recycling in laser-interferometric gravitational wave observatory // Phys. Rev. D. 1988. 38. P. 2317.
3. Vinet J.-Y., Meers B., Man C. N., Brillat A. Optimization of long-baseline optical interferometers for gravitational-wave detection // Ibid. P. 433.
4. Shoemaker D., Fritschel P., Giaime J. et al. Prototype Michelson interferometer with Fabry – Perot cavities // Appl. Opt. 1991. 30. P. 3133.
5. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973.
6. Троицкий Ю. В. Оценка предельной чувствительности многолучевых интерферометров для измерения перемещений // Квантовая электроника. 1998. 25, № 1. С. 89.

7. **Троицкий Ю. В.** Компенсация частотной дисперсии в интерферометре Майкельсона при малой разнице длины плеч // *Оптика и спектроскопия*. 1998. **85**, № 4. С. 690.
8. **Троицкий Ю. В.** Многолучевые интерферометры отраженного света. Новосибирск: Наука, 1985.
9. **Troitski Y. V.** Progress in multiple-beam reflection interferometry // *Proc. SPIE*. 1996. **2775**. P. 216.
10. **Троицкий Ю. В.** Оптимизация и сравнение характеристик оптических интерференционных дискриминаторов // *Квантовая электроника*. 1978. **5**, № 5. С. 1101.
11. **Андряхин В. М., Басиев А. Г., Лебедева В. В., Одинцов А. И.** Регенеративный оптический квантовый усилитель мощности // *Радиотехника и электроника*. 1968. **13**, № 4. С. 743.
12. **Троицкий Ю. В.** Тепловые ограничения на чувствительность многолучевых интерферометров с лазерным освещением // *Квантовая электроника*. 1983. **10**, № 10. С. 2039.
13. **Троицкий Ю. В.** Чувствительность интерферометров в условиях интенсивной засветки, рассогласования полей и рассеяния света на зеркалах // *Оптика и спектроскопия*. 2001. **90**, № 2. С. 299.
14. **Rempe G., Thompson R. J., Kimble H. J., Lalezari R.** Measurement of ultralow losses in an optical interferometer // *Opt. Lett.* 1992. **17**. P. 363.
15. **Троицкий Ю. В.** Особенности синтеза структуры диэлектрических зеркал с учетом поглощения в слоях // *Оптика и спектроскопия*. 1987. **63**, № 4. С. 925.
16. **Mizuno J., Strain K. A., Nelson P. G. et al.** Resonant sideband extraction: a new configuration for interferometric gravitational wave detectors // *Phys. Lett. A*. 1993. **175**. P. 273.
17. **Drever R. W. P., Augst S. J.** Low-frequency operation of interferometers. Recent developments and experiments with coupled suspensions // LSC Meeting, August 15–17, 2000 (<http://www.ligo.caltech.edu>).

*Институт автоматизации и электрометрии СО РАН,  
E-mail: troitski@iae.nsk.su*

*Поступила в редакцию  
30 июля 2001 г.*