

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
А В Т О М Е Т Р И Я

№ 1

2002

КОМПЬЮТЕРНЫЕ СИСТЕМЫ
АНАЛИЗА И СИНТЕЗА ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 681.3

В. С. Киричук, В. П. Косых, Г. И. Перетягин, С. А. Попов
(Новосибирск)

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СЕРИИ КОСМИЧЕСКИХ СНИМКОВ
С ОБЩЕЙ ТОЧКОЙ НАВЕДЕНИЯ
ДЛЯ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЛЬЕФА МЕСТНОСТИ*

Предлагается и исследуется метод адаптивного оценивания рельефа местности и перемещения камеры по серии космических снимков с общей точкой наведения. Для этого применяется вариационный метод поиска оптимальных значений высот, позволяющий выделить максимальное значение функционала правдоподобия выборки (измеряемого набора нормированных яркостей и их градиентов) вдоль экстремали – вычисляемой последовательности проективных координат элемента местности на серии снимков. В таком подходе удалось решить вопрос постепенного уточнения значений проективных координат (точек экстремали) в процессе обработки путем применения тейлоровского разложения функционала правдоподобия. Это позволило также адаптировать алгоритм к изменениям геометрии съемки последовательным включением снимков в обработку. «Трассы» уточненных проективных координат отслеживаемых элементов местности на серии снимков (и соответствующие им матрицы ориентации) служат основой для окончательного восстановления рельефа.

Введение. Для оперативного анализа процессов, происходящих на Земле и в приземном слое атмосферы, предполагается проводить непрерывный мониторинг, базирующийся на наблюдениях с космических носителей за выбранными участками поверхности Земли. Последовательности изображений, полученных при различных ракурсах наблюдения, позволяют исследовать развитие процессов в трехмерном пространстве. Основой этих исследований является создание методов и алгоритмов восстановления объемных структур и выявление динамики наблюдаемых объектов.

В работе [1] представлен и исследован метод оценивания структуры пространственного объекта по последовательности снимков участка земной поверхности, полученных с помощью движущейся частично калиброванной камеры, установленной на искусственном спутнике Земли. Принято, что оптическая ось регистрирующей камеры направлена в одну и ту же точку пространства и из параметров съемки неизвестными являются только текущий угол поворота камеры вокруг своей оптической оси и смещение начала коор-

* Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 99-01-00489).

динат цифрового изображения относительно оптического центра камеры. Представлены алгоритмы оценивания неизвестных параметров съемки и восстановления трехмерных координат точек наблюдаемой поверхности по измеряемой последовательности их проекций в фокальной плоскости движущейся камеры и приведены экспериментально установленные характеристики точности восстановления.

Данный метод восстановления структуры поверхности по серии изображений использует оценки кросскорреляции между фрагментами текущего и «эталонного» изображений с применением общей аффинной компенсации для их геометрической привязки и поиска последовательностей сопряженных точек. При сравнительно небольших длинах последовательностей снимков этот подход хорошо работает. Однако для достаточно удаленных (во времени) снимков общее аффинное приближение к проективному преобразованию является источником все увеличивающихся локальных ошибок в найденных координатах сопряженных точек. Более того, это приводит к резкому уменьшению кросскорреляции между некоторыми фрагментами на первом (эталонном) снимке и фрагментами на далеко отстоящих (текущих) снимках, к срыву отслеживания (пропаданию) ряда последовательностей сопряженных точек, что сокращает «сетку» восстанавливаемых элементов рельефа. Поэтому после совместной обработки нескольких изображений (начального оценивания параметров рельефа и ориентации камеры) для дальнейшего поиска сопряженных точек возникает необходимость в использовании (вместо аффинного приближения) более точных (проективных) соотношений. Развитие соответствующего подхода является целью данной работы.

1. Модель съемки. Предположим, что существует достаточно длинная серия снимков одного и того же участка земной поверхности, полученных со спутника проективной камерой с известными внутренними параметрами. В глобальной (топоцентрической [2]) системе координат, образующей правую тройку векторов, положение оптического центра камеры в момент времени t задано азимутальным углом γ_t , углом склонения ϵ_t и расстоянием до начала координат l_t , $t \in (t_1, t_2, \dots, t_k)$, причем при съемке всей серии оптическая ось камеры направлена в фиксированную точку пространства (точку наведения). По этим данным можно определить орбитальную систему координат, в которой ось OZ совпадает с оптической осью первой камеры и направлена от камеры к сцене, ось OX лежит в плоскости орбиты (задаваемой оптическими осями в первый и текущие моменты съемки). Тогда ось OY ортогональна данной плоскости и ее направление должно образовывать правую тройку с осями OZ и OX . Однако направления строк и столбцов матричного фотоприемника камеры (формирующего изображение наблюдаемой сцены) не совпадают с направлениями осей OX и OY орбитальной системы координат. Поэтому задача калибровки здесь сводится к оцениванию текущих углов поворота камеры φ_t вокруг оптической оси, лежащей в плоскости орбиты спутника [1]. Этим устанавливается ориентация фотоприемника (камеры) относительно глобальной системы координат в текущий момент времени. Она определяет-

ся ортонормированной матрицей $\mathbf{R}_t = \mathbf{R}_t(\varphi_t) = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_t^T \\ \mathbf{b}_t^T \\ \mathbf{c}_t^T \end{bmatrix}$, где \mathbf{a}_t^T , \mathbf{b}_t^T , \mathbf{c}_t^T – строки матрицы.

Будем считать, что наблюдаются N элементов сцены, заданных трехмерными (3D) векторами $(\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2, \dots, \mathbf{M}_N)$, $\mathbf{M}_n = (X_n, Y_n, Z_n)$, $n = \overline{1, N}$, в глобальной системе координат. Учет перспективных соотношений позволяет известным образом [3] сопоставить евклидовы координаты точек трехмерной сцены \mathbf{M}_n с нормированными координатами их проекций в плоскости фотоприемника (x_m, y_m) в виде

$$x_m = \frac{u_m w}{f} = \frac{\tilde{X}_m}{\tilde{Z}_m} = \frac{\mathbf{a}_t^T \mathbf{M}_n}{(\mathbf{c}_t^T \mathbf{M}_n + l_t)}; \quad y_m = \frac{v_m h}{f} = \frac{\tilde{Y}_m}{\tilde{Z}_m} = \frac{\mathbf{b}_t^T \mathbf{M}_n}{(\mathbf{c}_t^T \mathbf{M}_n + l_t)}. \quad (1)$$

Здесь f – фокусное расстояние камеры, выраженное в пикселах; координаты (u_m, v_m) измеряются в пикселах фотоприемника вдоль строк и столбцов относительно главной точки камеры; w и h – расстояния между ячейками фотоприемника вдоль строк и столбцов соответственно. В формуле (1) координаты $(\tilde{X}_m, \tilde{Y}_m, \tilde{Z}_m) = \tilde{\mathbf{M}}_m$ точек сцены (относительно текущей ориентированной орбитальной системы координат камеры) связаны с однородными координатами соответствующих им точек изображения $\mathbf{m}_m = (x_m, y_m, 1)^T$ соотношениями $\tilde{\mathbf{M}}_m = \tilde{Z}_m \mathbf{m}_m$. Отсюда также непосредственно следует, что

$$\tilde{\mathbf{M}}_m = \mathbf{R}_t \mathbf{M}_n + \mathbf{L}_t = \mathbf{R}_t \mathbf{R}_1^T (\tilde{\mathbf{M}}_{1n} - \tilde{\mathbf{L}}_1) + \tilde{\mathbf{L}}_t = \tilde{\mathbf{R}}_t (\tilde{\mathbf{M}}_{1n} - \mathbf{S}_t), \quad (2)$$

где $\mathbf{L}_t = (0, 0, l_t)^T$, $\tilde{\mathbf{R}}_t = \mathbf{R}_t \mathbf{R}_1^T$, $\mathbf{S}_t = \mathbf{L}_1 - \tilde{\mathbf{R}}_t^T \mathbf{L}_t$.

Обработка серии снимков предлагаемым далее методом восстановления рельефа местности (оценивание координат элементов поверхности \mathbf{M}_n , $n = 1, 2, \dots, N$) разбивается на два этапа. На первом этапе привлекается метод наименьших квадратов (МНК) для оценивания координат элементов рельефа, состоящий из следующих шагов:

- поиск сопряженных точек на последовательности (~ 10) снимков с использованием общих аффинных преобразований;
- вычисление неизвестных параметров φ_t текущих положений камеры и матриц ориентации $\mathbf{R}_t(\varphi_t)$;
- МНК-оценивание трехмерных координат элементов рельефа, соответствующих найденным последовательностям сопряженных точек.

На втором этапе (посредством обработки дальнейшей серии снимков) привлекается вариационный метод поиска оптимальных значений высот, позволяющий выделить максимальное значение функционала правдоподобия выборки (измеряемого набора нормированных яркостей и их градиентов) вдоль экстремали – вычисляемой последовательности проективных координат элемента местности на серии снимков.

2. МНК-алгоритм восстановления рельефа. Представим транспонированную матрицу ориентации камеры в момент времени t в виде $\mathbf{R}_t^T =$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{1t}^T \\ \mathbf{r}_{2t}^T \\ \mathbf{r}_{3t}^T \end{bmatrix}, \text{ а матрицу } \tilde{\mathbf{R}}_t = \mathbf{R}_t \mathbf{R}_1^T \text{ в формуле (2) как } \tilde{\mathbf{R}}_t = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{a}}_t^T \\ \tilde{\mathbf{b}}_t^T \\ \tilde{\mathbf{c}}_t^T \end{bmatrix}. \text{ Тогда формулу (2)}$$

можно переписать покомпонентно следующим образом:

$$\begin{aligned}\tilde{Z}_m x_m &= \tilde{\mathbf{a}}_t^T (\tilde{\mathbf{M}}_{1n} - \mathbf{S}_t), & \tilde{Z}_m y_m &= \tilde{\mathbf{b}}_t^T (\tilde{\mathbf{M}}_{1n} - \mathbf{S}_t), \\ \tilde{Z}_m &= \tilde{\mathbf{c}}_t^T (\tilde{\mathbf{M}}_{1n} - \mathbf{S}_t), & t &\in (t_1, t_2, \dots, t_K).\end{aligned}\quad (3)$$

Подставляя вместо \tilde{Z}_m его выражение из третьего уравнения (3) в первые два уравнения и комбинируя их с уравнением $\tilde{\mathbf{M}}_{1n} = \tilde{Z}_{1n} \mathbf{m}_{1n}$, получим переопределенную систему уравнений для неизвестных высот рельефа \tilde{Z}_{1n} в задаваемых точках \mathbf{m}_{1n} первого снимка:

$$\begin{bmatrix} x_m \tilde{\mathbf{c}}_t^T \mathbf{m}_{1n} - \tilde{\mathbf{a}}_t^T \mathbf{m}_{1n} \\ y_m \tilde{\mathbf{c}}_t^T \mathbf{m}_{1n} - \tilde{\mathbf{b}}_t^T \mathbf{m}_{1n} \end{bmatrix} \tilde{Z}_{1n} = \begin{bmatrix} (x_m \tilde{\mathbf{c}}_t^T - \tilde{\mathbf{a}}_t^T) \mathbf{S}_t \\ (y_m \tilde{\mathbf{c}}_t^T - \tilde{\mathbf{b}}_t^T) \mathbf{S}_t \end{bmatrix}.\quad (4)$$

Запишем эту систему как $\begin{bmatrix} g_{xt}^n \\ g_{yt}^n \end{bmatrix} \tilde{Z}_{1n} = \begin{bmatrix} e_{xt}^n \\ e_{yt}^n \end{bmatrix}$. Ее МНК-решение имеет вид

$$\hat{Z}_{1n} = \frac{\sum_{t=t_2}^{t_K} (g_{xt}^n e_{xt}^n + g_{yt}^n e_{yt}^n)}{\sum_{t=t_2}^{t_K} (g_{xt}^n g_{xt}^n + g_{yt}^n g_{yt}^n)},\quad (5)$$

и тогда оценки 3D-координат элементов рельефа сцены (в соответствии с (1) и (2)) будут следующими:

$$\hat{\mathbf{M}}_{1n} = \hat{Z}_{1n} \mathbf{m}_{1n}, \quad \hat{\mathbf{M}}_n = \mathbf{R}_1^T (\hat{\mathbf{M}}_{1n} - \mathbf{L}_1) = \mathbf{R}_1^T (\hat{Z}_{1n} \mathbf{m}_{1n} - \mathbf{L}_1).\quad (6)$$

Из вышеприведенных соотношений нетрудно заметить, что оценки глобальных координат (X_n, Y_n) можно записать в виде линейной зависимости от оценки высоты Z_n :

$$\begin{aligned}\hat{Z}_n &= \hat{Z}_{1n} \mathbf{r}_{3t}^T \mathbf{m}_{1n} - \mathbf{r}_{3t}^T \mathbf{L}_1, \\ \hat{X}_n &= \frac{\mathbf{r}_{1t}^T \mathbf{m}_{1n}}{\mathbf{r}_{3t}^T \mathbf{m}_{1n}} \mathbf{r}_{3t}^T \mathbf{L}_1 - \mathbf{r}_{1t}^T \mathbf{L}_1 + \frac{\mathbf{r}_{1t}^T \mathbf{m}_{1n}}{\mathbf{r}_{3t}^T \mathbf{m}_{1n}} \hat{Z}_n = g_{1x} + h_{1x} \hat{Z}_n, \\ \hat{Y}_n &= \frac{\mathbf{r}_{2t}^T \mathbf{m}_{1n}}{\mathbf{r}_{3t}^T \mathbf{m}_{1n}} \mathbf{r}_{3t}^T \mathbf{L}_1 - \mathbf{r}_{2t}^T \mathbf{L}_1 + \frac{\mathbf{r}_{2t}^T \mathbf{m}_{1n}}{\mathbf{r}_{3t}^T \mathbf{m}_{1n}} \hat{Z}_n = g_{1y} + h_{1y} \hat{Z}_n.\end{aligned}\quad (7)$$

Пусть $(x_{1n}, y_{1n}), n = \overline{1, N}$, – последовательность точек на первом (эталонном) снимке, к которым осуществляется привязка проективных координат элементов местности на всех последующих снимках. Тогда проективные координаты на следующих снимках, соответствующие (сопряженные) точкам (x_{1n}, y_{1n}) первого снимка, связаны с ними уравнениями проектирования (см. формулы (1) и (7)):

$$x_m = \frac{a_{0t} X_n + a_{1t} Y_n + a_{2t} Z_n}{c_{0t} X_n + c_{1t} Y_n + c_{2t} Z_n + l_t} = \frac{G_{xt}^n + H_{xt}^n Z_n}{Q_t^n + P_t^n Z_n},\quad (8)$$

$$y_m = \frac{b_{0t}X_n + b_{1t}Y_n + b_{2t}Z_n}{c_{0t}X_n + c_{1t}Y_n + c_{2t}Z_n + l_t} = \frac{G_{yt}^n + H_{yt}^n Z_n}{Q_t^n + P_t^n Z_n}.$$

Введенные переменные ($G_{xt}^n, G_{yt}^n, H_{xt}^n, H_{yt}^n, P_t^n, Q_t^n$), что нетрудно заметить, определяются внешними и внутренними параметрами камеры, а также координатами точек на первом снимке, к которым осуществляется привязка всех последующих снимков на основе вычисляемого набора сопряженных точек (x_m, y_m) , $t \in (t_1, t_2, \dots, t_K)$, $n = \overline{1, N}$.

3. **Дисперсия оценки.** В векторных обозначениях уравнения (4) и (5) имеют вид $\mathbf{G}\tilde{Z}_{1n} = \mathbf{e}$, $\tilde{Z}_{1n} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{e}$. Величина $\tilde{Z}_{1n} - \hat{Z}_{1n}$ имеет смысл ошибки определения высоты (элемента рельефа, соответствующего выделенной последовательности сопряженных точек на снимках) в системе координат первой камеры. Хорошо известно [4], что дисперсия ошибок МНК-оценок параметров имеет вид

$$\sigma_z^2 = \sigma_e^2 (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1}.$$

Здесь σ_e^2 – дисперсия ошибок «измерений» (предполагается, что элементы вектора измерений \mathbf{e} некоррелированы и имеют одинаковую дисперсию).

Нетрудно проверить [4], что минимум нормы разности вектора $\mathbf{e} - \mathbf{G}\tilde{Z}_{1n}$ равен $R_0^2 = \mathbf{e}^T \mathbf{e} - \mathbf{e}^T \mathbf{G} (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{e}$ с математическим ожиданием

$$E(R_0^2) = \sigma_e^2 \text{Trace}(\mathbf{I}_K - \mathbf{G} (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T) = (K - 1) \sigma_e^2,$$

так как след вышеприведенных матриц равен их рангу, а ранг равен соответственно K (для единичной матрицы \mathbf{I}_K) и l (числу компонент вектора оценок). В результате находим несмещенную оценку дисперсии ошибок измерения: $\hat{\sigma}_e^2 = R_0^2 / (K - 1)$. Полученные соотношения позволяют провести непосредственный анализ качества (точности) восстановления элементов поверхности.

При достаточно высокой частоте съемки элементы матриц ориентации камеры \mathbf{R} , практически не изменяются для соседних снимков, что позволяет использовать на этапе обработки очередного снимка ее предыдущее значение с последующим уточнением. Исходя из этого, далее рассматривается способ последовательного оценивания значений проективных координат сопряженных точек в процессе обработки путем применения тейлоровского разложения функционала правдоподобия.

4. **Вариационное решение.** Будем далее следовать вариационной постановке стереопроблемы [5]. Это позволяет уйти непосредственно от поиска сопряженных точек и свести проблему к минимизации функционала, определяемого проективной геометрией сцены, относительно функции пространственного рельефа $Z(X, Y)$. К тому же в вышепредставленном методе восстановления рельефа оценка высот осуществляется для каждой точки поверхности отдельно. Это может привести к так называемому «негладкому» решению в целом: от точки к точке оценка высот может иметь нерегулярные отклонения и даже выбросы. Для получения гладкого решения минимизируем вариационный функционал по функции Z в заданной области Ω (учитыв-

вая, что координаты области (X, Y) взаимосвязаны с выбранными координатами на первом снимке и величиной Z (7):

$$\Psi(Z) = \iint_{(X, Y) \in \Omega} \Phi(X(x, y, Z), Y(x, y, Z)) dXdY + \lambda \iint_{(X, Y) \in \Omega} \|\nabla Z\|^2 dXdY, \quad (9)$$

причем $\|\nabla Z\|^2 = (\partial Z / \partial X)^2 + (\partial Z / \partial Y)^2$. Первый член в (9) обычно измеряет расхождение между функциями искомого параметра $Z(X, Y)$ и их предполагаемыми образцами. Здесь подынтегральное выражение (в отличие от [5]) мы полагаем равным функции правдоподобия выборки с обратным знаком (см. далее): $\Phi(X, Y, Z) = -L(\xi, Z(X, Y))$. Второй член этого же уравнения исполняет роль регуляризирующей компоненты, сглаживающей локальные вариации рельефа [6]. Параметр λ играет важную роль в областях, где решение гладкое, ограждая его от случайных искажений, связанных с наличием шума. Величина этого параметра обратно пропорциональна отношению сигнал/шум во входных данных. В областях, где функция Z непрерывна, уравнение Эйлера – Лагранжа для нее (решение вариационной проблемы) принимает вид [6]: $\Delta Z = \frac{1}{2\lambda} \frac{\partial \Phi}{\partial Z}$, где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2}$ – лапласиан. Как обычно, привлекая конечно-разностную аппроксимацию, данное дифференциальное уравнение можно дискретизовать, используя для лапласиана $Z(X, Y)$ аппроксимацию вида

$$\Delta Z = 4(\bar{Z}(X, Y) - Z(X, Y)), \quad (10)$$

где $\bar{Z}(X, Y)$ – локальное среднее, полученное усреднением $Z(X, Y)$ по высотам в окрестности точки (X, Y) . Поэтому дискретная версия уравнения (10) в областях, где Z является гладкой функцией, имеет вид следующей итерационной схемы:

$$Z^m(X, Y) = \bar{Z}^{m-1}(X, Y) - \frac{1}{8\lambda} \frac{\partial \Phi^{m-1}}{\partial Z} = \bar{Z}^{m-1}(X, Y) + \Delta Z^m, \quad (11)$$

где m – номер итерации. Здесь параметр λ , как мы помним, обратно пропорционален отношению сигнал/шум и, следовательно, чем больше дисперсия сигнала (вариации рельефа) по отношению к уровню шума, тем больший вес в (11) будет иметь второй (уточняющий) член по отношению к первому (сглаживающему) на m -й итерации.

5. Функция правдоподобия выборки. Пусть (\hat{x}_m, \hat{y}_m) – оценки проективных координат на l -м снимке камеры, вычисленные на основе МНК-оценок (7) глобальных координат рельефа $(\hat{X}_n, \hat{Y}_n, \hat{Z}_n)$ и соответствующие целочисленным координатам (x_{1n}, y_{1n}) первого снимка серии изображений. Ошибки в предварительно определенных (или заданных) оценках глобальных координат приводят к ошибкам и в оценках проективных координат, так что яркости элементов рельефа в вычисленных местах, нормированные относительно возможных амплитудных преобразований, неодинаковы: $\theta_l I_l(x_{1n}, y_{1n}) \neq I_l(\hat{x}_m, \hat{y}_m)$ (θ_l – нормирующий множитель). На самом деле можно лишь утверждать, что справедливы соотношения $\theta_l I_l(x_m, y_m) = I_l(\hat{x}_m + \delta_{xm}^n, \hat{y}_m + \delta_{ym}^n) + \xi_m$, где $(\delta_{xm}^n, \delta_{ym}^n) = (x_m - \hat{x}_m, y_m - \hat{y}_m)$ – неизвестные параметры сдвига действительных проективных координат (x_m, y_m) на

t -м изображении относительно вычисленных (\hat{x}_m, \hat{y}_m) для заданного элемента поверхности $(\hat{X}_n, \hat{Y}_n, \hat{Z}_n)$; ξ_m – случайная помеха в яркости.

Привлекая для уточнения проективных координат окрестности точек (x_{1n}, y_{1n}) и (\hat{x}_m, \hat{y}_m) , можно показать, что нормирующий множитель $\hat{\theta}_t$, минимизирующий среднее квадратичное отклонение (СКО) центрированных яркостей \tilde{I} на сравниваемых фрагментах, равен:

$$\hat{\theta}_t = \left[\sum_{k,l} \tilde{I}_t(\hat{x}_m + h_x(k,l), \hat{y}_m + h_y(k,l)) \tilde{I}_1(x_{1n} + k, y_{1n} + l) \right] / K_F \hat{\sigma}_{1n}^2,$$

где K_F – число окрестных точек (размер фрагмента); $(h_x(k,l), h_y(k,l))$ – сдвиг относительно вычисленных проективных координат, соответствующий целочисленному сдвигу (k,l) на первом снимке; $\hat{\sigma}_{1n}^2$ – оценка среднего квадратичного отклонения яркостей от среднего значения на первом снимке.

Пусть $\hat{I}_t(x, y) = \hat{\theta}_t I_1(x, y)$ и

$$\xi_t = I_t(x, y) - \hat{I}_t(x, y) \quad (12)$$

– случайная гауссова величина с нулевым средним и дисперсией σ_ξ^2 . Тогда ее логарифм плотности распределения

$$\ln p(\xi_t) = - \left(\frac{\xi_t^2}{2\sigma_\xi^2} \right) - \ln(\sqrt{2\pi}\sigma_\xi). \quad (13)$$

Далее будем предполагать, что рельеф поверхности моделируется в виде гладкой функции пространственных координат $Z(X, Y)$, которая неявно входит в уравнение (13) в соответствии с соотношениями (12). Привлекая терминологию математической статистики, величину $S(\xi_t, Z) = \frac{\partial}{\partial Z} \ln p(\xi_t, Z)$ назовем вкладом выборки (12), имеющим здесь вид

$$S(\xi_t, Z) = \frac{(I_t - \hat{I}_t)}{\sigma_\xi^2} \left(\frac{\partial I_t}{\partial x_t} \frac{\partial x_t}{\partial Z} + \frac{\partial I_t}{\partial y_t} \frac{\partial y_t}{\partial Z} \right). \quad (14)$$

Производные в (14) определяются непосредственно из соотношений (8):

$$x'_Z = \frac{\partial x_t}{\partial Z} = \frac{H_{xt} Q_t - P_t G_{xt}}{(Q_t + P_t Z)^2}, \quad y'_Z = \frac{\partial y_t}{\partial Z} = \frac{H_{yt} Q_t - P_t G_{yt}}{(Q_t + P_t Z)^2}.$$

Как известно, математическое ожидание вклада выборки равно нулю ($E_Z(S(\xi_t, Z)) = 0$), и при этом математическое ожидание его квадрата $I_F(Z) = E_Z\{S^2(\xi_t, Z)\}$ носит название функции информации Фишера [7]. В некотором смысле эта функция является мерой количества информации о Z , содержащейся как в самих значениях центрированных интенсивностей $\xi_t = I_t(x, y) - \hat{I}_t(x, y)$, так и в наблюдаемых образах градиентов $\{I'_{xt}, I'_{yt}, x'_Z, y'_Z\}$. Понятно, что по всей серии изображений вдоль экстремали (последова-

тельности проективных координат сопряженных точек) логарифм функции плотности совместного распределения (функция правдоподобия выборки) $\xi = (\xi_{t_2}, \xi_{t_3}, \dots, \xi_{t_k})$ вследствие независимости компонент равен:

$$L(\xi_{t_2}, \xi_{t_3}, \dots, \xi_{t_k}; Z) = - \sum_{t=t_2, \dots, t_k} \frac{(I_t - \hat{I}_t)^2}{2\sigma_\xi^2} - T \ln(\sqrt{2\pi}\sigma_\xi).$$

Известно, что при определенных условиях регулярности совместного распределения оценка максимального правдоподобия (максимизирующая функцию правдоподобия) является состоятельной и наилучшей асимптотически нормальной оценкой с асимптотической дисперсией $I_F^{-1}(Z)$. Существует ряд численных методов для нахождения максимума функции правдоподобия по оцениваемому параметру. Так, например, широко распространенный метод Ньютона – Рафсона основан на разложении уравнения правдоподобия (вклада выборки) $\frac{\partial L(\xi; Z)}{\partial Z} = S(\xi; Z) = 0$ в окрестности оценки \hat{Z} [4]:

$$0 = \frac{\partial L(\xi; \hat{Z})}{\partial Z} = S(\xi; \hat{Z}) = S(\xi; Z_1) + (\hat{Z} - Z_1) \frac{\partial^2 L(\xi; Z_1)}{\partial Z^2},$$

откуда получаем итерационную процедуру оценивания вида

$$Z_{l+1} = Z_l - \frac{\partial L(\xi; Z_l)}{\partial Z} / \frac{\partial^2 L(\xi; Z_l)}{\partial Z^2}.$$

Известно, что если выбранное начальное значение Z_1 является состоятельной оценкой параметра Z (т. е. находится в его непосредственной окрестности), то уже первый итерационный цикл дает наилучшую асимптотически нормальную оценку Z . Данное начальное значение, как уже говорилось, можно оценить по первым снимкам серии изображений в соответствии с рассмотренной выше методикой обработки. Нижняя граница для дисперсии несмещенной оценки \hat{Z} параметра Z дается неравенством Крамера – Рао [7]: $\sigma_{\hat{Z}}^2 \geq \mathbf{I}^{-1}(\hat{Z})$, где функцию информации Фишера, являющуюся аддитивной функцией независимых наблюдений, можно вычислить усреднением ее компонент по всем найденным высотам наблюдаемого рельефа:

$$\mathbf{I}(\hat{Z}) = \frac{\sum_{n=1}^N S^2(\xi_n, \hat{Z}_n)}{N}.$$

Несмотря на внешнюю простоту и привлекательность метод Ньютона – Рафсона здесь невозможно применить непосредственно, поскольку для каждой оцененной высоты $Z(X, Y)$ вычисляется новая последовательность проективных координат сопряженных точек и, следовательно, на каждой итерации извлекается новая выборка данных для обработки. Поэтому реализованная нами процедура оценивания высот $Z(X, Y)$ использует простой перебор (по возможным значениям высот). При этом в нем учитываются как начальные

значения $Z_1(X, Y)$ (7), так и оценки их среднеквадратичного отклонения $\hat{\sigma}_{Z_1}$ для задания величин $[Z_{\min}, Z_{\max}]$, ограничивающих область поиска. Процедура состоит в следующем. Для фиксированных координат (x, y) на первом снимке перебираются с заданным шагом значения Z_i : ($Z_i \in [Z_{\min}, Z_{\max}]$), для которых во всех изображениях серии снимков вычисляются в соответствии с (8) проективные координаты и находятся значения яркостей и их производные $\{I_i(x_i(X, Y, Z_i), y_i(X, Y, Z_i)), I'_x, I'_y\}$. Схема вычислений в данном случае предусматривает минимизацию величины, соответствующей вариационному решению (11):

$$F(Z_i(X, Y)) = \left\| 8\lambda(\bar{Z}(X, Y) - Z_i) + S(\xi; Z_i) \right\|.$$

Для этого нужно предварительно задать параметр λ (отношение сигнал/шум), вычислить $\bar{Z}(X, Y)$ по МНК-оценкам $Z(X, Y)$ и для каждого значения Z_i определить последовательность проективных координат. Далее вычисляются вклад выборки $S(\xi; Z_i)$ и переменная $F(Z_i(X, Y))$. Параметр λ очевидным образом находится из среднеквадратичного размаха МНК-оценок функции $Z(X, Y)$ и дисперсии соответствующих оценок, все остальное непосредственно вычисляется на основе вышеприведенных формул. Значение Z_i , доставляющее минимум функционалу $F(Z_i(X, Y))$, принимается за оценку \hat{Z} высоты рельефа в заданной точке (x, y) на первом снимке.

Экспериментальное исследование показало, что при малом числе снимков (меньше 20) вариационная оценка достаточно неустойчива, в то время как величина ее среднеквадратичного отклонения асимптотически приближается к пределу, равному 30 м. Отметим, что при большом числе снимков на поведение оценки высот рельефа начинает сказываться все увеличивающаяся неточность предварительного прогнозирования проективных координат, обусловленная неточностью оценивания элементов матриц ориентации. Это хорошо прослеживается на поведении оценки дисперсии шума измерений

$$\hat{\sigma}_\xi^2 = \sum_{i=1}^K (I_i - \hat{I}_i)^2 / (K - 1).$$

Так, например, при $K = 25$ $\hat{\sigma}_\xi = 2,41$, при $K = 50$ $\hat{\sigma}_\xi = 2,97$ и при $K = 100$ $\hat{\sigma}_\xi = 3,8$. Такое поведение ясно указывает на постепенное отклонение прогнозируемых проективных координат от их действительного положения. Таким образом, при увеличении длины последовательности снимков встает вопрос о прецизионном уточнении оценок проективных координат сопряженных точек. Это потребовало дополнительного исследования, результаты которого представлены в следующем разделе.

6. Тейлоровское приближение. Используем известное уравнение для оптического потока [8], основанное на первых членах разложения в ряд Тейлора функции яркости, когда

$$\begin{aligned} I_t(x_{xt}, y_{xt}) &= I_t(\hat{x}_{xt} + \delta_{xt}^n, \hat{y}_{xt} + \delta_{yt}^n) \approx I_t(\hat{x}_{xt}, \hat{y}_{xt}) + I'_x \delta_{xt}^n + I'_y \delta_{yt}^n = \\ &= I_t(\hat{x}_{xt}, \hat{y}_{xt}) + I'_x x_{xt} + I'_y y_{xt} - I'_x \hat{x}_{xt} - I'_y \hat{y}_{xt}. \end{aligned}$$

В результате логарифм функции совместного распределения (с обратным знаком) можно аппроксимировать в виде

$$-L \approx \sum_{t=t_1}^{t_k} (I_t(\hat{x}_m, \hat{y}_m) - \hat{\theta}_t I_1(x_m, y_m) - I'_{xt} \hat{x}_m - I'_{yt} \hat{y}_m + I'_{xt} x_m + I'_{yt} y_m)^2. \quad (15)$$

Рассмотрим простейший случай вариационной постановки, когда гладкая функция $Z(X, Y)$, минимизирующая функционал (9) (без сглаживающей добавки), является решением простого дифференциального уравнения Эйлера – Лагранжа $\partial\Phi/dZ=0$. Используя (15) (и обозначая через $w_m = I'_{xt} \partial x_m / \partial Z + I'_{yt} \partial y_m / \partial Z$ весовые множители) для каждой n -й точки экстремали на очередном (t -м) снимке, включаемом в обработку, получаем линейное уравнение, имеющее вид

$$(I_t(\hat{x}_m, \hat{y}_m) - \hat{\theta}_t I_1(x_m, y_m) - I'_{xt} \hat{x}_m - I'_{yt} \hat{y}_m + I'_{xt} x_m + I'_{yt} y_m) w_m = 0.$$

Подставляя в эти выражения значения проективных координат (8), получим непосредственную зависимость каждого из уравнений от единственного параметра, которым является искомая высота Z_n . Полагая

$$\Delta I_\tau^n = I_\tau(\hat{x}_{\tau n}, \hat{y}_{\tau n}) - \hat{\theta}_\tau I_1(x_{1n}, y_{1n}) - I'_{x\tau} \hat{x}_{\tau n} - I'_{y\tau} \hat{y}_{\tau n},$$

приходим к соотношениям ($\tau = \overline{t_2, t}$):

$$\left(\Delta I_\tau^n + I'_{x\tau} \frac{G_{x\tau}^n + H_{x\tau}^n Z_n}{Q_\tau^n + P_\tau^n Z_n} + I'_{y\tau} \frac{G_{y\tau}^n + H_{y\tau}^n Z_n}{Q_\tau^n + P_\tau^n Z_n} \right) w_{\tau n} = 0.$$

Решая переопределенную систему линейных уравнений, получаем (для областей с ненулевым градиентом) уточненную оценку для высоты Z_n в n -й точке дискретного растра на момент времени t :

$$\begin{aligned} & (\Delta I_\tau P_\tau^n + I'_{x\tau} H_{x\tau}^n + I'_{y\tau} H_{y\tau}^n) w_{\tau n} Z_n = \\ & = -(\Delta I_\tau Q_\tau^n + I'_{x\tau} G_{x\tau}^n + I'_{y\tau} G_{y\tau}^n) w_{\tau n}, \quad \tau = t_2, \dots, t. \end{aligned} \quad (16)$$

Вновь вычисленные проективные координаты элементов поверхности (8) в свою очередь используются для последовательного уточнения геометрии съемки. Таким образом, данный подход позволяет адаптироваться к изменениям углов съемки путем последовательного включения снимков в обработку: вначале с предсказанным (по предшествующим кадрам) углом поворота камеры φ , относительно ее текущего направления движения, а затем уже и вычисленным значением (после уточнения проективных координат для всех элементов снимка).

В векторных обозначениях (16) соответствует уравнению $\mathbf{W}\tilde{\mathbf{G}}Z_n = \mathbf{W}\tilde{\mathbf{e}}$, где \mathbf{W} – диагональная матрица весов $w_{\tau n}$ с длиной диагонали $t-1$; $\tilde{\mathbf{G}}, \tilde{\mathbf{e}}$ – вектор-столбцы размерности $t-1$. Оценка параметра высот в данном случае очевидна:

$$\hat{Z}_n = (\tilde{\mathbf{G}}^T \mathbf{W}^T \mathbf{W} \tilde{\mathbf{G}})^{-1} \tilde{\mathbf{G}}^T \mathbf{W}^T \mathbf{W} \tilde{\mathbf{e}},$$

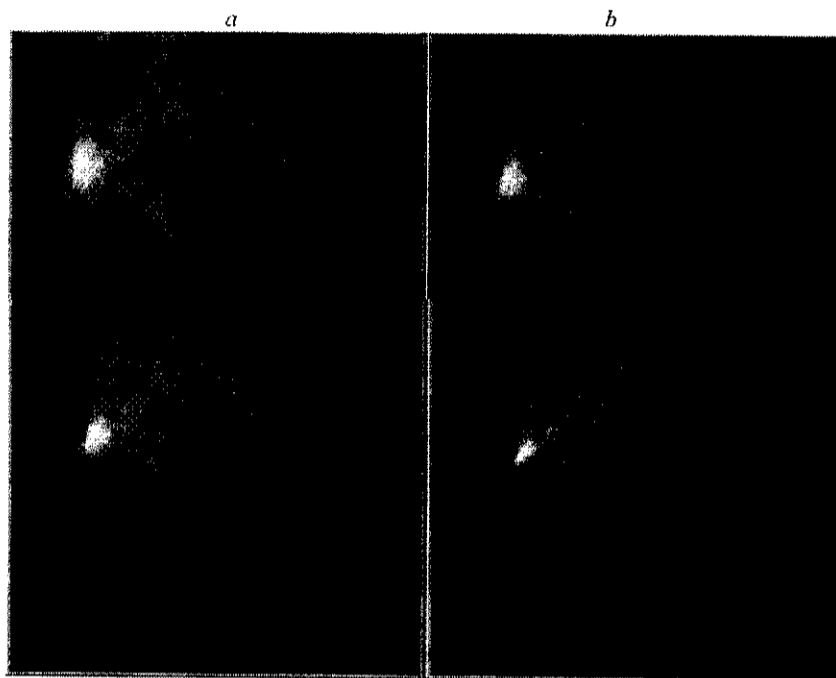


Рис. 1. Прореженная последовательность исходных снимков, использованных для восстановления рельефа. Расстояния от камеры до точки наведения (км): 1146,8 (а), 1280,6 (b), 1354,7 (с), 1513,4 (d). Угол зрения камеры $\approx 1,5^\circ$

а ее дисперсия имеет вид

$$\sigma_{\tilde{z}}^2 = \sigma_c^2 (\tilde{\mathbf{G}}^T \mathbf{W}^T \mathbf{W} \tilde{\mathbf{G}})^{-1},$$

где $\hat{\sigma}_c^2 = \tilde{R}_0^2 / (t-2)$ и $\tilde{R}_0^2 = \tilde{\mathbf{e}}^T \mathbf{W}^T \mathbf{W} \tilde{\mathbf{e}} - \tilde{\mathbf{e}}^T \mathbf{W}^T \mathbf{W} \tilde{\mathbf{G}} (\tilde{\mathbf{G}}^T \mathbf{W}^T \mathbf{W} \tilde{\mathbf{G}})^{-1} \tilde{\mathbf{G}}^T \mathbf{W}^T \mathbf{W} \tilde{\mathbf{e}}$.

7. Экспериментальные результаты. В результате обработки последовательности космических снимков были восстановлены элементы рельефа и получены точностные характеристики восстанавливаемой поверхности в зависимости от числа снимков в представленном адаптивном методе. На рис. 1 приведена прореженная последовательность исходных космических снимков района вулкана Эребус (Антарктида), а на рис. 2, а – рельеф этого района, восстановленный согласно МНК-методике по 25 снимкам, равномерно разнесенным по углам съемки в данной последовательности. Для сравнения на рис. 2, б представлен тот же рельеф, полученный на основе вариационного решения по совокупности из 100 последовательных снимков. В целом элементы рельефа остались фактически неизменными, хотя в некоторых мелких деталях есть небольшие отличия. Для иллюстрации последнего этапа совместной обработки на рис. 3 представлены уточненные проективные координаты, соответствующие целочисленным координатам на первом снимке.

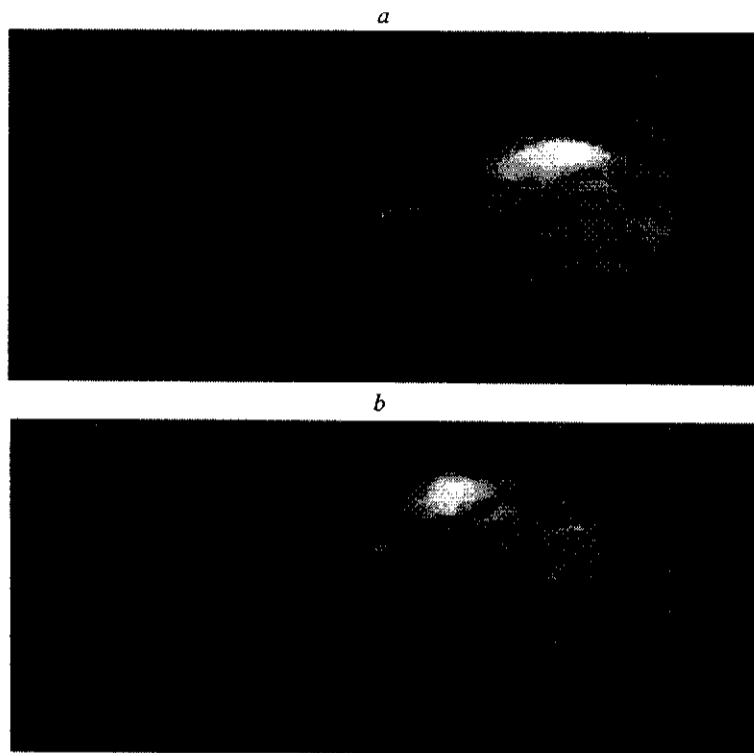


Рис. 2. Рельеф, восстановленный по последовательности снимков: МНК-решение, 25 снимков (а), вариационное решение, 100 снимков (б)

На рис. 4 представлен рельеф обозначенного района, восстановленный на основе предлагаемого адаптивного подхода (тейлоровское приближение функционала правдоподобия) по совокупности из 100 снимков. Что касается точности восстановления, то соответствующие зависимости для СКО оценок восстанавливаемого рельефа в глобальной системе координат представлены на рис. 5.

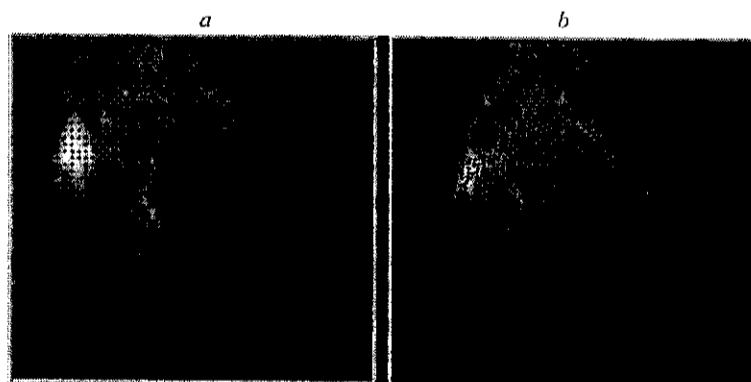


Рис. 3. Координаты сопряженных точек на исходном (а) и соответствующие им уточненные проективные координаты на достаточно удаленном (по времени съемки) снимке (б)



Рис. 4. Рельеф, восстановленный по последовательности из 100 снимков (метод максимального правдоподобия, тейлоровское приближение с прецизионным уточнением координат)

Получаемые значения среднеквадратичного отклонения оценок сдвига в соответствии с вышеизложенной МНК-методикой отождествления сопряженных точек имеют порядок 0,34 единиц пиксела (элемента разложения дискретизованного снимка). Это говорит о том, что точность определения координат сопряженных точек ограничена здесь величиной одного дискрета. Собственно это обстоятельство, связанное с аффинной аппроксимацией, иг-

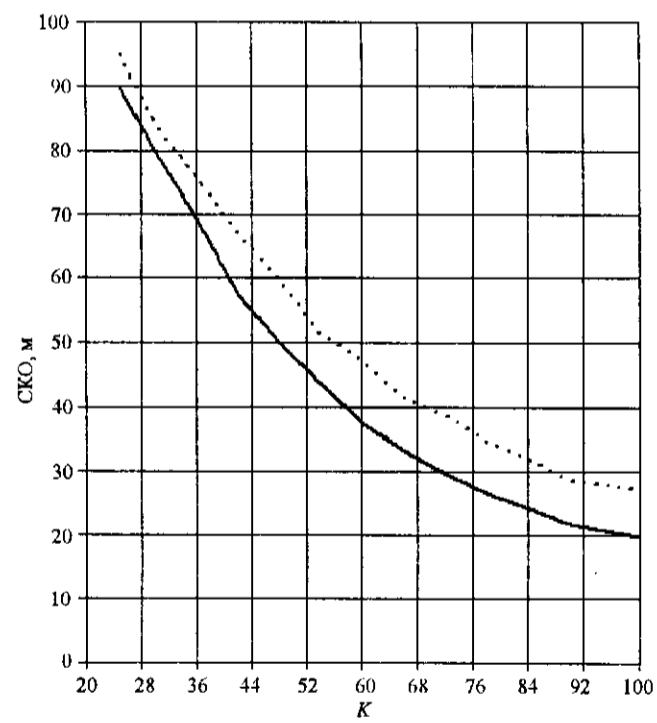


Рис. 5. Среднеквадратичное отклонение оценок рельефа местности в зависимости от числа снимков K : тейлоровское приближение функционала правдоподобия (пунктирная линия); нижняя граница Крамера – Рао (сплошная)

рает определяющую (ограничивающую) роль в точности оценивания элементов рельефа. Адаптивный метод обработки длинных серий снимков позволяет повысить точность определения координат сопряженных точек (СКО порядка 0,23 дискрета), а следовательно, и точность оценивания элементов рельефа. В процессе обработки одновременно вычислялась функция информации Фишера. На ее основе и на основе известного неравенства Крамера – Рао находилась нижняя граница дисперсии оценок высот. На рис. 5 показано поведение (сплошная кривая) данной нижней границы СКО высот рельефа в зависимости от числа снимков последовательности, вовлекаемых в уравнения оценивания. Видно, что величина СКО асимптотически приближается к пределу, равному 20 м.

Заключение. Проведено сравнительное исследование методов восстановления рельефа местности по серии космических снимков. Оно показывает, что адаптивный подход, сочетающий МНК-оценки с последующим их уточнением на основе набора нормированных яркостей и их градиентов вдоль экстремали (вычисляемой последовательности проективных координат элемента местности в плоскости снимков движущейся камеры), позволяет привлекать для обработки достаточно длинные серии снимков, сохраняя при этом плотность сетки восстанавливаемых элементов рельефа при увеличивающейся точности восстановления. Это обусловлено возможностью постепенного уточнения значений проективных координат сопряженных точек в процессе обработки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kirichuk V. S., Kosykh V. P., Peretyagin G. I. Estimation of the scene structure and camera movements from the sequence of images with the common target point under long-focus approximation // Pattern Recognition and Image Analysis. 2000. 10, N 1. P. 80.
2. Чеботарев Г. А. Аналитические и численные методы небесной механики. М.: Наука, 1965.
3. Faugeras O. Three-Dimensional Computer Vision: a Geometric Viewpoint. MIT Press, 1993.
4. Рао С. Р. Линейные статистические методы и их применения. М.: Наука, 1968.
5. Faugeras O., Keriven S. Variational principles, surface evolution, PDE's level set methods and the stereo problem // IEEE Trans. on Image Processing. 1998. 7, N 3. P. 336.
6. March R. Visual reconstruction with discontinuities using variational methods // Image and Vision Computing. 1992. 10, N 1. P. 30.
7. Закс Ш. Теория статистических выводов. М.: Мир, 1975.
8. Хорн Б. К. П. Зрение роботов. М.: Мир, 1989.

*Институт автоматизации и электротехники СО РАН,
E-mail: peretjag@iae.nsk.su*

*Поступила в редакцию
8 мая 2001 г.*