

УДК 681.3

**В. Г. Белявцев, Ю. Е. Воскобойников***(Новосибирск)***ВЕКТОРНЫЕ ЛОКАЛЬНЫЕ ФИЛЬТРЫ  
С АДАПТАЦИЕЙ РАЗМЕРА АПЕРТУРЫ**

Предлагаются алгоритмы, позволяющие в процессе фильтрации векторных сигналов подбирать размер апертуры различных локальных фильтров в зависимости от статистических характеристик обрабатываемого сигнала, что в большинстве случаев приводит к существенному улучшению качества фильтрации. Приводятся и обсуждаются результаты вычислительного эксперимента.

**Введение.** Во многих современных применениях сигналы имеют несколько отдельных составляющих, каждая из которых несет определенную информацию о разных свойствах сигналов. Далее такие сигналы будем называть векторными, а сигналы, имеющие только одну составляющую, – скалярными.

Характерными примерами векторных сигналов служат многоспектральные изображения, получаемые со спутников, или стандартные цветные изображения в телевизионных системах. В этих случаях разные составляющие содержат информацию о разных частях спектра сигнала. Другой пример векторного сигнала – сигнал, несущий информацию о скорости. В трехмерном пространстве этот сигнал имеет три отдельных составляющих, которые соответствуют компонентам скорости вдоль направлений трех осей.

Пусть векторный сигнал  $F(i)$  имеет  $m$  составляющих:  $f_1(i), f_2(i), \dots, f_m(i)$ , т. е.

$$F(i) = \begin{pmatrix} f_1(i) \\ \vdots \\ f_m(i) \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Естественный подход к обработке  $F(i)$  заключается в создании фильтра  $T$  для скалярного сигнала и применении его для каждой из составляющих  $f_i(i)$  по отдельности. В этом случае сигнал на выходе фильтра имеет вид

$$\hat{F}(i) = \begin{pmatrix} T[f_1(i)] \\ \vdots \\ T[f_m(i)] \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Такой метод, однако, имеет ряд недостатков. Составляющие сигнала в реальных случаях обычно коррелированы, и если каждая составляющая обрабатывается независимо, то эта корреляция не используется. Кроме того, как показано в [1], покомпонентная фильтрация векторных сигналов может привести к искажению контрастных сигналов. Поэтому в последнее время все больше внимания уделяется алгоритмам, предназначенным для обработки векторных сигналов. Так, в работе [1] предложен подход к обработке  $F(i)$ , суть которого заключается в применении фильтра  $T$ , рассматривающего значения  $F(i)$  как векторы:

$$\hat{F}(i) = T[F(i)]. \quad (3)$$

Благодаря этому можно избежать ряд проблем, возникающих при покомпонентной фильтрации. В частности, в работе [1] предложен обобщенный векторный медианный фильтр, выходом которого является вектор  $F^M$ , принадлежащий исходной векторной последовательности  $F(i)$  и удовлетворяющий неравенству

$$\sum_{i=1}^N d(F(i) - F^M) \leq \sum_{i=1}^N d(F(i) - F(j)), \quad j = 1, \dots, N, \quad (4)$$

где  $d(\cdot)$  – некая дистантная функция, определяющая расстояние между двумя векторами. В частности, данную функцию можно задать с помощью различных норм векторного пространства, а именно:

$$d_1(F(i), F(j)) = \sum_{k=1}^m |f_k(i) - f_k(j)|,$$

$$d_2(F(i), F(j)) = \left( \sum_{k=1}^m (f_k(i) - f_k(j))^2 \right)^{1/2}, \quad (5)$$

$$d_\infty(F(i), F(j)) = \max_k |f_k(i) - f_k(j)|.$$

В работе [2] предложен новый класс нелинейных векторных фильтров для фильтрации контрастных векторных сигналов и изображений, точностные характеристики которых существенно превосходят описанный медианный фильтр и векторный фильтр скользящего среднего.

Как и при обработке скалярных сигналов, степень сглаживания шума при фильтрации векторных сигналов с использованием локальных фильтров пропорциональна размеру апертуры локального фильтра, т. е. чем больше апертура фильтра, тем лучше сглаживается шум. Однако чрезмерное увеличение размера апертуры локального фильтра может привести к искажению «тонких» деталей исходного сигнала. Для разрешения этого противоречия можно использовать так называемые алгоритмы адаптации размеров апертуры локальных фильтров [3–5]. Принцип работы этих алгоритмов заключается в том, что размер апертуры локального фильтра изменяется в зависимости от локальных статистических характеристик обрабатываемого сигнала, что позволяет лучше сгладить шум в монотонных областях и с меньшими иска-

жениями передать контрастные детали, присутствующие в обрабатываемом сигнале. Однако в литературе отсутствуют алгоритмы адаптации размеров апертуры векторных фильтров. Поэтому в данной работе вводятся два векторных алгоритма адаптации размеров апертуры локальных фильтров – ВАА1 и ВАА2.

**Алгоритмы адаптации.** *Алгоритм адаптации ВАА1.* Первоначально будем считать, что апертура локального фильтра может иметь только форму квадрата, и предположим, что обрабатываемый векторный сигнал  $\tilde{F}(i, j)$  представляет собой векторное изображение размером  $N_i \times N_j$  и имеет  $m$  компонент:

$$\tilde{F}(i, j) = \begin{pmatrix} f_1(i, j) \\ \vdots \\ f_m(i, j) \end{pmatrix} + \xi(i, j) = \begin{pmatrix} \tilde{f}_1(i, j) \\ \vdots \\ \tilde{f}_m(i, j) \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где

$$\xi(i, j) = \begin{pmatrix} \xi_1(i, j) \\ \vdots \\ \xi_m(i, j) \end{pmatrix} \quad (7)$$

– вектор шума.

Адаптацию размера апертуры фильтра к структуре обрабатываемого фрагмента построим на следующем правиле: если фрагмент изображения, попавший в апертуру фильтра, не содержит контрастного элемента (т. е. резкого изменения уровня), то размер апертуры увеличивается; в противном случае размер апертуры уменьшается. Реализацию этого правила осуществим путем сравнения значений двух выборочных дисперсий: глобальной, вычисленной по всему изображению, и локальной, вычисленной по фрагменту, попавшему в апертуру фильтра.

Тогда векторный алгоритм адаптации ВАА1 определяется следующими шагами:

Шаг 1. По всей реализации обрабатываемого сигнала определяется величина

$$D = \frac{1}{mN_iN_j} \sum_{i=1}^{N_i} \sum_{j=1}^{N_j} \left\| \tilde{F}(i, j) - \mu \right\|^2, \quad (8)$$

где  $N_i \times N_j$  – размер исходного поля;  $m$  – количество составляющих исходного векторного сигнала  $\tilde{F}(i, j)$ ;  $\|\cdot\|$  – евклидова норма в векторном пространстве;  $\mu$  – вектор, также определяемый по всей реализации:

$$\mu = \frac{1}{N_iN_j} \sum_{i=1}^{N_i} \sum_{j=1}^{N_j} \tilde{F}(i, j). \quad (9)$$

Шаг 2. В точке с координатами  $(i, j)$  для текущего размера апертуры  $(2N_{ij} + 1) \times (2N_{ij} + 1)$  определяется величина

$$d_{ij} = \frac{1}{m(2N_{ij} + 1)^2} \sum_{l=i-N_{ij}}^{i+N_{ij}} \sum_{r=j-N_{ij}}^{j+N_{ij}} \left\| \tilde{F}(l, r) - \mu_{ij} \right\|^2, \quad (10)$$

где вектор

$$\mu_{ij} = \frac{1}{(2N_{ij} + 1)^2} \sum_{l=i-N_{ij}}^{i+N_{ij}} \sum_{r=j-N_{ij}}^{j+N_{ij}} \tilde{F}(l, r). \quad (11)$$

Шаг 3. Величина  $N_{ij}$ , которая задает размер апертуры локального фильтра  $(2N_{ij} + 1) \times (2N_{ij} + 1)$ , изменяется в соответствии с выражением

$$N_{ij} = \begin{cases} \min[N_{ij} + 1, N_{\max}], & \text{если } d_{ij} < \eta D, \\ \max[N_{ij} - 1, N_{\min}], & \text{если } d_{ij} \geq \eta D, \end{cases} \quad (12)$$

где  $N_{\min}$  и  $N_{\max}$  – минимальный и максимальный размеры апертуры локального фильтра соответственно;  $\eta$  – коэффициент чувствительности алгоритма адаптации. Шаги 2–3 повторяются в точке  $(i, j)$  до тех пор, пока не выполнятся критерий останова. В качестве критерия останова берется момент достижения величиной  $N_{ij}$  одного из граничных значений  $N_{\min}$  ( $N_{\max}$ ) или момент смены знака приращения величины  $N_{ij}$ .

Шаг 4. Шаги 2–3 повторяются для каждой обрабатываемой точки.

Как видно, для реализации алгоритма адаптации ВАА1 не требуется априорная информация о числовых характеристиках обрабатываемого сигнала и шума, что является существенным преимуществом в ситуациях, когда такая информация недоступна.

Важную роль в процессе принятия решения об изменении размера апертуры играет коэффициент чувствительности  $\eta$ . При  $\eta \rightarrow \infty$  получаем  $N_{ij} \equiv N_{\max}$ , при  $\eta \rightarrow 0$  получаем  $N_{ij} \equiv N_{\min}$ , т. е. в этих случаях адаптации не происходит. Определим такое значение коэффициента чувствительности  $\eta$ , при котором алгоритм адаптации ВАА1 сможет корректно обнаруживать резкие изменения уровня сигнала, попавшие в апертуру фильтра.

Для этого введем основную гипотезу

$$H_0: d_{ij} = D \quad (13)$$

о равенстве глобальной  $D$  и локальной  $d_{ij}$  дисперсий и альтернативную гипотезу

$$H_1: d_{ij} > D \quad (14)$$

о том, что локальная дисперсия больше глобальной за счет присутствия в апертуре контрастного элемента.

**Утверждение.** Предположим, что компоненты  $\tilde{f}_1(i, j)$ ,  $\tilde{f}_2(i, j)$ , ...,  $\tilde{f}_m(i, j)$  исходного векторного сигнала  $\tilde{F}(i, j)$  в точке  $(i, j)$  удовлетворяют следующим условиям: независимы, подчиняются нормальному закону распределения. Тогда гипотеза  $H_0$  отвергается (в пользу гипотезы  $H_1$ ) с вероят-

ностью ошибки первого рода, равной  $\alpha$ , если выполняется следующее неравенство:

$$\frac{d_{ij}}{D} > f_{1-\alpha}(l, k), \quad (15)$$

где  $f_{1-\alpha}(l, k)$  – квантиль  $F$ -распределения с числами степеней свободы  $l = m(2N_{ij} + 1)^2 - 1$ ,  $k = mN_iN_j - 1$  уровня значимости  $1 - \alpha$ ;  $m$  – размерность векторного сигнала.

Доказательство утверждения приводится в приложении.

Напомним [6, 7], что

– ошибка первого рода заключается в «отбрасывании» основной гипотезы  $H_0$  и принятии альтернативной гипотезы  $H_1$ , тогда как на самом деле верна  $H_0$ . Поэтому задается небольшое значение вероятности этого события (например,  $\alpha = 0,05$ );

– квантилем  $F$ -распределения с числами степеней свободы  $l, k$  уровня  $\gamma$  называется величина  $f_\gamma(l, k)$ , определяемая уравнением

$$P(F_{l, k} < f_\gamma(l, k)) = \gamma,$$

где  $P(A)$  – вероятность события  $A$ ;  $F_{l, k}$  – случайная величина, имеющая  $F$ -распределение.

Из этого утверждения и выражения (12) непосредственно следует определение коэффициента чувствительности  $\eta$  в виде

$$\eta = f_{1-\alpha}(l, k). \quad (16)$$

Как правило,  $mN_iN_j \gg m(2N_{ij} + 1)^2$ . Принимая во внимание соотношение  $F_{v, \infty} = \frac{1}{v} \chi_v^2$  [8], где  $\chi_v^2$  – случайная величина, подчиняющаяся  $\chi^2$ -распределению с  $v$  степенями свободы, выражение (14) можно переписать в следующем виде:

$$\eta = \frac{1}{mn-1} \chi_{1-\alpha}^2(mn-1), \quad (17)$$

где  $n = (2N_{ij} + 1)^2$ ;  $m$  – размерность векторного сигнала  $\tilde{F}(i, j)$ ;  $\chi_{1-\alpha}^2(mn-1)$  – квантиль  $\chi^2$ -распределения с  $mn-1$  степенями свободы уровня  $1-\alpha$ .

Как упоминалось выше, при использовании алгоритма адаптации ВАА1 апертура локального фильтра может иметь только форму квадрата. В результате в непосредственной близости от контрастных границ апертура фильтра будет уменьшаться до минимума и сглаживание шума будет не столь эффективным.

Для улучшения степени сглаживания шума в непосредственной близости от контрастных границ введем в рассмотрение векторный алгоритм адаптации ВАА2. При использовании этого алгоритма адаптации апертура локального фильтра может иметь форму прямоугольника, благодаря чему форма апертуры может «вытягиваться» вдоль контрастной границы, что повысит качество фильтрации.

*Алгоритм адаптации ВАА2.* Алгоритм производит независимое изменение размера апертуры по строке (индекс  $r$ ) и по столбцу (индекс  $c$ ) обрабатываемого векторного изображения и состоит из следующих шагов:

Шаг 1. По аналогии с (8) введем величины  $D_r$  и  $D_c$ , которые определяются по всей реализации  $\tilde{F}(i, j)$ :

$$D_r = \frac{1}{mN_iN_j} \sum_{i=1}^{N_i} \sum_{j=1}^{N_j} \|\tilde{F}(i, j) - \lambda_i^r\|^2, \quad (18)$$

$$D_c = \frac{1}{mN_iN_j} \sum_{i=1}^{N_i} \sum_{j=1}^{N_j} \|\tilde{F}(i, j) - \lambda_j^c\|^2, \quad (19)$$

где  $N_i \times N_j$  – размер исходного поля данных;  $\lambda_i^r, \lambda_j^c$  – векторы, определяемые выражениями

$$\lambda_i^r = \frac{1}{N_j} \sum_{j=1}^{N_j} \tilde{F}(i, j), \quad \lambda_j^c = \frac{1}{N_i} \sum_{i=1}^{N_i} \tilde{F}(i, j).$$

Шаг 2. Вычисляются величины

$$d_{ij}^r = \frac{1}{m(2N_{ij}^r + 1)(2N_{ij}^c + 1)} \sum_{k=i-N_{ij}^r}^{i+N_{ij}^r} \sum_{l=j-N_{ij}^c}^{j+N_{ij}^c} \|\tilde{F}(k, l) - \mu_k^r\|^2, \quad (20)$$

$$d_{ij}^c = \frac{1}{m(2N_{ij}^r + 1)(2N_{ij}^c + 1)} \sum_{k=i-N_{ij}^r}^{i+N_{ij}^r} \sum_{l=j-N_{ij}^c}^{j+N_{ij}^c} \|\tilde{F}(k, l) - \mu_l^c\|^2, \quad (21)$$

где  $(2N_{ij}^r + 1)(2N_{ij}^c + 1)$  – текущий размер апертуры локального фильтра;  $\mu_k^r, \mu_l^c$  – векторы, определяемые выражениями

$$\mu_k^r = \frac{1}{(2N_{ij}^c + 1)} \sum_{l=j-N_{ij}^c}^{j+N_{ij}^c} \tilde{F}(k, l), \quad \mu_l^c = \frac{1}{(2N_{ij}^r + 1)} \sum_{k=i-N_{ij}^r}^{i+N_{ij}^r} \tilde{F}(k, l).$$

Шаг 3. Находятся новые значения параметров

$$N_{ij}^r = \begin{cases} \min[N_{ij}^r + 1, N_{\max}], & \text{если } d_{ij}^c < \eta D_c, \\ \max[N_{ij}^r - 1, N_{\min}], & \text{если } d_{ij}^c \geq \eta D_c, \end{cases} \quad (22)$$

$$N_{ij}^c = \begin{cases} \min[N_{ij}^c + 1, N_{\max}], & \text{если } d_{ij}^r < \eta D_r, \\ \max[N_{ij}^c - 1, N_{\min}], & \text{если } d_{ij}^r \geq \eta D_r. \end{cases} \quad (23)$$

Шаги 1–3 повторяются в каждой точке  $(i, j)$  до тех пор, пока не выполнятся оба критерия останова (первый критерий останова отслеживает измене-

ние  $N_{ij}^r$ , второй –  $N_{ij}^c$ ). В качестве критерия останова можно выбрать момент достижения величиной  $N_{ij}^r$  ( $N_{ij}^c$ ) одного из граничных значений  $N_{\min}$  ( $N_{\max}$ ) или момент смены знака приращения данной величины.

Шаг 4. Шаги 1–3 повторяются для каждой обрабатываемой точки  $(i, j)$ .

По аналогии со случаем квадратичной апертуры коэффициент чувствительности, входящий в (22), (23), можно задать выражением

$$\eta = \frac{1}{mn-1} \chi_{1-\alpha}^2(mn-1), \quad (24)$$

где  $n = (2N_{ij}^r + 1)(2N_{ij}^c + 1)$  – размер апертуры локального фильтра;  $m$  – число проекций векторного сигнала  $\tilde{F}(i, j)$ ;  $\chi_{1-\alpha}^2(mn-1)$  – квантиль  $\chi^2$ -распределения с  $mn-1$  степенями свободы уровня  $1-\alpha$ ;  $\alpha$  – вероятность ошибки первого рода.

**Вычислительный эксперимент.** Проиллюстрируем эффективность предложенных векторных алгоритмов адаптации ВАА1 и ВАА2 результатами одного вычислительного эксперимента. В качестве исходного сигнала рассмотрим двумерное векторное изображение ( $m=2$ ) размером  $100 \times 100$  элементов, приведенное на рис. 1, *a*. Это поле искажалось вектором шума  $\xi(i, j)$  (7), и «зашумленное» изображение  $\tilde{F}(i, j)$  показано на рис. 1, *b*. Проекция  $\xi_1(i, j)$ ,  $\xi_2(i, j)$  вектора задавались независимыми и определялись как

$$\xi_k(i, j) = \delta \eta_1(i, j) + (1-\delta) \eta_2(i, j), \quad k=1, 2,$$

где  $\eta_1(i, j)$  и  $\eta_2(i, j)$  – случайные величины, подчиняющиеся нормальному закону распределения  $N(0, \sigma_1^2)$  и  $N(0, \sigma_2^2)$  соответственно, причем  $\sigma_2^2 \gg \sigma_1^2$ ;  $\delta$  – случайная величина, принимающая значение 1 с вероятностью  $p$  и значение 0 с вероятностью  $1-p$ .

Для оценки качества работы локальных векторных фильтров используем относительную среднеквадратическую ошибку (СКО) фильтрации  $\varepsilon$ , определяемую в соответствии с выражением

$$\varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^{N_i} \sum_{j=1}^{N_j} \sum_{k=1}^m (f_k(i, j) - x_k(i, j))^2}{\sum_{i=1}^{N_i} \sum_{j=1}^{N_j} \sum_{k=1}^m (f_k(i, j))^2}.$$

Здесь  $f_k(i, j)$  – компоненты «точного» сигнала  $F(i, j)$ ;  $x_k(i, j)$  – компоненты векторного сигнала  $X(i, j)$ , полученного в результате фильтрации зашумленного векторного сигнала  $\tilde{F}(i, j)$  каким-либо локальным фильтром.

Величина  $\varepsilon$  также используется как характеристика уровня шума в сигнале  $\tilde{F}(i, j)$ . В этом случае вместо значений  $x_k(i, j)$  применяются значения проекций зашумленного сигнала  $\tilde{F}(i, j)$ .

Относительные СКО фильтрации, полученные при фильтрации с помощью векторного медианного фильтра (ВМФ) и векторного фильтра скользя-

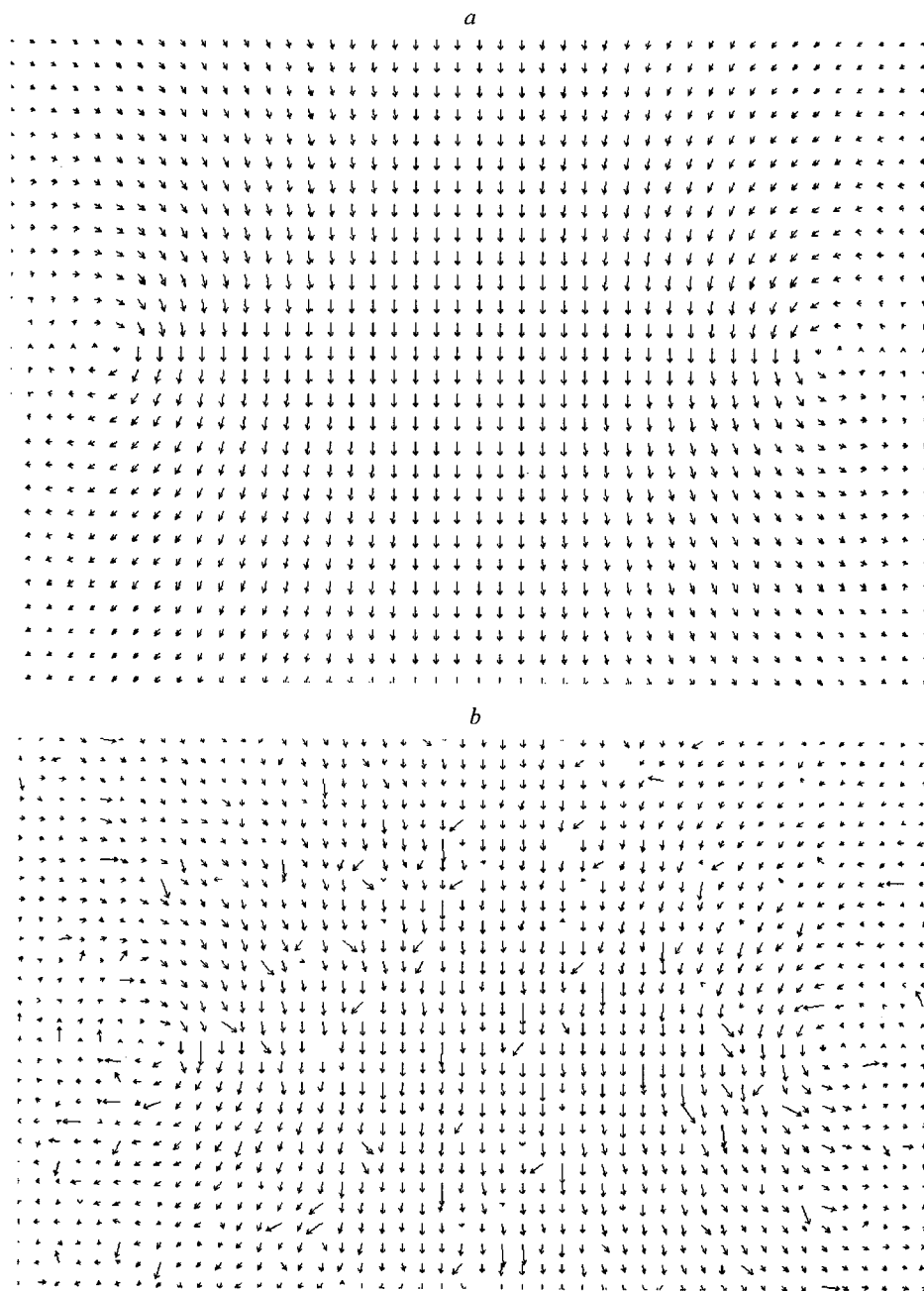


Рис. 1. Исходное поле (а); зашумленное векторное поле (б)

щего среднего (ВФСС) при различном уровне шума (уровень шума  $\epsilon = 0,654; 0,852; 1,153$ ), представлены в табл. 1–3 соответственно.

Проанализируем полученные результаты. Прежде всего отметим существование оптимального размера апертуры фильтра, при котором достигается наименьшее значение ошибки фильтрации.



Т а б л и ц а 1

Метод	Размеры апертур					Алгоритмы адаптации	
	3 × 3	5 × 5	7 × 7	9 × 9	11 × 11	ВАА1	ВАА2
ВФСС	0,220	0,140	0,119	0,122	0,136	0,084	0,104
ВМФ	0,210	0,137	0,111	0,106	0,113	0,083	0,093

Т а б л и ц а 2

Метод	Размеры апертур					Алгоритмы адаптации	
	3 × 3	5 × 5	7 × 7	9 × 9	11 × 11	ВАА1	ВАА2
ВФСС	0,283	0,174	0,139	0,133	0,142	0,109	0,112
ВМФ	0,223	0,144	0,116	0,112	0,115	0,101	0,093

Т а б л и ц а 3

Метод	Размеры апертур					Алгоритмы адаптации	
	3 × 3	5 × 5	7 × 7	9 × 9	11 × 11	ВАА1	ВАА2
ВФСС	0,385	0,236	0,179	0,159	0,159	0,145	0,145
ВМФ	0,269	0,169	0,134	0,121	0,121	0,123	0,115

При использовании векторного алгоритма адаптации ВАА1 с векторным фильтром скользящего среднего наблюдается определенное улучшение качества фильтрации, что выражается в уменьшении относительной ошибки фильтрации  $\epsilon$  и в лучшей передаче контрастных объектов (рис. 2, *a*). Векторный алгоритм адаптации ВАА1 с векторным медианным фильтром дает не столь однозначные результаты. С одной стороны, в некоторых случаях относительная ошибка фильтрации  $\epsilon$  больше, чем при использовании обычных векторных медианных фильтров, с другой – результирующее векторное поле (рис. 2, *b*) обладает лучшим качеством по сравнению с векторным полем, полученным после фильтрации с помощью векторного фильтра скользящего среднего (рис. 3, *a*) и векторного медианного фильтра (рис. 3, *b*) с фиксированными размерами апертуры. Это прежде всего выражается в лучшей передаче контрастных структур (в случае используемого векторного изображения такими структурами являются центры «вихрей») и лучшим подавлении шума в монотонных областях. Изучив векторное изображение, представленное на рис. 2, *b*, сделаем вывод, что незначительное увеличение ошибки фильтрации при применении векторного алгоритма адаптации ВАА1 обусловливается остаточным шумом в непосредственной близости от контрастных структур. Дело в том, что в подобных местах апертура локального фильтра сокращается до размера  $(2N_{\min} + 1) \times (2N_{\min} + 1)$ , и в случае, если  $N_{\min} = 0$  (что и имело место в проводимом эксперименте), выход фильтра соответствует центральной точке апертуры фильтра, т. е. шум полностью проходит на выход фильтра. Однако следует отметить тот факт, что векторный алгоритм адаптации ВАА1 работает при отсутствии всякой априорной ин-

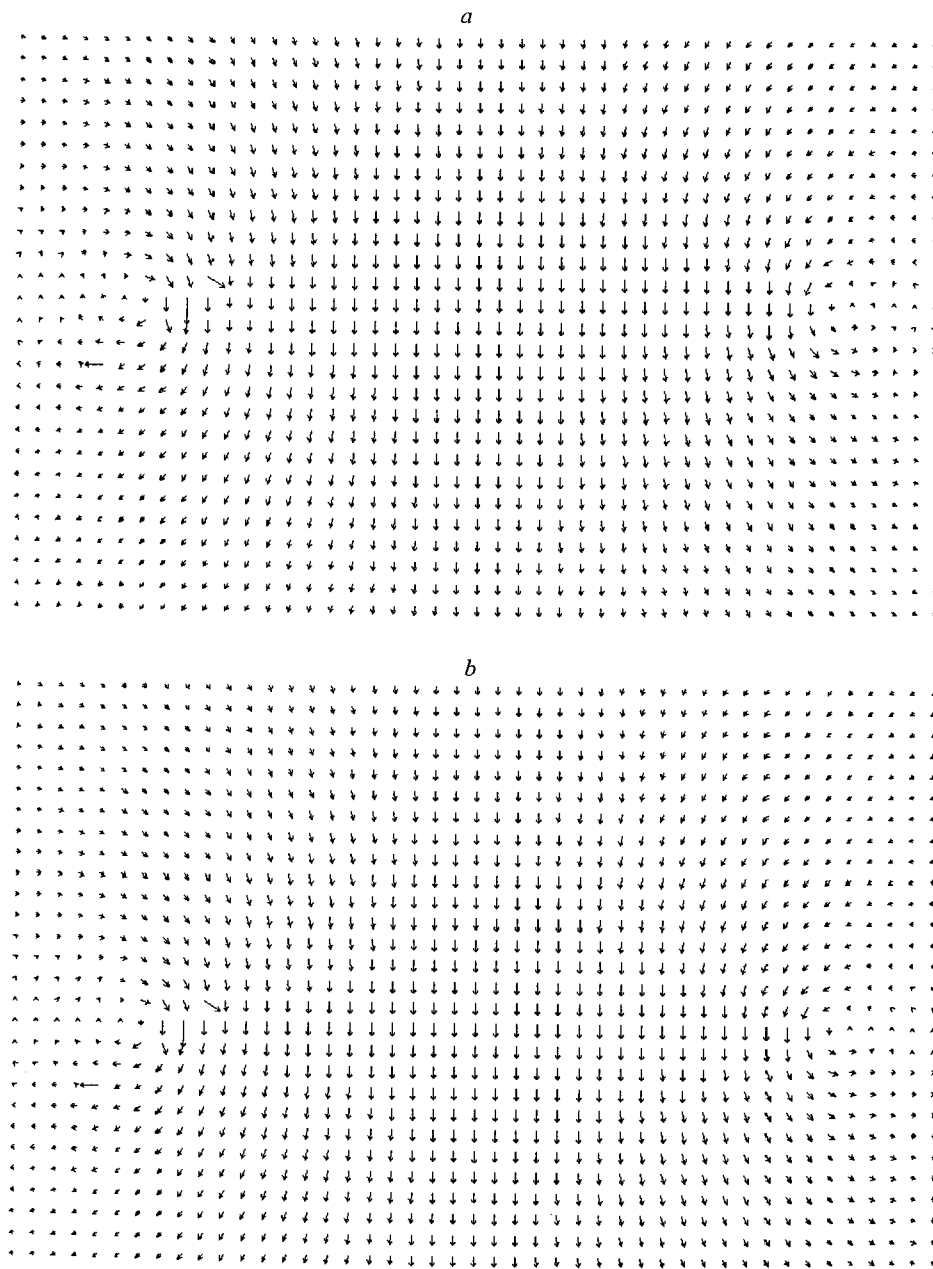


Рис. 2. Результаты фильтрации с использованием ВАА1 с параметрами  $N_{\min} = 0, N_{\max} = 5$ :  
*a* – ВФСС, *b* – ВМФ

формации о фильтруемом сигнале и шуме, в то время как для определения оптимального размера апертуры векторного медианного фильтра, дающего минимальную относительную ошибку, пришлось провести несколько вычислительных экспериментов с привлечением данных о точном (незашумленном) сигнале, что практически невозможно в реальных условиях.

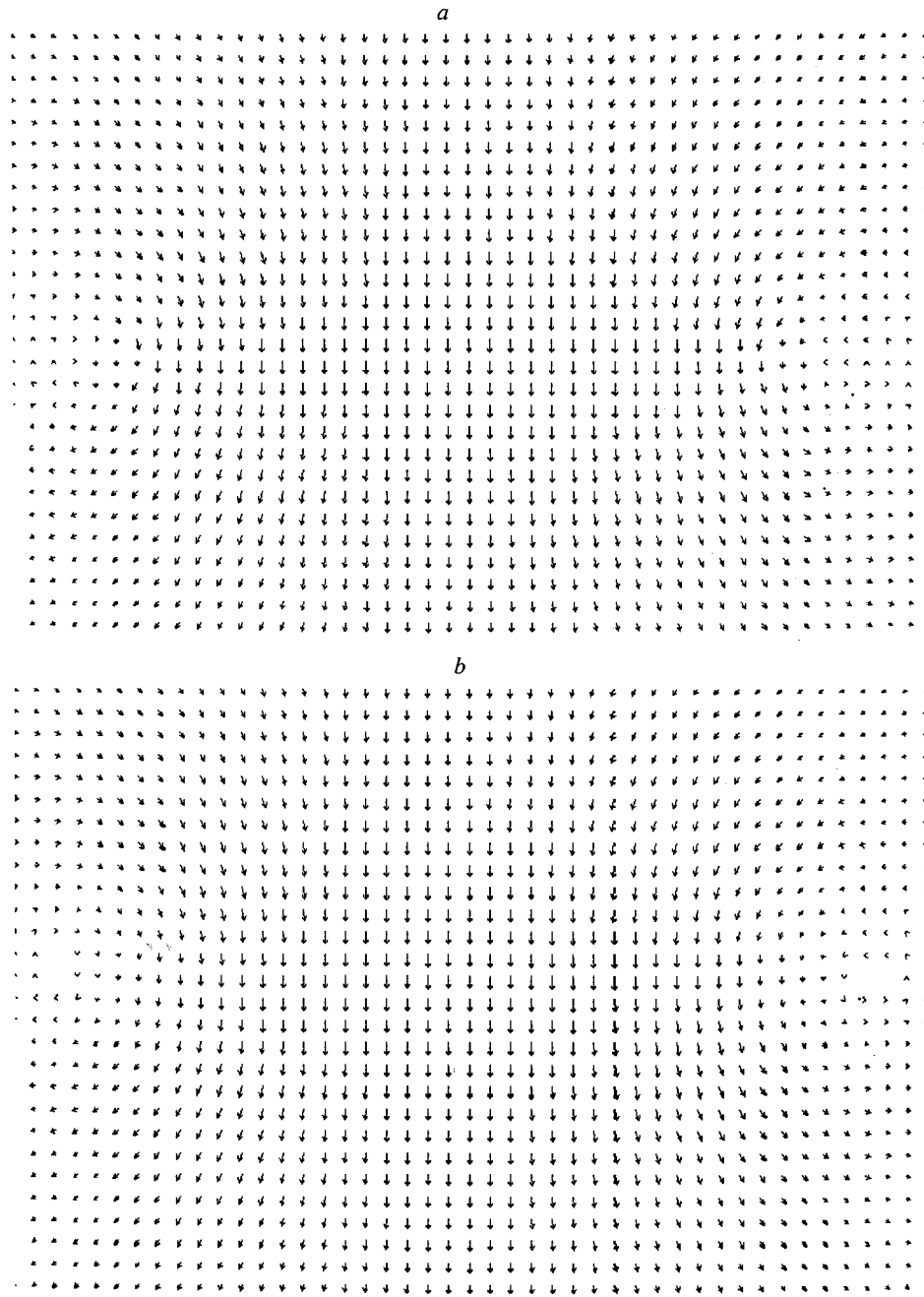


Рис. 3. Результаты фильтрации с использованием ВФСС (а) и ВФМ (b) с апертурами  $9 \times 9$

Применение векторного алгоритма адаптации ВАА2 позволяет в некоторой степени улучшить качество фильтрации за счет того, что апертура фильтра может «вытягиваться» вдоль контрастной границы, а значит, сглаживание шума будет более эффективным. На рис. 4 представлены векторные поля, полученные после фильтрации с использованием ВАА2. Видно, что в непо-

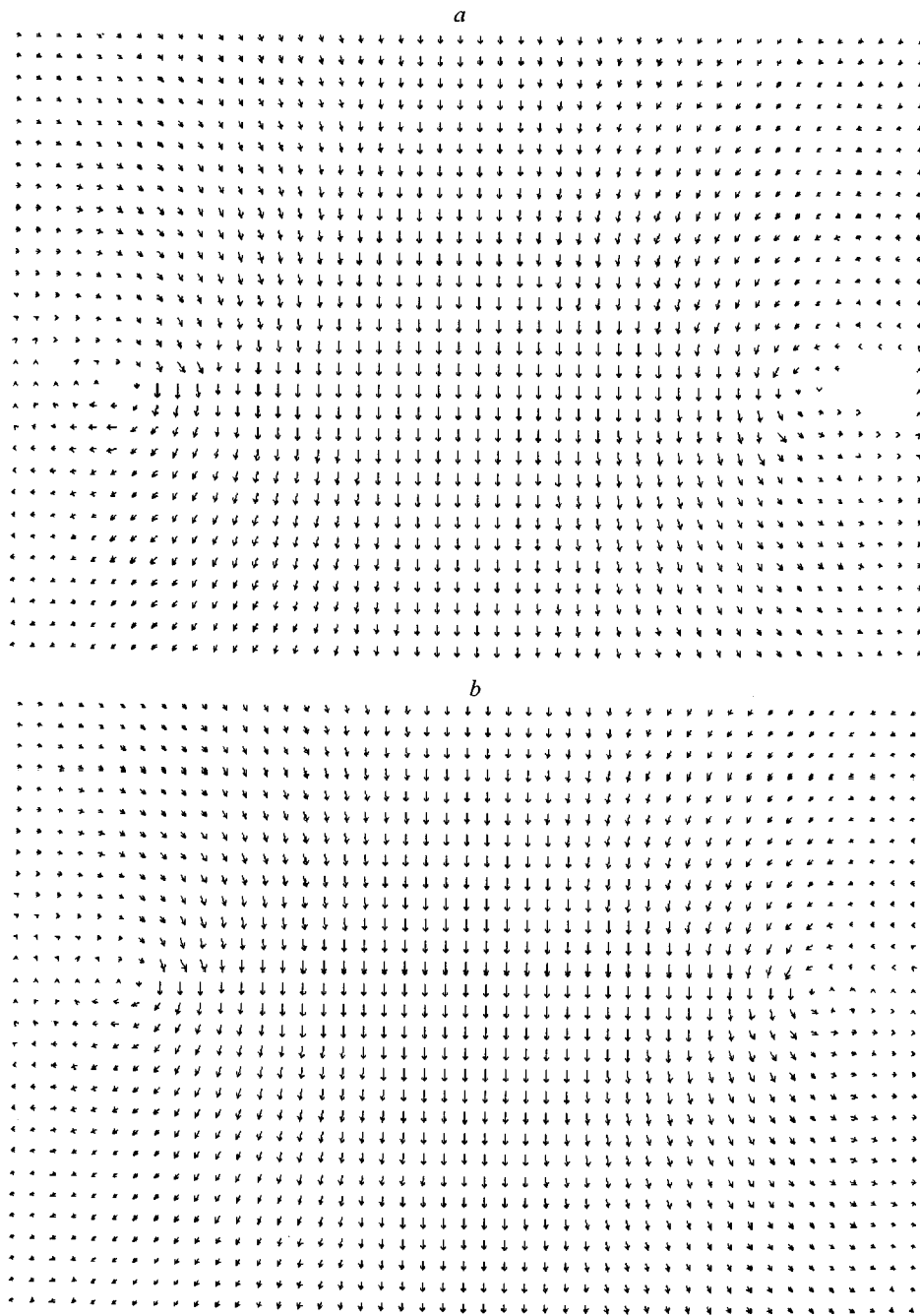


Рис. 4. Результаты фильтрации с использованием ВАА2 с параметрами  $N_{\min} = 0, N_{\max} = 5$ :  
*a* – ВФС, *b* – ВМФ

средственной близости от центров вихрей уровень остаточного шума ниже, чем при использовании алгоритма адаптации ВАА1. Данные вычислительных экспериментов, представленные в табл. 1–3, также свидетельствуют о преимуществе векторного алгоритма адаптации ВАА2, хотя исследуемое

векторное поле не содержало протяженных контрастных структур. В случае же, когда исходное векторное поле содержит протяженные вертикальные или горизонтальные контрастные структуры, преимущество алгоритма ВАА2 будет еще более очевидным.

**Заключение.** В работе предложены два алгоритма адаптации размеров апертуры локальных векторных фильтров, основанные на анализе локальных статистик и не использующие числовые характеристики обрабатываемого сигнала и шума. Эти алгоритмы адаптации позволяют существенно улучшить качество фильтрации контрастных сигналов даже стандартными фильтрами, такими, как фильтр скользящего среднего и медианный фильтр.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ

**Доказательство утверждения.** Для проверки основной гипотезы  $H_0$  (13) определим критерий

$$K = \frac{d_{ij}}{D}.$$

Если гипотеза  $H_0$  верна, то случайная величина  $K$  подчиняется  $F$ -распределению с числами степеней свободы  $l = mn - 1$ ,  $k = mN_iN_j - 1$ , где  $n = (2N_{ij} + 1)^2$  [6]. Зададим уровень значимости  $\alpha$  (например,  $\alpha = 0,05$ ) и перейдем к построению критической области для проверки гипотезы (13) при альтернативной (14). Критическая область является правосторонней [6] и определяется интервалом  $(x_{\text{пр}, \alpha} + \infty)$ , где критическая точка  $x_{\text{пр}, \alpha}$  находится из условия

$$P(K > x_{\text{пр}, \alpha}) = \alpha$$

(здесь  $P(A)$  – вероятность события  $A$ ). Так как квантиль  $f_\gamma(l, k)$   $F$ -распределения уровня  $\gamma$  определяется выражением

$$P(F_{l, k} < f_\gamma(l, k)) = \gamma,$$

где  $F_{l, k}$  – случайная величина, имеющая  $F$ -распределение, то из двух последних выражений следует:

$$- x_{\text{пр}, \alpha} = f_{1-\alpha}(k, l);$$

– если  $K > f_{1-\alpha}(k, l)$ , то гипотеза  $H_0$  отвергается с вероятностью ошибки первого рода, равной  $\alpha$ , и этим завершается доказательство утверждения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Astova J., Naavisto P. Vector median filter // Proc. IEEE. 1990. 78, N 4. P. 678.
2. Воскобойников Ю. Е., Белявцев В. Г. Нелинейные алгоритмы фильтрации векторных сигналов // Автометрия. 1999. № 5. С. 97.
3. Mahesh B., Song W.-J., Pearlman W. A. Adaptive estimators for filtering noisy images // Opt. Eng. 1990. 29, N 5. P. 488.
4. Song W.-J., Pearlman W. A. Edge-preserving noise filtering based on adaptive windowing // IEEE Trans. Circuits and Systems. 1988. 35, N 8.

5. **Белявцев В. Г., Воскобойников Ю. Е.** Алгоритмы фильтрации изображений с адаптацией размеров апертуры // Автометрия. 1998. № 3. С. 18.
6. **Ван дер Варден Б. Л.** Математическая статистика: Пер. с нем. /Под ред. Н. В. Смирнова. М.: ИЛ, 1960.
7. **Воскобойников Ю. Е., Тимошенко Е. И.** Математическая статистика. Новосибирск: Наука, 1996.
8. **Хастингс Н., Пикок Дж.** Справочник по статистическим распределениям: Пер. с англ. М.: Статистика, 1980.

*Новосибирский государственный  
архитектурно-строительный университет,  
E-mail: voscob@mail.ru*

*Поступила в редакцию  
26 сентября 2000 г.*

---

**Реклама продукции в нашем журнале – залог Вашего успеха!**