

## НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 007 : 681.3.06

**В. Я. Пивкин**

(Новосибирск)

### НЕЧЕТКИЕ D-МОДЕЛИ. Ч. II. САМОКОРРЕКТИРОВКА В ПРОЦЕССЕ ЭКСПЛУАТАЦИИ ОБЪЕКТА. МОДЕЛИ С ДИСКРЕТНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Для MISO (multi-input/single-output) D-моделей с непрерывными входами и выходом, введенных в первой части статьи, предложены алгоритмы корректировки и пополнения моделей в процессе эксплуатации моделируемого объекта или его дополнительных испытаний. Задачи и методы, рассмотренные для MISO D-моделей, обобщены для объектов, содержащих дискретные входы, а также на случай MIMO (multi-input/multi-output) D-моделей с непрерывными выходами.

**Введение.** В первой части статьи рассмотрены вопросы синтеза MISO (multi-input/single-output) нечетких D-моделей для объектов, области значений параметров которых являются отрезками действительной оси\*. Для этих моделей показана непрерывность реализуемых ими функций при условии непрерывности функций фазификации входов, предложен критерий анализа связности подпространств непрерывных входов, соответствующих совокупностям дискретных входов, и исследованы задачи локализации решений оптимизационных задач в области определения моделей. Во второй части по-прежнему на примере MISO-моделей рассмотрены вопросы пополнения и корректировки моделей по результатам, полученным в процессе эксплуатации или дополнительных испытаний объекта. Метод синтеза MISO D-моделей обобщен на случай, когда часть входных параметров является дискретными переменными, а также на случай MIMO (multi-input/ multi-output) моделей с непрерывными значениями выходов.

Основные понятия и обозначения в данной работе используются без дополнительных пояснений и ссылок.

**4. Самокорректировка MISO D-моделей по данным, полученным в процессе эксплуатации объекта.** Основное требование для самокорректировки – наблюдаемость значений входов и выхода в процессе эксплуатации

---

\* Пивкин В. Я. Нечеткие D-модели. Ч. I. Структура, синтез, свойства, использование для локализации решений оптимизационных задач // Автометрия. 2001. № 5. С. 103.

объекта. Напомним, что процесс построения нечеткой *D*-модели включает в себя следующие составляющие:

- дискретизация областей значений параметров;
- построение нечеткого отношения между дискретными значениями входов и выхода;
- фазификация непрерывных значений входов;
- моделирование функциональной зависимости нечеткими композициями;
- дефазификация нечетких значений выхода.

Процедура коррекции MISO *D*-модели в процессе эксплуатации или дополнительных испытаний объекта производится при сохранении границ областей значений параметров, их дискретизаций, а также операций фазификации четких значений входов и дефазификации нечетких значений выхода. Очевидно, что в этих условиях коррекция модели сводится к коррекции нечеткого отношения  $R: (V_{\text{mod}} \times U) \rightarrow [0, 1]$  между дискретными значениями входов и выхода, т. е. к коррекции совокупности правил:

$$\langle\langle \text{если } v \text{ есть } v_i, \text{ то } \tilde{U}(v) \text{ есть } \tilde{U}(v_i) \rangle\rangle, i = \overline{1, p}.$$

Важной составляющей описанного в первой части метода построения нечеткого отношения  $R$  по экспериментальным данным является операция построения нечеткого множества  $\tilde{U}(v_i)$  по подпоследовательности  $U$ , значений выхода, соответствующей входам из подобласти  $v_i$ . Именно эта операция лежит в основе алгоритма пополнения и уточнения модели в процессе эксплуатации объекта. Отличие лишь в том, что при корректировке модели процесс формирования подпоследовательностей  $U$ , происходит не по накопленным данным, а по мере их получения в процессе эксплуатации объекта. Поступившие на очередном такте времени  $t$  на вход объекта вектор значений входов  $x(t)$  и соответствующее ему значение выхода  $y(t)$  дискретизируются. Их дискретные значения  $v(t)$  и  $u(t)$  поступают в блок корректировки, который содержит массив пар  $(v_i, U_{\text{dis}}(v_i))$ ,  $i = 1, 2, \dots$ , включающий массивы входов  $v_i$  и  $q$ -мерных целочисленных векторов  $U_{\text{dis}}(v_i)$  распределения частот значений выходов в  $U_i$ . Если  $v(t)$  не совпадает ни с одним из входов  $v_i$ ,  $i = 1, 2, \dots$ , то массивы, содержащиеся в блоке корректировки, дополняются новой парой  $(v(t), U_{\text{dis}}(v(t)))$ . В противном случае производится корректировка вектора  $U_{\text{dis}}(v_i)$ , принадлежащего паре, у которой  $v_j = v(t)$ . По мере накопления количества входов, принадлежащих подобластям  $v_i$ ,  $i = 1, 2, \dots$ , уточняются (или впервые строятся) нечеткие множества  $\tilde{U}(v_i)$ , производится модернизация отношения  $R$ , моделирующего функциональную зависимость между входами и выходом дискретных экспериментальных данных.

**5. *D*-модели для объектов, содержащих дискретные параметры.** *Модели для объектов с одним выходом.* Ранее мы предполагали, что области значений параметров – отрезки действительной оси. Рассмотрим случай, когда часть входных параметров являются дискретными переменными, т. е. множество их значений конечно. Пусть исследуемый процесс или объект характеризуется набором параметров  $\Omega = \{Y, X_1, \dots, X_k\}$  ( $Y$  – выход,  $X = \{X_1, \dots, X_k\}$  – входы). Областью значений выхода  $Y$  является отрезок действительной оси  $I(Y)$ . Множество входных параметров является объединением двух подмножеств  $X'$  и  $X''$ . Подмножество  $X'$  состоит из  $k_1$  параметров  $X_1, X_2, \dots, X_{k_1}$ , областями значений которых являются отрезки действительной оси

$I(X_1), \dots, I(X_{k_1})$ , а  $k_2 = k - k_1$  параметров  $X_{k_1+1}, \dots, X_k$ , входящих в  $X''$ , являются дискретными переменными, т. е. принимают значения из конечных множеств. Экспериментальные данные, полученные в процессе испытаний или эксплуатации объекта, представлены совокупностью временных рядов  $\Psi(\Omega) = \{y(j), x_1(j), \dots, x_{k_1}(j), x_{k_1+1}(j), \dots, x_k(j)\}$  значений входов и выхода, наблюдаемых в моменты времени  $j, j = \overline{1, N}$ .

В рассматриваемом случае синтез моделей исследуемого процесса аналогичен описанному в первой части случаю непрерывных входов и выхода. Наличие дискретных входов учитывается корректировкой процедур дискретизации и фазификации входов.

Дискретизация параметров из  $X'$  и выхода  $Y$  производится разбиением областей их значений на непересекающиеся полуоткрытые и замкнутые интервалы. При этом  $k_1$ -мерное подпространство  $I(X') = I(X_1) \times \dots \times I(X_{k_1})$  значений входа разбивается на множество непересекающихся подобластей, кодируемых  $k_1$ -мерными целочисленными векторами  $v = (v^1, \dots, v^{k_1})$ . Операция дискретизации для дискретных параметров сводится к их упорядочиванию и нумерации по какому-либо естественному критерию, т. е. каждому параметру  $X_j$  из  $X''$  с областью значений  $\{x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jn_j}\}$  ставится в соответствие целочисленный вектор  $V_j = \{1, 2, \dots, n_j\}$ .

Нечеткое отношение  $R: (V_{\text{mod}} \times U) \rightarrow [0, 1]$  между дискретными значениями входов из области определения модели  $V_{\text{mod}} = (v_1, \dots, v_p)$  и дискретными значениями выхода из  $U = \{u_1, u_2, \dots, u_q\}$  строится либо путем экспертного анализа процесса, либо по экспериментальным данным  $\Psi(\Omega) = \{y(j), x_1(j), \dots, x_{k_1}(j), x_{k_1+1}(j), \dots, x_k(j)\}, j = \overline{1, N}$ .

Операция фазификации значений дискретных параметров заключается в следующем. Пусть  $X_j$  – дискретный вход с множеством значений  $\{x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jn_j}\}$ , а  $V_j = \{1, 2, \dots, n_j\}$  – его дискретизация. Для значений из  $X_j$  определим на  $V_j$  нечеткие множества  $W(j, m), m = 1, \dots, n_j$ , с функциями принадлежности  $\mu_{W(j, m)}(x_{jl})$ , равными 1, если  $l = m$ , и 0 – в противном случае. Тогда для входа  $x = (x_1, \dots, x_k)$  и подобласти  $v = (v^1, \dots, v^k)$  из  $V_{\text{mod}}$  значения функции принадлежности  $\mu_{A(x)}(v)$  нечеткого множества  $A(x)$  на  $v$  определяются по той же формуле, что и в случае непрерывных входов:

$$\mu_{A(x)}(v) = \min(\mu_{W(1, v^1)}(x_1), \mu_{W(2, v^2)}(x_2), \dots, \mu_{W(k, v^k)}(x_k)).$$

Нечеткое множество  $A(x)$  и нечеткое отношение  $R: (V_{\text{mod}} \times U) \rightarrow [0, 1]$  в зависимости от выбранного типа композиции (max-min или max-prod) индуцируют в  $U$  нечеткие подмножества  $B(x)$  с функциями принадлежности

$$\mu_{B(x)}(j) = \max_{i=1}^p \min(\mu_{A(x)}(v_i), \mu_R(v_i, j)), \quad j = \overline{1, q},$$

или

$$\mu_{B(x)}(j) = \max_{i=1}^p (\mu_{A(x)}(v_i) \cdot \mu_R(v_i, j)), \quad j = \overline{1, q}.$$

Для получения четкого значения выхода  $Y$  по нечеткому множеству  $B(x)$  используется метод центра тяжести (дефазификация).

Очевидно, что при описанной выше операции фазификации дискретных входов область определения  $V_{\text{mod}}$  построенной модели представима в виде объединения  $V_{\text{mod}} = \bigcup_{i=1}^n V_{\text{mod}}^i$  непересекающихся подмножеств таких, что зна-

чения компонент параметров, входящих в  $X''$ , одинаковы для входов каждого из подмножеств разбиения  $\{V_{\text{mod}}^1, V_{\text{mod}}^2, \dots, V_{\text{mod}}^n\}$  и различны для любой их пары. Модели  $M_{\text{mm}}$  и  $M_{\text{mp}}$  реализуют в каждом из подпространств совокупности  $I(V_{\text{mod}}^1), I(V_{\text{mod}}^2), \dots, I(V_{\text{mod}}^n)$  следующие непрерывные функции от  $k_1$  переменных, соответствующих параметрам из  $X'$ :  $y(x)$  – со значениями функций в интервале  $I(Y)$ ,  $B(x)$  – со значениями в пространстве нечетких подмножеств универсума  $U$  и  $\tilde{B}(x)$  – со значениями в пространстве нечетких подмножеств универсума  $I(Y)$ .

Процедура коррекции и пополнения моделей с дискретными входами аналогична соответствующей процедуре для моделей с непрерывными входами.

Задачи оптимизации для MISO-моделей со смешанными переменными входов и непрерывным выходом аналогичны по постановке задачам 1 и 2, рассмотренным в Ч. I. Для поиска их решений также применим метод локализации решений, но при условии следующей корректировки определения смежности дискретных входов. Пусть  $v_i = (v_i^1, \dots, v_i^k)$  и  $v_n = (v_n^1, \dots, v_n^k)$  – входы из  $V_{\text{mod}}$ . Определим две функции хэммингова расстояния  $\rho'(v_i, v_n) = \max_{X_j \in X'} |v_i^j - v_n^j|$  и  $\rho''(v_i, v_n) = \max_{X_j \in X'} |v_i^j - v_n^j|$ . Подобласти  $v_i = (v_i^1, \dots, v_i^k)$  и  $v_n = (v_n^1, \dots, v_n^k)$  назовем смежными, если одновременно выполняются условия:  $\rho'(v_i, v_n) = 1$  и  $\rho''(v_i, v_n) = 0$ . Заметим, что условие  $\rho''(v_i, v_n) = 0$  обеспечивает принадлежность  $v_i$  и  $v_n$  одному и тому же подмножеству из совокупности  $\{V_{\text{mod}}^1, V_{\text{mod}}^2, \dots, V_{\text{mod}}^n\}$ .

*Модели для объектов с несколькими выходами.* При моделировании многих процессов значение выхода является векторной величиной. Пусть исследуемый процесс характеризуется набором параметров  $\Omega = \{Y_1, \dots, Y_m, X_1, \dots, X_k\}$ , в котором  $Y = \{Y_1, \dots, Y_m\}$  – выходы,  $X = \{X_1, \dots, X_k\}$  – входы и значения каждого из выходов зависят только от значений входов. Областями значений выходов являются отрезки действительной оси. Множество входных параметров в общем случае является объединением двух подмножеств  $X'$  и  $X''$  с непрерывными и дискретными областями значений соответственно.

Результаты эксперимента представлены совокупностью временных рядов  $\Psi(\Omega) = \{y_1(j), \dots, y_m(j), x_1(j), \dots, x_k(j)\}$  значений входов и выходов, наблюдавшихся в моменты времени  $j$ ,  $j = 1, \dots, N$ .

В принципе задачу синтеза MIMO-модели можно рассматривать как задачу синтеза  $m$  MISO-моделей с параметрами  $\Omega_s = \{Y_s, X_1, \dots, X_k\}$  и результатами эксперимента  $\Psi_s(\Omega) = \{y_s(j), x_1(j), \dots, x_k(j)\}$ ,  $s = 1, m$ .

Если при синтезе MISO-моделей использовать одну и ту же дискретизацию входов и способ их фазификации, то нечеткие отношения построенных моделей будут иметь совпадающие области определения  $V_{\text{mod}} = (v_1, \dots, v_p)$ , т. е. иметь вид

$$\langle\text{если } v \text{ есть } v_i, \text{ то } \tilde{U}(v) \text{ есть } \tilde{U}_s(v_i) \rangle, i = \overline{1, p}.$$

Совпадение левых частей правил построенных моделей позволяет на их основе сформировать для исходной задачи нечеткое отношение в виде правил с векторными правыми частями:

«если  $v$  есть  $v_i$ , то  $\tilde{U}(v)$  есть  $(\tilde{U}_1(v_i), \dots, \tilde{U}_m(v_i))$ »,  $i = \overline{1, p}$ .

Процедура коррекции и пополнения МИМО-моделей достаточно очевидна.

Что касается оптимизационных задач, то аналогами задач 1 и 2 в Ч. I являются, например, следующие их постановки.

**Задача 1.** Оптимизируемый параметр является выходом  $Y_1$ . Требуется найти значения управляемых параметров, обеспечивающие наибольшее значение выхода  $Y_1$  модели, при известных значениях ситуационных параметров  $\Omega_s$ , и заданных ограничениях на значения остальных выходов.

**Задача 2.** Найти вектор входов с наименьшим значением оптимизируемого параметра  $X_1$  при известных значениях ситуационных параметров  $\Omega_s$ , заданном значении выхода  $Y_1$  и ограничении на значения остальных выходов.

Поиск решений аналогичен случаю одновыходных моделей. В зависимости от типа входных параметров (непрерывные или смешанные) выбирается критерий связности подпространств, соответствующих совокупностям дискретных входов. Процедуры локализации решений задач дополняются процедурой исключения дискретных входов, не удовлетворяющих заданным ограничениям на значения выходов  $Y_2, \dots, Y_m$ .

**Заключение.** Разработан исследовательский прототип программного обеспечения рассмотренных в работе задач, включающий СИ-программы: синтеза моделей описанного класса; реализации процедур вывода; корректировки моделей (включая программы объединения ранее построенной модели и модели, синтезированной по результатам дополнительных испытаний); анализа ситуаций и локализации решений оптимизационных задач.

Достоинством моделей, основанных на нечетких отношениях, является возможность моделирования трудноформализуемых зависимостей, не поддающихся традиционным методам описания. Поэтому программы синтеза и корректировки моделей могут использоваться как инструментальное средство для обработки экспериментальных данных с возможностью накопления результатов серии экспериментов в виде единой модели исследуемого явления.

В качестве нечетких подсистем вывода и принятия решений  $D$ -модели могут использоваться в экспертных системах различного назначения, в АСУТП, а также в системах типа «советчик оператора».

Институт автоматики и электрометрии СО РАН,  
E-mail: piv@idisys.iae.nsk.su

Поступила в редакцию  
22 февраля 2001 г.