РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

АВТОМЕТРИЯ

№ 4 2001

УДК 620.179.15 : 535.317.25

О. И. Недавний, В. И. Солодушкин, В. А. Удод

(Томск)

МОДЕЛИ ФОРМИРОВАНИЯ ТЕНЕВЫХ РАДИАЦИОННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Получена математическая модель теневых радиационных изображений контролируемых объектов и две математические модели процесса их формирования, которые учитывают в явной форме случайный характер как процесса излучения квантов источником, так и процесса их взаимодействия с материалом контролируемого объекта.

Введение. В результате просвечивания объекта контроля (ОК) пучком квантов ионизирующего излучения на выходе ОК формируется теневое радиационное изображение (РИ), несущее информацию о состоянии внутренней структуры объекта. Данное изображение, вследствие случайного характера процесса излучения квантов источником и случайного характера процесса взаимодействия самих квантов с материалом ОК [1, 2], является случайной функцией (СФ). В связи с этим возникает задача оценки характеристик РИ и описания процесса его формирования. Это необходимо для теоретических исследований предельных возможностей различных систем радиационного контроля и количественной оценки диагностической ценности РИ. Ранее [3–5] указанная задача решалась опосредованно, а именно: анализировалось не само РИ, а его реакция на выходе детектора (продетектированное РИ), т. е. рентгеновский снимок в радиографии, оптическое изображение в радиоскопии и электрический сигнал в радиометрии. Следствием чего явилась неполнота и частный характер полученных в [3–5] результатов. И такое положение сохраняется вплоть до настоящего времени.

В соответствии с вышеизложенным целью данной работы является непосредственное описание РИ и процесса его формирования.

Модель радиационного изображения. Из анализа работ [3–5] вытекает целесообразность использования следующего представления для РИ:

$$R(x,y,t)=N(x,y)+\eta(x,y,t). \tag{1}$$

Здесь $N(x,y)$ – идеальное РИ, $\eta(x,y,t)$ – шум (квантовый шум). Под идеальным в данном случае понимается РИ, не искаженное шумом, которое количественно может быть описано как распределение в апертурной плоскости детектора, расположенного за ОК, плотности потока квантов излучения, не испытавших взаимодействия с материалом ОК.

Стоящая перед нами задача заключается в оценке характеристик шума $\eta(x,y,t)$ для заданного $N(x,y)$. Ограничимся решением данной задачи на корреляционном уровне. Этого вполне достаточно, если качество функционирования системы радиационного контроля в целом оценивать по таким критериям, как максимум отношения сигнал/шум [4, 5] либо максимум пространственной разрешающей способности [3, 6, 7].

Для решения поставленной задачи используем общепринятое предположение, заключающееся в том, что число квантов ξ, падающих за некоторое время T на некоторую площадку Ω, есть случайная величина, распределенная по закону Пуассона. А для таких случайных величин, как известно [8], среднее и дисперсия равны, т. е.

$$\overline{\xi} = \sigma_{\xi}^{2}. \tag{2}$$

Здесь и далее черта сверху означает математическое ожидание.

Величина ξ связана с РИ (1) очевидным соотношением

$$\xi = \int_{0}^{T}\iint_{\Omega} R(x,y,t)\,dxdydt. \tag{3}$$

С учетом данного соотношения уравнение (2) является условием для определения корреляционных характеристик шума $\eta(x,y,t)$.

Используя (3) и свойства операции математического ожидания, найдем $\overline{\xi}$ и σ_{ξ}^{2} в развернутой форме:

$$\overline{\xi} = \int_{0}^{T}\iint_{\Omega} [N(x,y) + \overline{\eta(x,y,t)}]\,dxdydt, \tag{4}$$

$$\sigma_{\xi}^{2} = \int_{0}^{T}\iint_{\Omega}\int_{0}^{T}\iint_{\Omega} K_{\eta}(x,y,t,u,\mathrm{v},\tau)\,dud\mathrm{v}d\tau dxdydt. \tag{5}$$

Здесь $K_{\eta}(x,y,t,u,\mathrm{v},\tau)$ – корреляционная функция шума $\eta(x,y,t)$.

В результате проведенных исследований нами получено, что равенство выражений (4) и (5) или, что то же самое, справедливость уравнения (2), будет иметь место, если

$$\overline{\eta(x,y,t)} = 0, \tag{6}$$

$$K_{\eta}(x,y,t,u,\mathrm{v},\tau) = N(x,y)\delta(x-u)\delta(y-\mathrm{v})\delta(t-\tau), \tag{7}$$

где $\delta(z)$ – δ-функция Дирака.

Соотношения (6), (7) позволяют представить шум $\eta(x,y,t)$ в следующей эквивалентной форме:

$$\eta(x,y,t) = \sqrt{N(x,y)}\,n(x,y,t), \tag{8}$$

где $n(x,y,t)$ – пространственно-временной белый шум с нулевым средним значением и единичной спектральной плотностью, т. е.

$$\overline{n(x,y,t)} = 0, \qquad K_{n}(x,y,t,u,\mathrm{v},\tau) = \delta(x-u)\delta(y-\mathrm{v})\delta(t-\tau). \tag{9}$$

При подстановке (8) в (1) окончательно получаем искомую модель РИ ОК

$$R(x,y,t)=N(x,y)+\sqrt{N(x,y)}\,n(x,y,t). \tag{10}$$

Данная модель достаточно проста и легко применима при теоретическом исследовании дальнейших этапов преобразования излучения, в частности его детектирование (регистрация).

Опишем для полноты анализа непосредственно сам процесс формирования РИ ОК.

Модели процесса формирования РИ ОК. Обозначим через $R_0(x,y,t)$ радиационное поле (РП) в апертурной плоскости детектора, сформированное пучком квантов излучения при отсутствии ОК. Данное поле условно может быть проинтерпретировано как РИ ОК нулевой толщины или как РИ (отклик) источника излучения и поэтому, согласно (10), аналитически опишем РП так:

$$R_0(x,y,t)=N_0+\sqrt{N_0}\,m(x,y,t), \tag{11}$$

где N_0 – плотность потока квантов излучения в апертурной плоскости детектора при отсутствии ОК, $m(x,y,t)$ – так же, как и $n(x,y,t)$, есть пространственно-временной белый шум с нулевым средним значением и единичной спектральной плотностью, т. е.

$$\overline{m(x,y,t)}=0, \qquad K_m(x,y,t,u,\text{v},\tau)=\delta(x-u)\delta(y-\text{v})\delta(t-\tau). \tag{12}$$

Процесс формирования РИ ОК представим как действие некоторого оператора L, преобразующего РП $R_0(x,y,t)$ в РИ $R(x,y,t)$, т. е.

$$R(x,y,t)=L[R_0(x,y,t)].$$

Этот оператор условно назовем оператором преобразования излучения ОК и рассмотрим его в качестве модели ОК как радиационного преобразователя.

Таким образом, задача описания процесса формирования РИ ОК заключается в описании оператора L, а именно: в установлении аналитической зависимости между РП $R_0(x,y,t)$ и РИ $R(x,y,t)$. Указанную зависимость представим в виде

$$R(x,y,t)=\varphi(x,y,t)R_0(x,y,t)+\Psi(x,y,t), \tag{13}$$

где $\varphi(x,y,t)$, $\Psi(x,y,t)$ и $R_0(x,y,t)$ – взаимно независимые пространственно-временные СФ.

В основу выбора СФ $\varphi(x,y,t)$ и $\Psi(x,y,t)$ положим равенство корреляционных характеристик левой и правой части равенства (13). Обозначим для удобства правую часть (13) через $Q(x,y,t)=\varphi(x,y,t)R_0(x,y,t)+\Psi(x,y,t)$.

Итак, наша задача состоит в отыскании СФ $\varphi(x,y,t)$ и $\Psi(x,y,t)$ из системы уравнений

$$\begin{cases} \overline{R(x,y,t)}=\overline{Q(x,y,t)}; & (14)\\ K_R(x,y,t,u,\text{v},\tau)=K_Q(x,y,t,u,\text{v},\tau). & (15)\end{cases}$$

Левая часть уравнения (15) представляет собой корреляционную функцию (КФ) СФ $R(x,y,t)$, правая часть – СФ $Q(x,y,t)$.

Для проведения дальнейших расчетов запишем (14), (15) в развернутой форме. Согласно (9), (10) получим

$$\overline{R(x,y,t)}=N(x,y), \tag{16}$$

$$K_R(x,y,t,u,\text{v},\tau)=\sqrt{N(x,y)N(u,\text{v})}\delta(x-u)\delta(y-\text{v})\delta(t-\tau). \tag{17}$$

Для любой непрерывной функции $f(x,y,z)$ выполняется соотношение [9]

$$f(x,y,z)\delta(x-a)\delta(y-b)\delta(z-c)=f(a,b,c)\delta(x-a)\delta(y-b)\delta(z-c).$$

Предположим, что функция $N(x,y)$ непрерывна. Данное предположение практически всегда выполняется вследствие эффекта «размытия» РИ, обусловленного конечными размерами фокусного пятна источника излучения [10]. Тогда (17) запишем в виде

$$K_R(x,y,t,u,\text{v},\tau)=N(x,y)\delta(x-u)\delta(y-\text{v})\delta(t-\tau). \tag{18}$$

Найдем теперь корреляционные характеристики для СФ $Q(x,y,t)$. С учетом (11), (12) и предположения о взаимной независимости СФ $\varphi(x,y,t)$, $R_0(x,y,t)$ и $\Psi(x,y,t)$ имеем

$$\overline{Q(x,y,t)}=N_0\overline{\varphi(x,y,t)}+\overline{\psi(x,y,t)}, \tag{19}$$

$$K_Q(x,y,t,u,\text{v},\tau)=N_0^2K_\varphi(x,y,t,u,\text{v},\tau)+$$

$$+N_0\overline{\varphi(x,y,t)\varphi(u,\text{v},\tau)}\delta(x-u)\delta(y-\text{v})\delta(t-\tau)+K_\psi(x,y,t,u,\text{v},\tau). \tag{20}$$

При подстановке (16), (18)–(20) в (14), (15) будем иметь

$$\begin{cases} N(x,y)=N_0\overline{\varphi(x,y,t)}+\overline{\psi(x,y,t)}; & (21)\\ N(x,y)\delta(x-u)\delta(y-\text{v})\delta(t-\tau)=N_0^2K_\varphi(x,y,t,u,\text{v},\tau)+ & \\ +N_0\overline{\varphi(x,y,t)\varphi(u,\text{v},\tau)}\delta(x-u)\delta(y-\text{v})\delta(t-\tau)+K_\psi(x,y,t,u,\text{v},\tau). & (22)\end{cases}$$

В результате проведенных исследований получено следующее решение системы уравнений (21), (22):

$$\varphi(x,y,t)=p(x,y), \tag{23}$$

$$\overline{\psi(x,y,t)}=0, \tag{24}$$

$$K_\psi(x,y,t,u,\text{v},\tau)=N_0[p(x,y)-p^2(x,y)]\delta(x-u)\delta(y-\text{v})\delta(t-\tau) \tag{25}$$

– КФ СФ $\Psi(x,y,t)$. Здесь $p(x,y)=N(x,y)/N_0$ – детерминированная функция, означающая при фиксированных x, y вероятность события [5, 10] $A(x,y)=\{$квант излучения, пролетая через ОК вдоль прямой, проходящей через точку (x, y, o) параллельно оси O_z, не испытал взаимодействия с материалом ОК}. Данная вероятность как функция от x, y имеет вид [10]

$$p(x, y) = \exp\left[-\int_{-\infty}^{\infty} \mu(x, y, z)dz\right],$$

где $\mu(x, y, z)$ – линейный коэффициент ослабления излучения для материала ОК. Если ОК однородный, но переменной толщины, то

$$p(x, y) = \exp[-\mu H(x, y)],$$

где $H(x, y)$ – толщина ОК вдоль прямой, проходящей через точку (x, y, o) параллельно оси O_z.

Используя (24), (25), СФ $\Psi(x, y, t)$ представим в виде

$$\psi(x, y, t) = \sqrt{N_0[p(x, y) - p^2(x, y)]}q(x, y, t), \tag{26}$$

где $q(x, y, t)$ – пространственно-временной белый шум с нулевым средним значением и единичной спектральной плотностью, т. е.

$$\overline{q(x, y, t)} = 0, \qquad K_q(x, y, t, u, \mathrm{v}, \tau) = \delta(x - u)\delta(y - \mathrm{v})\delta(t - \tau)$$

– КФ шума $q(x, y, t)$.

При подстановке (23), (26) в (13) получаем наконец искомую зависимость между РП $R_0(x, y, t)$ и РИ ОК $R(x, y, t)$:

$$R(x, y, t) = p(x, y)R_0(x, y, t) + \sqrt{N_0[p(x, y) - p^2(x, y)]}q(x, y, t). \tag{27}$$

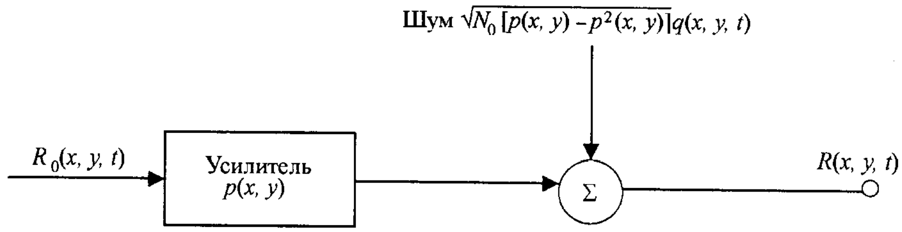
Обратим внимание на то, что в данном выражении случайная составляющая $\sqrt{N_0}m(x, y, t)$, содержащаяся в РП $R_0(x, y, t)$, отражает случайный характер процесса излучения квантов источником, а случайная составляющая $\sqrt{N_0[p(x, y) - p^2(x, y)]}q(x, y, t)$ отражает случайный характер процесса взаимодействия квантов с материалом ОК. При этом указанные случайные составляющие являются независимыми.

Выражению (27) можно придать несколько иной вид, если для рассмотренного ранее события $A(x, y)$ ввести его индикатор [8]

$$\gamma(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{если событие } A(x, y) \text{ произошло,} \\ 0, & \text{если событие } A(x, y) \text{ не произошло.} \end{cases} \tag{28}$$

Ряд распределения СФ $\gamma(x, y)$ при фиксированных x, y имеет вид [8]

$$\gamma(x, y): \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 - p(x, y) & p(x, y) \end{vmatrix}.$$



Модель процесса формирования РИ ОК

Очевидно, что среднее и дисперсия СФ (28) соответственно равны

$$\overline{\gamma(x,y)} = p(x,y), \quad \sigma_\gamma^2(x,y) = p(x,y) - p^2(x,y). \tag{29}$$

Из (29) следует, что (27) может быть записано в следующей эквивалентной форме:

$$R(x,y,t) = \overline{\gamma(x,y)}R_0(x,y,t) + \sqrt{N_0\sigma_\gamma^2(x,y)}\,q(x,y,t). \tag{30}$$

Заметим, что при отсутствии ОК событие $A(x,y)$ становится достоверным. Следовательно, в этом случае его вероятность $p(x,y)$ будет равна 1 и мы получим равенство $R(x,y,t) = R_0(x,y,t)$.

Из (27) (равно как и из (30)) следует, что ОК как радиационный преобразователь в функциональном отношении (оператор L) последовательно выполняет две операции (см. рисунок): усиливает РП $R_0(x,y,t)$ с коэффициентом усиления $p(x,y)$ и к полученному результату $p(x,y)\,R_0(x,y,t)$ добавляет аддитивный шум $\sqrt{N_0[p(x,y)-p^2(x,y)]}\,q(x,y,t)$.

Заключение. Таким образом, в результате проведенных исследований нами получены: математическая модель (10) РИ ОК, которая, в отличие от ранее известных, в явной форме учитывает случайный характер процесса излучения квантов источником и процесса их взаимодействия с материалом ОК, и математические модели (27), (30) процесса формирования РИ ОК. Принципиальной отличительной особенностью данных моделей от других является то, что в них связь между РП $R_0(x,y,t)$ и РИ ОК $R(x,y,t)$ задается на уровне их реализаций, а не на уровне характеристик, что позволяет более глубоко и полно и к тому же более наглядно исследовать для целей неразрушающего радиационного контроля процесс прохождения излучения через вещество.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Вяземский В. О., Ломоносов И. И., Писаревский А. Н. и др.** Сцинтилляционный метод в радиометрии. М.: Атомиздат, 1961.

2. **Гольданский В. И., Куценко А. В., Подгорецкий М. И.** Статистика отсчетов при регистрации ядерных частиц. М.: Физматгиз, 1959.

3. **Гурвич А. М.** Квантовые флуктуации и их роль в прикладной рентгенолюминесценции // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1981. **46**, № 5. С. 964.

4. **Горбунов В. И., Покровский А. В.** Радиометрические системы радиационного контроля. М.: Атомиздат, 1979.

5. **Тарасов Г. П.** Статистические методы обработки информации в системах измерения ионизирующего излучения. М.: Атомиздат, 1980.

6. **Удод В. А.** О разрешающей способности // Оптика атмосферы. 1989. **2**, № 2. С. 154.

7. **Завьялкин Ф. М., Удод В. А.** Максимальная разрешающая способность изображающих систем, достигаемая при апостериорной линейной фильтрации изображений // Автометрия. 1992. № 3. С. 75.

8. **Вентцель Е. С., Овчаров Л. А.** Теория вероятностей и ее инженерные приложения. М.: Наука, 1988.

9. **Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике. М.: Наука, 1978.

10. **Приборы** для неразрушающего контроля материалов и изделий. Кн. 1 /Под ред. В. В. Клюева. М.: Машиностроение, 1986.

Томский государственный
архитектурно-строительный университет,
Томский политехнический университет,
Томский государственный университет,
E-mail: udod@ef.tsu.ru

Поступила в редакцию
16 мая 2000 г.