РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

АВТОМЕТРИЯ

№ 2 2001

УДК 621.391.2

**А. М. Искольдский, С. Н. Калугин**

*(Екатеринбург)*

# АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ К ИЗМЕНЕНИЮ РЕЖИМА РЕГИСТРАЦИИ

Представлена методика дихотомической классификации непериодических временных последовательностей, отвечающих фрагментам траекторий исследуемых динамических систем. Предложенная методика позволяет, в частности, установить, представляет ли фрагмент траектории случайный шум или детерминированный хаос, а также исследовать устойчивость результатов классификации к изменению параметров режима регистрации.

**Введение.** Многие существенные свойства реальных процессов можно понять, анализируя адекватные им маломодовые теоретические модели. Так, в [1, 2] резкое изменение электрического тока в некоторых электрофизических системах связывается с особенностями ламинарно-турбулентного перехода. Этот переход представлен трехмодовой моделью, в некотором смысле аналогичной известной системе уравнений Лоренца [3], демонстрирующей в определенных условиях так называемый детерминированный хаос. Модель получена в результате галеркинской аппроксимации некоторой естественной краевой задачи магнитной гидродинамики.

Для большинства задач математической физики [3] нет стандартных способов получения оценок многих качественно важных свойств динамических систем в режиме детерминированного хаоса. В этой связи можно надеяться получить экспериментальные оценки, касающиеся некоторых свойств детерминированного эволюционного оператора $S_t$ гипотетической динамической системы (ДС):

$$\text{ДС} = (H, S_t), \tag{1}$$

где $H$ – фазовое пространство ДС [3].

В теории вероятностей вводится понятие случайного процесса, формализующее представление о классической (неквантовой) динамической системе, эволюционный оператор $S_t$ которой не является детерминированным, но имеет определенные вероятностные характеристики.

Если зарегистрированный в виде линейного списка натуральных двоичных кодов фрагмент траектории некоторой динамической системы:

$$\Omega = \{\omega_i\}_{i=0}^{N_0 - 1} \tag{2}$$

длины $N_0 = 2^{p_0}$, где $p_0$ – разрядность адреса памяти измерительного устройства, в конечном счете классифицируется как детерминированный, то имеются все основания считать таковым и неизвестный нам эволюционный оператор искомой (теоретической) динамической системы.

Представленная работа тесно связана с [4, 5], где введены определения и алгоритмы обработки данных, порождаемых динамическими системами.

1. **Основные определения.** 1.1. *Классификация элементов массивов.* Рассмотрим $n$-мерный массив

$$M^n = \{a_{i_0 i_1 \dots i_{n-1}}\}, \tag{3}$$

элементы которого могут принимать значение 0 или 1. Пусть индексы $i_0, i_1, \dots, i_{n-1}$ элементов массива $M^n$ изменяются в пределах от 0 до $N_j - 1$, где $j = 0, \dots, n-1$. Диапазоны изменения индексов элементов будем называть размерами массива $M^n$.

Элементы массива $M^n$ будем называть соседними по индексу, если соответствующие индексы, понимаемые как целые неотрицательные числа, отличаются не более чем на 1. При этом соседние элементы массива, которые отличаются только в одном индексе, назовем ближайшими по индексу соседями. Таким образом, все элементы массива по числу ближайших соседей $\delta_n$ можно разделить на два класса: 1) внутренние ($\delta_n = 2n$), 2) граничные ($\delta_n < 2n$).

Общее число элементов массива $M^n$ определяется по формуле

$$N = \prod_{j=0}^{n-1} N_j. \tag{4}$$

Число внутренних элементов массива $M^n$ составляет

$$N_{\text{int}} = \prod_{j=0}^{n-1} (N_j - 2). \tag{5}$$

Число граничных элементов массива $M^n$ составляет

$$N_{\text{bd}} = N - N_{\text{int}}. \tag{6}$$

Найдем отношение числа граничных элементов массива $M^n$ к числу внутренних:

$$\varepsilon = N_{\text{bd}} / N_{\text{int}} = (N / N_{\text{int}}) - 1. \tag{7}$$

Наличие хотя бы одного внутреннего элемента в массиве $M^n$ является условием существования небесконечной оценки для $\varepsilon$:

$$\varepsilon \le c, \tag{8}$$

где $c$ – некоторая константа, $c < \infty$.

1.2. *Построение массива по линейному списку.* Рассмотрим линейный список, элемент которого представляет собой упорядоченный набор из $n$ целых неотрицательных чисел:

$$X = \{x_{i0}, \dots, x_{i(n-1)}\}_{i=0}^{N_x - 1}, \tag{9}$$

где $x_{ij}$ – целые неотрицательные числа. Назовем размахом $\Delta_j$ списка $X$ по индексу $j$ диапазон изменения $x_{ij}$ при $i = 0, \ldots, N_x - 1$:

$$\Delta_j X = \max_i x_{ij} - \min_i x_{ij}, \tag{10}$$

где $j = 0, \ldots, n-1$.

Построим массив $M^n$, в котором диапазон изменения $j$-го индекса элементов задается размахами списка $X$: $j = 0, \ldots, (\Delta_j X) - 1$. Установим значение элемента $a_{i_0 i_1 \ldots i_{n-1}}$ массива $M^n$ в 0, если в списке $X$ содержится элемент $(i_0, i_1, \ldots, i_{n-1})$, и в 1 в противном случае. Таким образом, список $X$ однозначно определяет массив $M^n$.

Для построенного массива можно вычислить оценку для $\varepsilon$ по формуле (7) при $N_j = \Delta_j X$, $j = 0, \ldots, n-1$. Эта оценка характеризует отношение числа граничных элементов к числу внутренних для массива, размеры которого задаются размахами списка $X$, поэтому данную оценку будем рассматривать как характеристику списка $\varepsilon(X)$. Будем также считать, что для пустого списка не существует конечной оценки для $\varepsilon$.

Заметим, что при условии постоянства «объема» массива $M^n$:

$$V = \prod_{j=0}^{n-1} \Delta_j = \text{const}, \tag{11}$$

максимум оценки для $\varepsilon(X)$ достигается при $\Delta_0 X = \Delta_2 X = \ldots = \Delta_{n-1} X$. Можно считать, что список $X$ является оптимальным по размахам, если $\Delta_1 X = \Delta_2 X = \ldots = \Delta_{n-1} X$.

2. **Процедура модификации списка кодов.** Рассмотрим процедуру модификации линейного списка $\Omega = \{\omega_i\}_{i=0}^{N_0 - 1}$ зарегистрированных натуральных двоичных кодов. К списку $\Omega$ применяется обратимая операция сжатия $f$ без потери информации, переводящая данный список в список пар:

$$\Omega \xrightarrow{f} Y = \{x_i, y_i\}_{i=0}^{N_y - 1}, \tag{12}$$

в каждой из которых на первом месте стоит целое неотрицательное число $x_i$, отвечающее зарегистрированному коду элемента исходного списка $\Omega$, а на втором $y_i$ – число последовательных повторений кода. Применение операции $f$ к пустому списку есть пустой список:

$$f(\varnothing) = \varnothing. \tag{13}$$

Поскольку неизвестно, как долго измеряемый сигнал имел амплитуду $\omega_0$ до начала регистрации и как долго амплитуда $\omega_{N_0 - 1}$ сохранится неизменной, отбросим первую и последнюю пары списка $Y$. Если длина списка $N_0 \le 2$, то такое отбрасывание приводит к пустому списку.

Перейдем от списка пар $Y$ к списку троек

$$Z = \{i, x_i, y_i\}_{i=0}^{N_z - 1}, \tag{14}$$

приписывая к каждой паре ее порядковый номер в списке пар $Y$.

3. **Параметры режима регистрации.** Под режимом регистрации будем понимать следующую тройку независимых параметров измерительного устройства, при которой был получен список кодов $\Omega$: 1) объем памяти $N_0 = 2^{p_0}$; 2) разрешающая способность по амплитуде $l_0$, 3) шаг квантования сигнала по времени $\Delta t_0$. В дальнейшем шаг $\Delta t$ будем характеризовать безразмерной величиной $m = \log_2(\Delta t / \Delta t_0)$. Заметим, что шагу квантования сигнала по времени $\Delta t_0$, выбранному для регистрации типичного фрагмента траектории ДС, отвечает $m_0 = 0$.

Отметим, что объем памяти $N_0$ ограничивает длину регистрируемого списка кодов, а разрешающая способность по амплитуде $l_0$ – разрядность кодов, шаг квантования сигнала по времени $m_0$ наряду с разрядностью $l_0$ оказывает влияние на числа повторений кодов в списке пар $Y$.

Поставим в соответствие режиму регистрации, отвечающему параметрам $p$, $l$ и $m$, тройку целочисленных неотрицательных индексов $(i, j, k)$. Будем считать, что режиму регистрации, при котором был зарегистрирован типичный фрагмент траектории ДС, соответствуют индексы (0, 0, 0). Для идентификации режима регистрации в обозначении списка будем использовать тройку нижних индексов. Назовем список $\Omega_{000}$, отвечающий режиму регистрации (0, 0, 0), первичным.

Рассмотрим операции $\varphi_p$, $\varphi_l$ и $\varphi_m$, позволяющие породить на основе первичного списка кодов $\Omega_{000}$ трехмерный массив производных списков $\Omega_{ijk}$, отвечающих изменению режима регистрации:

$$\Omega_{000} \xrightarrow{\varphi_p \varphi_l \varphi_m} M_\Omega^3 = \{\Omega_{ijk}\}, \tag{15}$$

где режим регистрации $(i, j, k)$ характеризуется объемом памяти $N = 2^{-i} N_0$, разрядностью $k = l_0 - j$ и шагом квантования по времени $m = m_0 + k$.

Операцию перехода от списка $\Omega_{ijk}$ к списку $\Omega_{(i+1)jk}$, соответствующему регистрации с вдвое меньшим объемом памяти $N = 2^{p_0 - 1}$, обозначим $\varphi_p$:

$$\varphi_p(\Omega_{ijk}) = \Omega_{(i+1)jk}. \tag{16}$$

Операция $\varphi_p$ представляет собой уменьшение длины списка вдвое путем отбрасывания его правой половины. Обозначим $n$-кратное применение $\varphi_p$ к списку $\Omega_{ijk}$ следующим образом:

$$\underbrace{\varphi_p \ \dots \ \varphi_p}_{n \text{ раз}}(\Omega_{ijk}) = \varphi_p^n(\Omega_{ijk}) = \Omega_{(i+n)jk}. \tag{17}$$

Введем операцию $g$ удаления первого кода из списка:

$$\Omega_{ijk} = \{\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_{N_0 - 1}\} \xrightarrow{g} \Omega'_{ijk} = \{\omega_1, \dots, \omega_{N_0 - 1}\}. \tag{18}$$

Заметим, что для списка $\Omega_{ijk}$ длиной $N_0 = 2^{p_0}$ выполняется

$$g(\varphi_p^{p_0}(\Omega_{ijk})) = \varnothing. \tag{19}$$

Операцию перехода от списка $\Omega_{ijk}$ к списку $\Omega_{i(j+1)k}$, соответствующему регистрации с меньшим амплитудным разрешением, обозначим $\varphi_l$:

$$\varphi_l(\Omega_{ijk}) = \Omega_{i(j+1)k}. \tag{20}$$

Операция $\varphi_l$ представляет собой сдвиг кодов списка $\Omega_{ijk}$ вправо на один двоичный разряд с отбрасыванием. Обозначим $n$-кратное применение $\varphi_l$ к списку $\Omega_{ijk}$ как

$$\underbrace{\varphi_l \ldots \varphi_l}_{n \text{ раз}}(\Omega_{ijk}) = \varphi_l^n(\Omega_{ijk}) = \Omega_{i(j+n)k}. \tag{21}$$

И наконец, операцию перехода от списка $\Omega_{ijk}$ к списку $\Omega_{ij(k+1)}$, соответствующему регистрации с вдвое большим шагом квантования по времени, обозначим $\varphi_m$:

$$\varphi_m(\Omega_{ijk}) = \Omega_{ij(k+1)}. \tag{22}$$

Операция $\varphi_m$ представляет собой прореживание списка (удаление каждого нечетного элемента списка, начиная с первого). Обозначим $n$-кратное применение $\varphi_m$ к списку $\Omega_{ijk}$ как

$$\underbrace{\varphi_m \ldots \varphi_m}_{n \text{ раз}}(\Omega_{ijk}) = \varphi_m^n(\Omega_{ijk}) = \Omega_{ij(k+n)}. \tag{23}$$

Заметим, что для списка $\Omega_{ijk}$ длиной $N_0 = 2^{p_0}$ выполняется

$$g(\varphi_m^{p_0}(\Omega_{ijk})) = \varnothing. \tag{24}$$

Можно также показать, что для совместного применения $\varphi_p$ и $\varphi_m$ к списку $\Omega_{ijk}$ длиной $N_0 = 2^{p_0}$ выполняется

$$g(\varphi_p^{p'}(\varphi_m^{m'}(\Omega_{ijk}))) = \varnothing, \tag{25}$$

где $p' + m' \geq p_0$.

Применяя операции $\varphi_p$, $\varphi_l$ и $\varphi_m$ к первичному списку, выполним порождение производных списков, отвечающих режимам регистрации $(i, j, k)$: $i = 0, \ldots, p_0 - 1$, $j = 0, \ldots, l_0 - 1$, $k = 0, \ldots, p_0 - 1$, причем $i + k < p_0$. Положим все элементы $\Omega_{ijk}$ массива $M_\Omega^3$, для которых $i + k \geq p_0$, равными $\varnothing$.

Производные списки $\Omega_{ijk}$ преобразуются в списки троек $Z_{ijk}$ по предложенной выше процедуре (см. п. 2). Полученные списки $Z_{ijk}$ образуют массив

$$M_Z^3 = \{Z_{ijk}\}. \tag{26}$$

4. **Детерминированность списка по размахам.** Рассмотрим задачу построения классификационной схемы, позволяющей установить такое свойство эволюционного оператора $S_t$, как детерминированность. Покажем, что предлагаемое решение удовлетворяет требованиям: а) существования, б) единственности, в) устойчивости по отношению к изменению режима регистрации.

4.1. *Существование*. Пусть $n_+$ – число списков $Z_{ijk}$ в массиве $M_Z^3$, для которых существует небесконечная оценка для $\varepsilon(Z_{ijk})$. Отнесем первичный список $\Omega_{000}$ к классу детерминированных по размахам, если выполняется

$$n_+ \geq n_+^*, \tag{27}$$

где $n_+^*$ – некоторая наперед заданная величина. В противном случае будем считать, что первичный список $\Omega_{000}$ принадлежит к классу недетерминированных по размахам.

Заметим, что данный критерий строится с использованием всех списков в $M_Z^3$, при этом значение оценки для $n_+$ лежит в диапазоне $0 \leq n_+ \leq p_0^2 l_0$.

4.2. *Единственность*. Назначим каждому элементу $Z_{ijk}$ массива $M_Z^3$ весовой коэффициент $\frac{1}{\varepsilon(Z_{ijk})}$. Таким образом, элемент $Z_{ijk}$ массива $M_Z^3$, имеющий наименьшую оценку для $\varepsilon(Z_{ijk})$, будет иметь наибольший вес. Будем считать, что элемент массива $M_Z^3$, для которого не существует конечной оценки для $\varepsilon(Z_{ijk})$, имеет вес, равный 0. Найдем «центр тяжести» $O$ массива $M_Z^3$:

$$O(M_Z^3) = \left( \frac{\sum\limits_{ijk} \frac{i}{\varepsilon(Z_{ijk})}}{\sum\limits_{ijk} \frac{1}{\varepsilon(Z_{ijk})}}, \frac{\sum\limits_{ijk} \frac{j}{\varepsilon(Z_{ijk})}}{\sum\limits_{ijk} \frac{1}{\varepsilon(Z_{ijk})}}, \frac{\sum\limits_{ijk} \frac{k}{\varepsilon(Z_{ijk})}}{\sum\limits_{ijk} \frac{1}{\varepsilon(Z_{ijk})}} \right). \tag{28}$$

Назовем оптимальным (в смысле положения в массиве $M_Z^3$) такой список $Z_{(ijk)_{\text{opt}}}$, индексы которого представляют собой округленные до ближайшего целого компоненты вектора $O(M_Z^3)$. Очевидно, что список $Z_{(ijk)_{\text{opt}}}$ определяется единственным образом и может быть найден, если в массиве $M_Z^3$ содержится хотя бы один список $Z_{ijk}$, для которого существует небесконечная оценка для $\varepsilon(Z_{ijk})$.

4.3. *Устойчивость*. Исследование устойчивости классификации к изменению режима регистрации основано на анализе устойчивости размахов единственного модифицированного списка $Z_{(ijk)_{\text{opt}}}$ при условии, что ближайших соседей $\delta_n = 6$*.

Найдем оценки устойчивости размахов списка $Z_{(ijk)_{\text{opt}}}$ к изменению режима регистрации:

$$r_0 = \frac{|\Delta_0 Z_{(i(j+1)k)_{\text{opt}}} - \Delta_0 Z_{(i(j-1)k)_{\text{opt}}}|}{\Delta_0 Z_{(ijk)_{\text{opt}}}} + \frac{|\Delta_0 Z_{(ij(k+1))_{\text{opt}}} - \Delta_0 Z_{(ij(k-1))_{\text{opt}}}|}{\Delta_0 Z_{(ijk)_{\text{opt}}}}, \tag{29a}$$

---

* Если $\delta_n < 6$, то будем считать, что решение задачи является неустойчивым к изменению режима регистрации.

$$r_1 = \frac{|\Delta_1 Z_{((i+1)jk)_{opt}} - \Delta_1 Z_{((i-1)jk)_{opt}}|}{\Delta_1 Z_{(ijk)_{opt}}} + \frac{|\Delta_1 Z_{(ij(k+1))_{opt}} - \Delta_1 Z_{(ij(k-1))_{opt}}|}{\Delta_1 Z_{(ijk)_{opt}}}, \tag{29б}$$

$$r_2 = \frac{|\Delta_2 Z_{((i+1)jk)_{opt}} - \Delta_2 Z_{((i-1)jk)_{opt}}|}{\Delta_2 Z_{(ijk)_{opt}}} + \frac{|\Delta_2 Z_{(i(j+1)k)_{opt}} - \Delta_2 Z_{(i(j-1)k)_{opt}}|}{\Delta_2 Z_{(ijk)_{opt}}}. \tag{29в}$$

Отметим, что величины $r_0, r_1$ и $r_2$ характеризуют устойчивость размахов списка $Z_{(ijk)_{opt}}$ к изменению соответственно объема памяти, разрядности и шага квантования сигнала по времени.

Перейдем к обобщенной оценке устойчивости размахов списка $Z_{(ijk)_{opt}}$ к изменению режима регистрации:

$$r = \max\{r_0, r_1, r_2\}. \tag{30}$$

Будем считать решение задачи устойчивым к изменению режима регистрации, если выполняется

$$r \le r^*, \tag{31}$$

где $r^*$ – некоторая наперед заданная величина.

5. **Обучение.** Установим длину списка регистрируемых кодов $N_0 = 1024$ и их разрядность $l_0 = 10$. Шаг квантования по времени – единственный параметр, который задается пользователем измерительного устройства (наблюдателем).

Назначим значения оценок $n_+^*$ и $r^*$ на основе анализа расчетных значений $n_+$ для «обучающих» списков кодов (табл. 1).

В качестве обучающих были выбраны списки, порожденные а) численным решением системы дифференциальных уравнений Ресслера четвертого порядка [6] (см. приложение) для режима детерминированного хаоса, б) датчиком псевдослучайных чисел*. На основе результатов обучения (см. табл. 1) назначим** следующие значения констант: $n_+^* = 30$ и $r^* = 2$.

6. **Тестирование.** Рассмотрим классификацию списков, полученных на основе результатов численного интегрирования системы дифференциальных уравнений Ресслера (см. приложение), имитирующих регистрацию с переменным шагом квантования по времени $h$ (табл. 2). Из таблицы видно, что устойчивая классификация рассматриваемых списков достигается в ограниченном диапазоне изменения шага квантования сигнала по времени.

Таким образом, на основе анализа результатов наблюдений, график которых демонстрирует похожее на хаотическое поведение (см. рисунок в прило-

---

* Заметим, что между детерминированным хаосом, порождаемым численным решением системы дифференциальных уравнений Ресслера, и программой, реализующей псевдослучайную последовательность, нет принципиальной разницы. В том и другом случае эволюционный оператор представляет собой программу ЭВМ, которая по определению является детерминированной.

** Поскольку для рассматриваемых списков значения $n_+$ существенно различаются, имеется некоторый диапазон, в котором может быть выбрано значение константы. Таким образом, можно отметить, что достигается независимость результатов классификации от выбора константы из некоторого диапазона.

Таблица 1

| Способ получения контрольного списка кодов | $n_+$ | $r_0$ | $r_1$ | $r_2$ |
|---|---|---|---|---|
| Результаты численного интегрирования системы дифференциальных уравненийРесслера | 124 | 1,72 | 0,64 | 1,10 |
| Генератор случайных чисел* | 18 | – | – | – |

* Для данного списка не выполняется условие $\delta_n = 6$, следовательно, решение задачи является неустойчивым к изменению режима регистрации

жении), можно говорить о динамической системе с детерминированным эволюционным оператором.

Соответствующую классификационную задачу можно считать корректно поставленной, так как решение существует в смысле п. 4.1; единственно в смысле п. 4.2; устойчиво по отношению к вариациям режима регистрации, определенным в п. 4.3.

**Обсуждение.** 1. В зависимости от конкретных целей можно предложить различные дихотомические классификации. Ясно, что говорить об оптимальных (в некотором строго определенном смысле) измерениях можно лишь в том случае, если алгоритм обработки данных, порождающих код классификации, задан. В этой связи надо было бы варьировать не только параметры схемы регистрации, но и саму процедуру. Мы предполагаем, что «малые шевеления» алгоритма обработки сводятся к вариациям назначаемых констант процедуры. Причем «амплитуда» этих вариаций сопоставима с изменениями тех трех величин, которые представлены в модели измерительного устройства. Можно по-разному определить термины «вариация» и «сопоставимость». Желательно, чтобы эти определения были удобны в обращении и не противоречили общепринятым. В данной работе мы таких определений не даем.

2. Анализируемый список кодов объявляется «типичным». Это понадобилось для того, чтобы иметь возможность говорить не столько о классификации данного фрагмента (эта классификация «правильна» по определению), сколько иметь возможность перенести ее на свойства множества тра-

Таблица 2

| $h$ | $n_+$ | $r_0$ | $r_1$ | $r_2$ | Результат классификации | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | Детерминированность, $n_+ \geq 30$ | Устойчивость, $r \leq 2$ |
| 0,05 | 89 | – | – | – | + | – |
| 0,1 | 89 | 1,75 | 0,38 | 1,27 | + | + |
| 0,2 | 124 | 1,72 | 0,64 | 1,10 | + | + |
| 0,4 | 110 | 1,63 | 3,58 | 0,43 | + | – |
| 0,8 | 113 | 2,44 | 0,73 | 1,32 | + | – |

екторий исследуемой динамической системы. Хотя интуитивно ясно, о чем здесь идет речь, строгого определения понятия «типичный» не дано, и здесь можно повторить сказанное в конце п. 1 обсуждения.

3. В данном случае нас интересуют некоторые грубые свойства предельного множества траекторий стандартной динамической системы ДС = $=(H, S_t)$, хотя исследуются фрагменты траекторий иной динамической системы – разностной модели исходной. Можно определить ее как конструктивную динамическую систему (КДС). Переход ДС $\to$ КДС в общем случае не сохраняет некоторые существенные свойства аттрактора первой. Особенно это касается локальных свойств предельного множества траекторий ДС. В нашем же случае речь идет о глобальных свойствах, таких как существование динамики (1), проявление стохастики или реализация случая детерминированного хаоса (2). Сказанное выше дает основание отнести полученные результаты к стандартной ДС, хотя, строго говоря, они характеризуют лишь соответствующую КДС.

4. Прежде чем классифицировать фрагмент траектории как представляющий детерминированный хаос, надо было бы отвергнуть предположение о том, что $S_t$ – периодический эволюционный оператор. Мы этого не делаем, в частности, на том основании, что в данном конкретном случае априорно известно, что процесс не является периодическим.

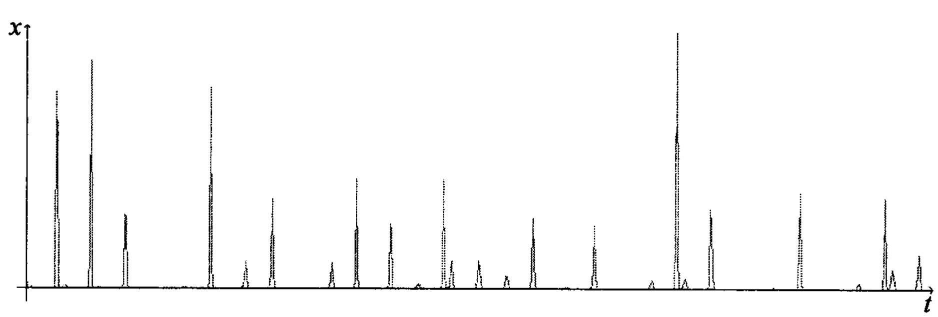
## ПРИЛОЖЕНИЕ

**Результаты численного интегрирования системы дифференциальных уравнений Ресслера в режиме детерминированного хаоса.** Интегрирование системы дифференциальных уравнений Ресслера

$$\begin{cases} \dot{X} = -Y - Z, \\ \dot{Y} = X + 0{,}25Y + W, \\ \dot{Z} = 3 + XZ, \\ \dot{W} = -0{,}5Z + 0{,}05W \end{cases}$$

проведено с использованием программы, реализующей метод Розенброка четвертого порядка при $N_0 = 32000$, $h = 0{,}1$, $\varepsilon = 0{,}001$, $h_{\text{start}} = 0{,}01$ и начальных условиях $X = -1, Y = 1, Z = -0{,}01$ и $W = 10$.

Классифицируемые списки формировались по результатам численного интегрирования, отвечающим переменной $Z$, с их последующим преобразо-




Типичный фрагмент траектории при $h = 0{,}2$

ванием в 10-битные коды. Получение списков, имитирующих регистрацию с большим шагом квантования по времени, выполнялось путем прореживания списка, полученного при шаге вывода $h = 0{,}1$. В качестве типичного был выбран фрагмент траектории, полученный при шаге вывода $h = 0{,}2$ (см. рисунок).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. **Волков Н. Б., Искольдский А. М.** Об аналогии между начальными стадиями зарождения турбулентности и электрического взрыва проводников // Письма в ЖЭТФ. 1990. **51**, вып. 11. С. 560.
2. **Iskoldskiy A. M., Volkov N. B., Zubarev N. M., Zubareva O. V.** The large-scale vortex structures in plasma-like fluids and the electric explosion of conductors // Chaos. 1996. **6**, N 4. P. 568.
3. **Чуешов И. В.** Глобальные аттракторы в нелинейных задачах математической физики // Успехи мат. наук. 1993. **48**, вып. 3(291). С. 135.
4. **Искольдский А. М.** Разработка и исследование новых методов анализа результатов наблюдений в хаотической динамике. Ч. I // Автометрия. 1997. № 2. С. 61.
5. **Искольдский А. М.** Разработка и исследование новых методов анализа результатов наблюдений в хаотической динамике. Ч. II // Автометрия. 1998. № 1. С. 67.
6. **Неймарк Ю. И., Ланда П. С.** Стохастические и хаотические колебания. М.: Наука, 1987.



*Институт электрофизики УрО РАН,*
*E-mail: ami@ami.uran.ru*



*Поступила в редакцию*
*16 августа 1999 г.*