

УДК 621.391.266

**А. В. Кревецкий**

*(Йошкар-Ола)*

**РАСПОЗНАВАНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ ОБЪЕКТОВ  
ПО ФОРМЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОНТУРОВ\***

Предложен подход к распознаванию трехмерных объектов, представленных пространственными контурами. Разработана алгебра пространственных контуров, заданных кватернионными кодами, мера схожести их форм. Получены алгоритмы распознавания и оценки параметров геометрических преобразований объектов по форме пространственных контуров. Приведены результаты анализа характеристик предложенных алгоритмов.

**Введение.** Развитие стереоскопических и других многопозиционных датчиков изображения делает актуальными вопросы построения систем технического зрения, способных выполнять анализ формы трехмерных объектов и сцен [1–7]. Методы анализа трехмерных форм представляют интерес и для моноскопических многоградационных изображений, когда использование дополнительной (яркостной, градиентной или др.) информации способно привести к повышению качества принимаемых решений [8, 9].

Создание технических систем, способных решать задачи распознавания образов трехмерного мира в реальном масштабе времени, во многом сдерживается тремя нерешенными проблемами: высокой размерностью описания поверхностей, сложностью однозначной нумерации вторичных признаков трехмерных форм, неинвариантностью алгоритмов распознавания формы поверхностей к масштабу и ракурсу наблюдения.

В качестве подхода к распознаванию трехмерных объектов в реальном времени, снимающего основную часть перечисленных проблем, предлагается морфологический анализ пространственных кривых, ассоциированных с этими объектами.

Примерами объектов, где такой подход наиболее целесообразен, могут служить площадные и нитевидные географические объекты на сложном рельефе [10–12], остовы трехмерных объектов (например, скелета руки), контуры неоднородных фигур с информативным градиентом в контурных точках [2], трехмерные групповые точечные ориентиры [13, 14], множества характерных точек сложных рельефных объектов [15], линии перегибов поверхностей (ближущие грани объектов искусственного происхождения, горные хребты) [8, 9], кривые «катастроф» и т. д.

\* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 99-01-00186) и Министерства образования РФ (проект № 03.01.06 2000 г.).

**Математическая модель пространственного контура.** Под пространственным контуром (ПК) далее будем понимать полигональную аппроксимацию  $\Gamma = (\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{L-1})$  ассоциированной с трехмерным объектом пространственной кривой  $\Gamma(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$  – пространственные координаты. Для последующего анализа каждый ПК кодируется вектор-контуром (ВК)  $\Gamma = \{\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_{L-1}\} = \{\gamma_m\}_{0, L-1}$  в многомерном гиперкомплексном пространстве  $G^L$  размерностью  $L$ . Здесь каждый элементарный вектор, в свою очередь, задается кватернионом  $\gamma_m = \gamma_{0m} + i\gamma_{1m} + j\gamma_{2m} + k\gamma_{3m}$ . В частности, для цепного метода кодирования, обеспечивающего инвариантность кода к смещению объекта в поле зрения датчика,  $\gamma_{0m} = 0$ ,  $\gamma_{1m} = x_{1(m+1)} - x_{1m}$ ,  $\gamma_{2m} = x_{2(m+1)} - x_{2m}$ ,  $\gamma_{3m} = x_{3(m+1)} - x_{3m}$ . Специальные кватернионы  $i, j$  и  $k$  вместе с 1 являются элементами базиса и подчиняются следующим правилам умножения:  $i^2 = j^2 = k^2 = -1$ ,  $jk = -kj = i$ ,  $ki = -ik = j$ ,  $ij = -ji = k$ .

На рис. 1 приведены примеры формирования ПК для особенностей трехмерных объектов в виде множества характерных точек (рис. 1, а) и непрерывной линии (рис. 1, б).

С учетом алгебры кватернионов [16] определим алгебру пространственных контуров.

1. Сложение двух ВК:  $\Gamma + \mathbf{N} = \mathbf{N} + \Gamma = \{\gamma_n\} + \{\mathbf{v}_n\} = \{\epsilon_n\} = \Sigma$ , где  $\epsilon_n = \gamma_n + \mathbf{v}_n$ ,  $n = 0, L-1$ .

2. Умножение ВК на действительное число (масштабирование):  $a\Gamma = \Gamma a = \{a\gamma_n\}_{0, L-1}$ .

3. Умножение ВК на кватернион:  $\mathbf{g}\Gamma = \{\mathbf{g}\gamma_n\}_{0, L-1}$ , а для мнимого кватерниона ( $g_0 = 0$ )  $\mathbf{g}\Gamma = \overline{\Gamma\mathbf{g}} = \{\mathbf{g}\gamma_n\}_{0, L-1}$ .

4. Деление ВК на кватернион:  $\frac{\Gamma}{\mathbf{g}} = \left\{ \frac{\gamma_n \bar{\mathbf{g}}}{|\mathbf{g}|^2} \right\}_{0, L-1}$ , где  $\bar{\bullet}$  – знак гиперкомплексного сопряжения:  $\bar{\mathbf{g}} = g_0 - ig_1 - jg_2 - kg_3$ .

5. Неравенство Минковского  $\|\mathbf{N} + \Gamma\| \leq \|\mathbf{N}\| + \|\Gamma\|$ .

6. Поворот ВК на угол  $2\varphi$  вокруг оси, заданный кватернионом  $\mathbf{g} = \cos\varphi + \mathbf{p}\sin\varphi$ ,  $\mathbf{p}$  – единичный чисто мнимый кватернион оси вращения:  $\mathbf{g}\Gamma\mathbf{g}^{-1} = \{\mathbf{g}\gamma_n\mathbf{g}^{-1}\}_{0, L-1}$ .

7. Сдвиг начальной точки ВК  $\Gamma$  на  $r$  элементов:  $\Gamma^r = \{\gamma_{(n+r) \bmod L}\}_{0, L-1}$ , где сложение номеров элементарных векторов выполняется по модулю  $L$ .

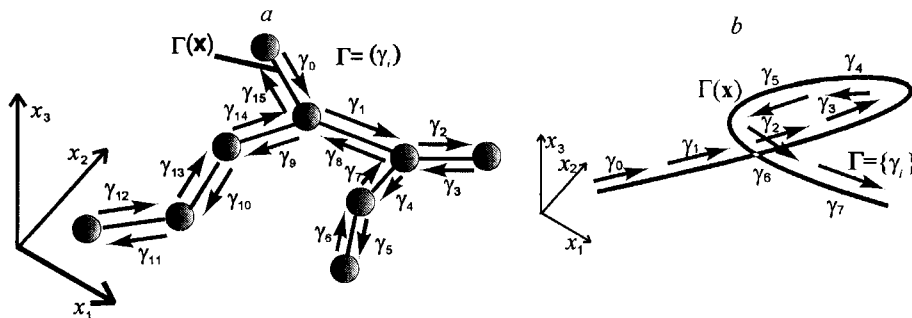


Рис. 1. Примеры формирования ПК: а – трехмерный групповой точечный объект, б – непрерывная кривая

8. Скалярное произведение пространственных контуров. Определим скалярное произведение двух чисто мнимых ВК в виде суммы произведений сопряженных элементарных векторов:

$$(\mathbf{N}, \Gamma) = \sum_{n=0}^{L-1} \mathbf{v}_n \bar{\gamma}_n = \sum_{n=0}^{L-1} (\mathbf{v}_n, \gamma_n)^{E^3} + \sum_{n=0}^{L-1} [\mathbf{v}_n, \gamma_n]^{E^3}.$$

Здесь  $(\mathbf{v}_n, \gamma_n)^{E^3} = |\mathbf{v}_n| |\gamma_n| \cos \varphi_n$  имеет смысл скалярного, а  $[\mathbf{v}_n, \gamma_n]^{E^3}$  – векторного произведений векторов в трехмерном евклидовом пространстве  $E^3$ .

Таким образом, скалярное произведение ВК в пространстве  $G^L$  содержит в виде числовой части скалярное произведение ВК в евклидовом пространстве  $E^{3L}$ , а также дополнительную, векторную часть, т. е. потенциально является более информативным, чем скалярное произведение в  $E^{3L}$ .

Введенное скалярное произведение обладает следующими свойствами:

8.1.  $(\mathbf{N}, \Gamma) = (\Gamma, \mathbf{N})$  – эрмитова симметрия.

8.2.  $(\mathbf{N}, \Gamma + \mathbf{E}) = (\mathbf{N}, \Gamma) + (\mathbf{N}, \mathbf{E})$  и  $(\mathbf{N} + \mathbf{E}, \Gamma) = (\mathbf{N}, \Gamma) + (\mathbf{E}, \Gamma)$  – дистрибутивный закон.

8.3.  $(\mathbf{N}, \mu\Gamma) = \mu(\mathbf{N}, \Gamma)$  и  $(\mu\mathbf{N}, \Gamma) = \mu(\mathbf{N}, \Gamma)$  – ассоциативный закон (для действительных значений  $\mu$ ).

8.4.  $(\Gamma, \Gamma) = \sum_{n=0}^{L-1} \gamma_n \bar{\gamma}_n = \sum_{n=0}^{L-1} |\gamma_n|^2 = \|\Gamma\|^2 \geq 0$  – положительная определенность.

8.5.  $|(\mathbf{N}, \Gamma)|^2 \leq (\mathbf{N}, \mathbf{N})(\Gamma, \Gamma)$  – неравенство Коши – Шварца.

8.6. Изменение составляющих скалярного произведения при собственных вращениях ПК. Пусть вектор-контур  $\mathbf{N}$  – копия вектор-контра  $\Gamma$ , повернутого вокруг оси  $\mathbf{p}$  на угол  $2\varphi$ :  $\mathbf{N} = \mathbf{g}\Gamma\mathbf{g}^{-1}$ ,  $\mathbf{g} = \cos\varphi + \mathbf{p}\sin\varphi$ . Здесь можно выделить два случая.

8.6.1. Предположим, что вектор-контур  $\Gamma$  расположен целиком в плоскости, перпендикулярной кватерниону оси вращения, например, пусть  $\mathbf{p} = 0 + i \cdot 1 + j \cdot 0 + k \cdot 0$ ,  $\mathbf{g} = \cos\varphi + i\sin\varphi$ . Тогда

$$\begin{aligned} (\mathbf{N}, \Gamma) &= \sum_{n=0}^{L-1} \mathbf{g}\gamma_n\mathbf{g}^{-1}\bar{\gamma}_n = \sum_{n=0}^{L-1} |\gamma_n|^2 \cos 2\varphi + \\ &+ i \sum_{n=0}^{L-1} |\gamma_n|^2 \sin 2\varphi = \|\Gamma\|^2 \cos 2\varphi + i\|\Gamma\|^2 \sin 2\varphi, \end{aligned}$$

т. е. поворот плоского ВК приводит к повороту скалярного произведения на такой же по величине угол или, другими словами, к перераспределению энергии ВК между двумя квадратурными составляющими. При этом  $|(\mathbf{N}, \Gamma)| = \left| \|\Gamma\|^2 \cos 2\varphi + i\|\Gamma\|^2 \sin 2\varphi \right| = \|\Gamma\|^2$ .

8.6.2. Для случая произвольных вектор-контра  $\Gamma$  и вектора вращения  $\mathbf{g}$  ситуация иная: каждый элементарный вектор поворачивается на свой собственный угол:

$$(\mathbf{N}, \Gamma) = \sum_{n=0}^{L-1} \mathbf{g}\gamma_n\mathbf{g}^{-1}\bar{\gamma}_n = \sum_{n=0}^{L-1} |\gamma_n|^2 \cos \varphi_n + \sum_{n=0}^{L-1} \mathbf{q}_n |\gamma_n|^2 \sin \varphi_n,$$

где  $\varphi_n$  – угол между  $n$ -ми элементарными векторами исходного и повернутого ВК,  $q_n$  – мнимый единичный кватернион ( $|q_n|=1$ ), перпендикулярный плоскости, в которой расположены исходный вектор  $\gamma_n$  и его повернутая копия, и направленный по правилу правого винта при его вращении от  $v_n$  к  $\gamma_n$ . Поскольку каждой паре  $v_n$  и  $\gamma_n$  соответствуют собственный угол  $\varphi_n$  и направление вектора  $q_n$ , то перераспределения энергии между числовой и мнимой частями не происходит и  $|(N, \Gamma)| < \|\Gamma\|^2$ .

**Мера схожести формы пространственных контуров.** Для синтеза оптимальных (по критерию минимума расстояния в признаковом пространстве [6]) алгоритмов распознавания трехмерных объектов представляет интерес рассмотреть возможность применения меры схожести ПК на базе скалярного произведения в пространстве  $G^L$ .

С учетом указанных свойств скалярного произведения в  $G^L$  целесообразно в качестве меры схожести формы ПК как инварианты к преобразованиям вращения, масштаба и параллельного переноса использовать числовую часть нормированного модифицированного скалярного произведения вектор-контуров в пространстве  $G^L$ :

$$\eta_{N\Gamma} = \operatorname{Re} \left\{ \frac{(N, \hat{g}\Gamma\hat{g}^{-1})}{\|N\| \|\hat{g}\Gamma\hat{g}^{-1}\|} \right\} = \operatorname{Re} \left\{ \frac{(\hat{g}^{-1}N\hat{g}, \Gamma)}{\|\hat{g}^{-1}N\hat{g}\| \|\Gamma\|} \right\}.$$

Здесь  $\hat{g}$  – оценка кватерниона геометрических преобразований  $g$  над копией пространственного контура  $\Gamma$  в предположении, что  $N = g\Gamma g^{-1}$ ,  $g = \mu(\cos\varphi + p\sin\varphi)$ . Нормировка скалярного произведения вводится для инвариантности меры схожести к масштабу  $\mu$  наблюдаемого ПК.

Очевидно, что при  $N = g\Gamma g^{-1}$  и равенстве  $\hat{g} = g$  значение меры максимально:  $\eta_{N\Gamma} = 1$ , а при его невыполнении (например, для случая зашумленного ПК или ПК другой формы)  $\eta_{N\Gamma} < 1$ .

**Распознавание зашумленных пространственных контуров.** При использовании меры схожести ПК  $\eta_{N\Gamma}$  алгоритм распознавания формы зашумленных пространственных контуров  $N = g\Gamma_m^r g^{-1} + \Xi$ , оптимальный в смысле минимума расстояния в пространстве  $G^L$ , имеет вид

$$\hat{m} = \arg \max_m \max_r \eta_{N\Gamma}(m, r),$$

$$\eta_{N\Gamma}(m, r) = \operatorname{Re} \left\{ \frac{(N, \hat{g}_m \Gamma_m^r \hat{g}_m^{-1})}{\|N\| \|\hat{g}_m \Gamma_m^r \hat{g}_m^{-1}\|} \right\} = \operatorname{Re} \left\{ \frac{(\hat{g}_m^{-1} N^{-r} \hat{g}_m, \Gamma_m)}{\|\hat{g}_m^{-1} N^{-r} \hat{g}_m\| \|\Gamma_m\|} \right\},$$

где  $\Xi = \{\xi_n\}_{0, L-1}$  – шумовая составляющая пространственного контура,  $m$  – номер класса эталонных пространственных контуров,  $\hat{m}$  – предполагаемый номер класса ПК,  $r$  – взаимный сдвиг кодов наблюдаемого и эталонного контуров. Классификатор, реализующий данный алгоритм, имеет многоканальную схему (по числу эталонных ПК). В каждом  $m$ -м канале классификатора вычисляется мера схожести наблюдаемого контура  $N$  с соответствующим эталоном  $\Gamma_m$ . Решение о классе принимается в пользу канала с максимальным откликом.

**Оценивание параметров геометрических преобразований.** В качестве подходов к получению оценок геометрических преобразований можно предложить алгоритм минимального расстояния в пространстве  $G^L$  или максимального правдоподобия при известном законе распределения вероятностей шумового контура. Первый подход связан с решением достаточно сложной проблемы организации направленного поиска оптимума и приводит к многоитерационным алгоритмам с низкой вычислительной эффективностью. Использование второго подхода осложняется необходимостью аналитического выражения совместных плотностей вероятностей элементов векторов и матриц  $\mathbf{D}$  геометрических преобразований, нелинейно зависящих от неизвестных параметров  $\varphi$ ,  $\rho$  и  $\mu$ :

$$\mathbf{D} = \mu \times$$

$$\times \begin{bmatrix} \cos 2\varphi + \rho_1^2 (1 - \cos 2\varphi) & \rho_1 \rho_2 (1 - \cos 2\varphi) - \rho_3 \sin 2\varphi & \rho_1 \rho_3 (1 - \cos 2\varphi) + \rho_2 \sin 2\varphi \\ \rho_1 \rho_2 (1 - \cos 2\varphi) + \rho_3 \sin 2\varphi & \cos 2\varphi + \rho_2^2 (1 - \cos 2\varphi) & \rho_2 \rho_3 (1 - \cos 2\varphi) - \rho_1 \sin 2\varphi \\ \rho_1 \rho_3 (1 - \cos 2\varphi) - \rho_2 \sin 2\varphi & \rho_2 \rho_3 (1 - \cos 2\varphi) + \rho_1 \sin 2\varphi & \cos 2\varphi + \rho_3^2 (1 - \cos 2\varphi) \end{bmatrix}.$$

В то же время любая  $n$ -я пара триад неколлинеарных элементарных векторов наблюдаемого и эталонного контуров позволяет формировать оценку параметров геометрических преобразований:

$$\hat{\mathbf{D}}_m^{(n)} = N^{(n)} (\Gamma_m^{(n)})^{-1} = \begin{bmatrix} v_{1l}^{(n)} & v_{1k}^{(n)} & v_{1p}^{(n)} \\ v_{2l}^{(n)} & v_{2k}^{(n)} & v_{2p}^{(n)} \\ v_{3l}^{(n)} & v_{3k}^{(n)} & v_{3p}^{(n)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{1l}^{(n)} & \gamma_{1k}^{(n)} & \gamma_{1p}^{(n)} \\ \gamma_{2l}^{(n)} & \gamma_{2k}^{(n)} & \gamma_{2p}^{(n)} \\ \gamma_{3l}^{(n)} & \gamma_{3k}^{(n)} & \gamma_{3p}^{(n)} \end{bmatrix}^{-1}.$$

Каждая такая оценка определяет преобразование, минимизирующее расстояние в многомерном пространстве между этими группами векторов, а их среднее определяет квазиоптимальный алгоритм оценивания геометрических преобразований:  $\hat{\mathbf{g}}_m \leftarrow \hat{\mathbf{D}}_m = \frac{1}{C_L^3} \sum_{n=1}^{C_L^3} \hat{\mathbf{D}}_m^{(n)}$ , где  $C_L^3$  – число триад неколли-

неарных элементарных векторов в пространственном контуре.

В качестве рекомендаций для проектирования алгоритмов оценивания геометрических преобразований ПК следует отметить, что при измерении масштаба наблюдаемого ПК большой размерности ( $L \geq 30$ ) целесообразно использовать не выборочное среднее, а моду или медиану триадных оценок масштаба. Это объясняется нелинейным характером влияния выбросов случайных шумовых процессов на триадные оценки масштаба. Выбросы приводят к смещению выборочного среднего оценок и, следовательно, к снижению характеристик распознавания ориентиров.

Для частного случая известной оси вращения аналитически можно выразить строго оптимальные (по критерию максимального правдоподобия) оценки параметров преобразований [7–9]:

$$2\hat{\varphi}_m = \arctg \frac{\text{Im}(N', \Gamma_m^{\hat{\varphi}})}{\text{Re}(N', \Gamma_m^{\hat{\varphi}})}, \quad \hat{\mu}_m = \frac{|(N', \Gamma_m^{\hat{\varphi}})|}{\|\Gamma_m^{\hat{\varphi}}\|^2}, \quad \hat{\rho}_m = \arg \max_{\rho} |(N', \Gamma_m^{\hat{\varphi}})|,$$

где  $\mathbf{N}' = \{\mathbf{v}'_n\}_{0, L-1}$  и  $\mathbf{\Gamma}' = \{\gamma'_n\}_{0, L-1}$  – проекции пространственных контуров на плоскость вращения. Напомним, что ситуация известной оси вращения является типовой для широкого класса изображений, например для ландшафтных сцен, и поэтому представляет практический интерес.

**Характеристики распознавания пространственных контуров.** Для нахождения характеристик полученных алгоритмов использовался метод статистических испытаний на ЭВМ. Компоненты  $\xi_m$  шумовой составляющей  $\Xi = \{\xi_n\}_{0, L-1}$  наблюдаемых ПК генерировались методом Монте-Карло по нормальному закону распределения вероятностей с нулевым математическим ожиданием и среднеквадратическим отклонением  $\sigma_{\text{ш}}$  без корреляционных связей между соседними отсчетами.

В качестве количественных характеристик степени зашумленности наблюдаемого ПК примем значение отношения сигнал/шум  $q^2$ . При этом, используя аналогию с приемом радиотехнических сигналов, введем следующие обозначения:  $q^2_{\text{вх}} = \gamma_c^2 / 3\sigma_{\text{ш}}^2$  – входное отношение сигнал/шум по «мощности»;

$$q^2_{\text{вых}} = \frac{\|\max \eta_{\Gamma\Gamma}\|^2}{M[\|\eta_{\Xi\Xi}\|^2]} = \frac{L\gamma_c^2}{3\sigma_{\text{ш}}^2} = Lq^2_{\text{вх}}$$

– выходное отношение сигнал/шум по «мощности».

На рис. 2 приведены характеристики распознавания для условий априорной неопределенности относительно ракурса наблюдения ПК двухальтернативного классификатора.

В качестве количественных характеристик точности измерения геометрических параметров были выбраны: 1) средняя погрешность  $\Delta\varphi = M[|\varphi - \hat{\varphi}|]$  и среднеквадратическое отклонение  $\sigma_{\hat{\varphi}} = \sqrt{D[\hat{\varphi}]}$  оценки углового рассогласования наблюдаемого ПК и эталона соответствующего класса; 2) средняя погрешность  $\Delta\mu = M[|\mu - \hat{\mu}|]$  и среднеквадратическое отклонение

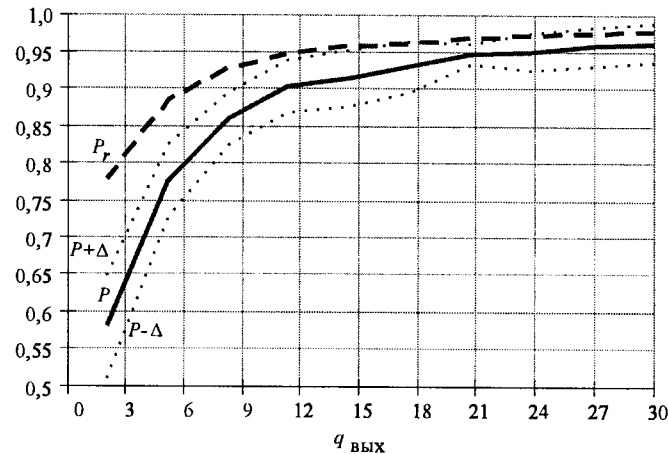


Рис. 2. Достоверность распознавания ПК:  $\Delta$  – значение 95 %-ного доверительного интервала;  $P$  – вероятность правильного распознавания для ситуации неизвестного априори сдвига кодов наблюдаемых и эталонных ПК,  $P_r$  – для известного сдвига кодов наблюдаемых и эталонных ПК

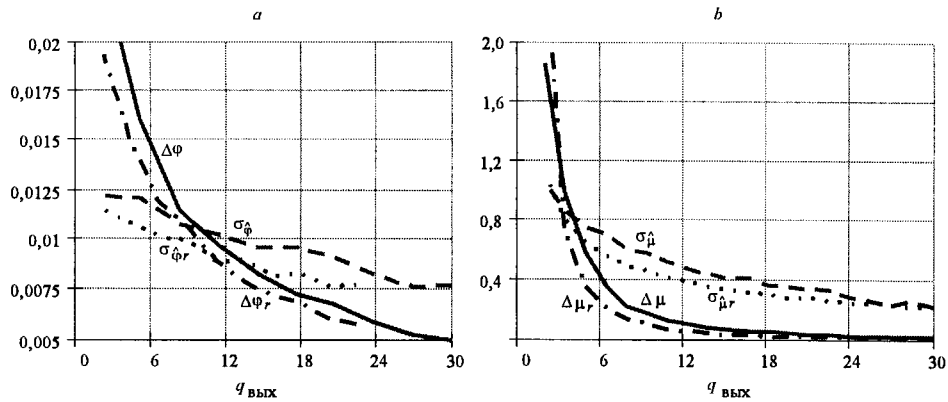


Рис. 3. Характеристики точности измерения параметров геометрических преобразований: *a* – средняя погрешность оценки углового рассогласования (в градусах) и среднее квадратическое отклонение оценки, *b* – средняя погрешность оценки масштаба и среднее квадратическое отклонение оценки

$\sigma_{\hat{\mu}} = \sqrt{D[\hat{\mu}]}$  оценки масштаба наблюдаемого ПК. Здесь  $M[\cdot]$ ,  $D[\cdot]$  – операторы математического ожидания и дисперсии соответственно.

Зависимости указанных характеристик от  $q_{\text{вых}}$  приведены на рис. 3. Обозначения  $\Delta\varphi_r$ ,  $\sigma_{\varphi_r}$ ,  $\Delta\mu_r$ ,  $\sigma_{\mu_r}$  соответствуют таким же зависимостям, но для ситуации априорной определенности относительно начального взаимного сдвига кодов наблюдаемого и эталонного ПК.

Из приведенных характеристик следует, что результаты распознавания и измерения параметров пространственных контуров становятся практически значимыми начиная с  $q_{\text{вых}} \geq 11$ .

Для синтеза алгоритмов, оптимальных по другим критериям качества, традиционно представляют интерес параметры законов распределений статистик на выходе согласованного и несогласованного каналов классификатора. На рис. 4 приведены гистограммы распределения откликов каналов двухальтернативного классификатора при различных значениях отношения сиг-

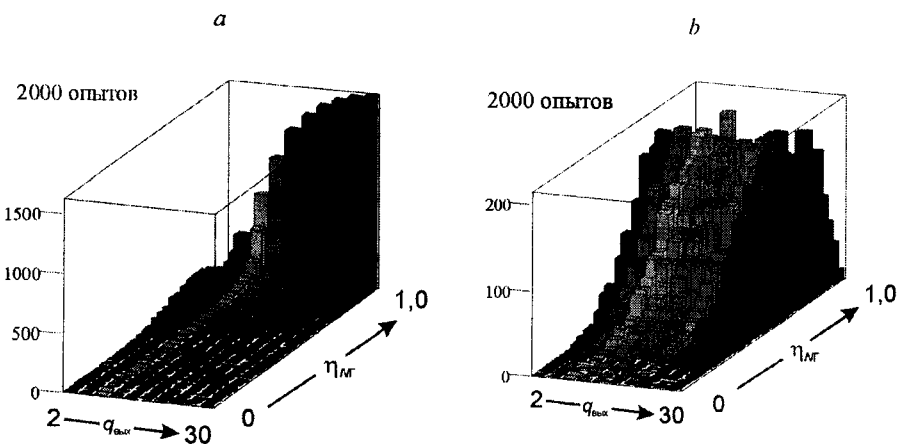


Рис. 4. Гистограммы откликов каналов бинарного классификатора пространственных контуров: *a* – согласованный канал классификатора, *b* – несогласованный канал классификатора

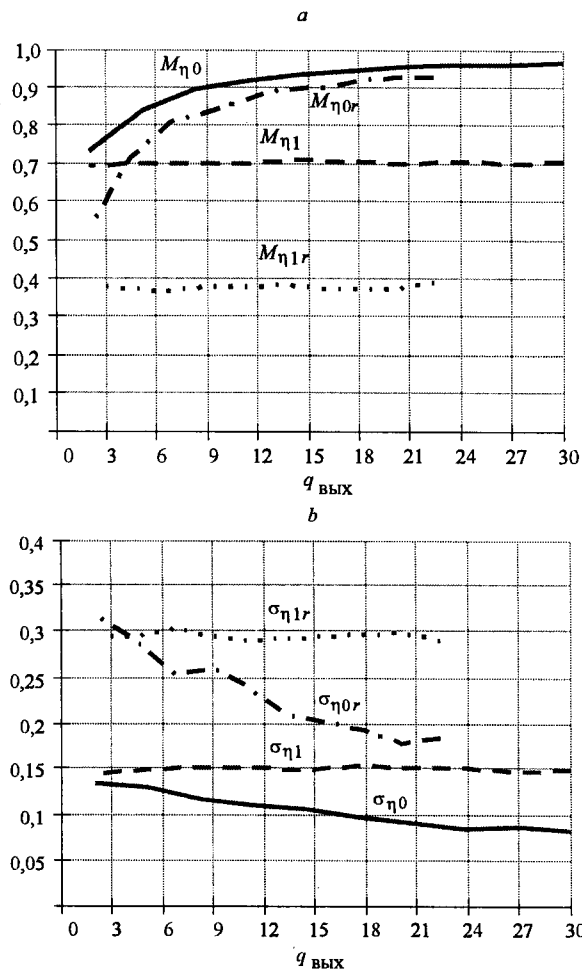


Рис. 5. Параметры законов распределения откликов каналов классификатора ПК:  $a$  – среднее значение отклика,  $b$  – среднеквадратическое отклонение отклика

нал/шум (ситуация неизвестного сдвига кодов наблюдаемого и эталонного ПК).

На рис. 5 даны зависимости выборочного среднего значения ( $M_{\eta m}$ ) и среднеквадратического отклонения ( $\sigma_{\eta m}$ ) откликов каналов бинарного классификатора от выходного отношения сигнал/шум. Графики с  $m = 0$  соответствуют согласованному каналу классификатора, а с  $m = 1$  – несогласованному. Графики с подстрочными индексами  $r$  описывают зависимости, полученные для случая известного взаимного сдвига кодов наблюдаемого и эталонного ПК.

**Заключение.** Задача распознавания пространственных контуров актуальна для построения систем анализа формы трехмерных объектов и сцен с реальным быстродействием, а также для повышения достоверности распознавания в системах анализа двумерных многоградационных изображений.

Вычислительная эффективность рассмотренной методики распознавания обеспечивается исключением из анализа значительной малоинформативной (для распознавания формы) части трехмерного изображения поверх-



ности объекта. Переход к анализу ассоциированной с объектом характерной пространственной кривой и цепное кватернионное кодирование ее полигональной аппроксимации решают проблему размерности описания формы, нумерации отсчетов описания и инвариантности описания к смещению изображений. Предлагаемая мера схожести кодов кривых и безытерационные алгоритмы измерения параметров их геометрических преобразований обеспечивают инвариантность алгоритмов распознавания трехмерных объектов к масштабу и ракурсу наблюдения.

Существенно также, что методы распознавания «плоских» изображений по форме комплекснозначно кодированных контуров, доказавшие свою эффективность для двумерных объектов, можно рассматривать как частный случай распознавания пространственных кривых. Это дает основание строить специализированные вычислительные устройства с единой архитектурой, эффективной для анализа как двумерных, так и трехмерных форм с комплексным или кватернионным кодированием соответственно.

Применение рассмотренных в статье алгоритмов ограничивается классами поверхностей с выраженными особенностями рельефа и трехмерными групповыми точечными объектами. Инвариантность к масштабу достигается лишь для пространственных контуров, являющихся полными зашумленными копиями эталонных. В ситуациях, когда наблюдаемый пространственный контур является фрагментом эталонного или наоборот (например, часть объекта находится вне поля зрения датчика), для сопоставления форм требуется знание масштаба.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Быков Р. Е., Гуревич С. Б.** Анализ и обработка цветных и объемных изображений. М.: Радио и связь, 1984.
2. **Иванюгин В. М., Петухов С. В.** Машинное стереозрение // Зарубеж. радиоэлектрон. 1993. № 7–9. С. 56.
3. **Колесник М. И., Усиков Д. А.** Алгоритм совмещения стереопары // Автономное управление и машинное зрение транспортных роботов: Сб. науч. тр. М.: ИФТП, 1990. С. 85.
4. **Гимельфарб Г. Л., Григоренко М. В.** Алгоритмы бинокулярного и тринокулярного вычислительного стереозрения // Системы технического зрения: Сб. статей. Ижевск, 1991. С. 39.
5. **Шаманов И. В.** Определение координат видимых точек сложных трехмерных тел в системе машинного видения // Вопросы кибернетики. Автоматизированные системы ввода-вывода. М., 1987. Вып. 119. С. 48.
6. **Барладян Б. Х., Галактионов В. А., Зуева Е. Ю., Кугушев Е. И.** Параметрические модели трехмерных объектов и их использование для реконструкции сцен // Открытые системы. 1995. № 5(13).
7. **Ильин В. А.** Интеллектуальные роботы: теория и алгоритмы. Красноярск : САА, 1995. С. 334.
8. **Прэтт У.** Цифровая обработка изображений: Пер. с англ. М.: Мир, 1982.
9. **Анисимов В. В., Курганов В. Д., Злобин В. К.** Распознавание и цифровая обработка изображений. М.: Высш. шк., 1983.
10. **Фурман Я. А., Юрьев А. Н., Яншин В. В.** Цифровые методы обработки и распознавания бинарных изображений. Красноярск: Изд-во Красноярск. ун-та, 1992.
11. **Furman Ya. A., Yanshin W. W.** Extraction and linear filtering of closed polygonal contours of images // Pattern Recognition and Image Analysis. 1994. 4, N 2. P. 146.

12. **Фурман Я. А., Хафизов Р. Г.** Согласованно-избирательная фильтрация изображений протяженной формы в реальных ландшафтных сценах // *Автометрия*. 1999. № 2. С. 12.
13. **Кревецкий А. В.** Технология контурного анализа для реализации задач астроориентации летательных аппаратов // *Вестн. ВВО АТН РФ*. 1997. 2(4). С. 83.
14. **Кревецкий А. В., Митрофанов В. И., Плекин В. Я.** Различение групповых точечных объектов по форме ассоциированного сплошного образа // *Изв. вузов. Радиоэлектроника*. 1997. 40, № 3. С. 44.
15. **Кревецкий А. В.** Распознавание образов, заданных множеством характерных точек на плоскости изображения // *Автометрия*. 1999. № 2. С. 28.
16. **Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике для научных работников и инженеров. М: Наука, 1968.

*Марийский государственный  
технический университет,  
E-mail: [krevetsk@marstu.mari.ru](mailto:krevetsk@marstu.mari.ru)*

*Поступила в редакцию  
10 марта 2000 г.*

---

---

**Реклама продукции в нашем журнале – залог Вашего успеха!**