

ОПТИЧЕСКИЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ И СИСТЕМЫ

УДК 535.31

И. Г. Пальчикова, С. С. Попова, С. В. Смирнов
(Новосибирск)

ИЗУЧЕНИЕ ЭФФЕКТА ТАЛЬБОТА
В СВЕТОВЫХ ПОЛЯХ ПОСЛЕ ЗОННЫХ ПЛАСТИНОК

На основании сравнительного теоретического и экспериментального исследований эффекта Тальбота для равномерных линейных и круговых решеток рассмотрено самопроизвольное воспроизведение поля в ближней зоне дифракции после зонных пластинок. Выявлены особенности, связанные как с формой, так и с периодом штрихов. Показано, что качество самоизображения решеток определяется границами области воспроизводимых в изображении пространственных частот. Приводятся экспериментальные результаты визуализации фазовых объектов с помощью интерферометра Тальбота на зонных пластинках.

Введение. Электромагнитное поле за предметом, освещенным плоской монохроматической волной, представляет собой набор дифрагированных волн. Если в предметную плоскость поместить равномерную линейную дифракционную решетку (пропускающую или отражающую свет), то на некотором расстоянии от нее в результате переналожения дифрагированных волн воспроизводится структура интенсивности света в плоскости сразу после решетки. Этот эффект легко наблюдается с источниками когерентного света. Принципиальная оптическая схема для наблюдения эффекта Тальбота приведена на рис. 1. He-Ne-лазер 1 и коллиматор 2–4 создают широкий пучок монохроматического света с плоским фронтом, который падает на дифракционную решетку, помещенную в плоскость 5. Перемещая экран 6, легко найти плоскость самопроизвольного воспроизведения изображения решетки – плоскость Тальбота.

Со времени открытия в 1836 г. этого эффекта Тальботом [1, 2] появилось множество как теоретических, так и прикладных работ, посвященных его изучению и применению. Расчет поля на различных расстояниях за дифракционной решеткой выполнен методом Рэлея в работах [3–6]. В [7] показано, что

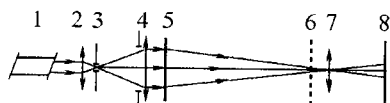


Рис. 1. Принципиальная оптическая схема наблюдения эффекта Тальбота

эффект Тальбота есть частный случай общего свойства периодических полей, а именно: если отношение расстояния между дифракционной структурой и плоскостью наблюдения к расстоянию Тальбота равно рациональному числу, то распределение поля в плоскости наблюдения представимо в виде суперпозиции конечного набора полей, каждое из которых с точностью до коэффициента совпадает с начальным полем, смещенным относительно начала координат. Количество слагаемых, дающих ненулевой вклад в сумму, зависит от положения плоскости наблюдения так, что на расстоянии Тальбота остается только один член суммы.

Терминология этого явления вызывает споры: возможно ли называть «эффектом Тальбота» многообразные проявления частичного воспроизведения поля за решеткой? Некоторые из авторов (например, П. Звайковский [8]) вполне обоснованно полагали, что называть этим термином можно только полное воспроизведение поля непосредственно за линейной решеткой на расстояниях Тальбота, что и наблюдалось самим Тальботом. Их оппоненты, например П. Латимер, указывали на то, что все проявления частичного или полного воспроизведения поля за решеткой имеют одинаковую природу, возникают в результате интерференции дифрагированных волн и требуют единообразного описания [9, 10]. Однако и до сих пор единой терминологии не существует.

Представляет интерес вопрос о том, какие именно дифракционные структуры обладают способностью формировать на некоторых отличных от нуля расстояниях поле, воспроизводящее начальное. Попытка рассмотреть вопрос в общем виде предпринята В. Монтгомери [11]. Рассмотрение проводилось методом Рэлея для случая дифракции Френеля и решеток бесконечной апертуры. Выявлена связь между координатой плоскости самовоспроизведения и обратными векторами линейной решетки. Однако переход в прямое пространство решеток не выполнен. Описан только способ, которым это можно сделать. Зонные пластинки как объект самоизображения в работе [11] не рассматриваются.

Эффект Тальбота применяется для визуализации сложных фазовых объектов [13, 14], в спектрометрии и интерферометрии [15–19], для создания датчиков волновых фронтов [20, 21], массивов осветителей [22] и для повышения степени когерентности излучения коаксиальных волноводных лазеров вдоль азимутального направления [12].

Практически все работы, связанные с этим эффектом, рассматривают плоские периодические объекты с постоянным периодом, в фазовую функцию пропускания которых входит декартова координата в первой степени. Однако среди дифракционных элементов, широко используемых в оптике, есть структуры, период которых меняется в зависимости от координаты, например зонные пластинки. В работе [23] предпринята попытка рассчитать расстояние Тальбота для зонных пластинок. Однако полученная там формула приходит в противоречие с рассмотрением поля после зонных пластинок с позиций теории интерферометров [27] и с экспериментами, проведенными нами.

Целью данной работы является рассмотрение самопроизвольного воспроизведения поля в ближней зоне дифракции после зонных пластинок, а именно: на основе сравнительного изучения самоизображения равномерных линейных, круговых решеток и зонных пластинок находится расстояние Тальбота для зонных пластинок, строится интерферометр Тальбота на зонных пластинках.

Расчет поля за дифракционными решетками с заданными функциями пропускания τ будем проводить с помощью интеграла Кирхгофа в параболическом приближении для трех типов дифракционных структур. Следуя единому алгоритму, определим местоположение плоскостей самопроизвольного воспроизведения поля и изучим влияние принятых приближений на качество изображения. Примем следующие обозначения для величин: λ – длина световой волны; (x, y) или (ρ, θ) – декартовы или цилиндрические координаты в предметной плоскости 5 (см. рис. 1); (x_0, y_0) или (r, ψ) – в плоскости наблюдения 6. Плоскость наблюдения находится на расстоянии z от предметной.

Линейные дифракционные решетки. Эффект Тальбота в случае неограниченной апертуры прозрачной линейной дифракционной решетки рассмотрен достаточно подробно [3–6]. Нас интересуют допущения этого приближения и влияние их на резкость изображения. Ограничимся одномерным случаем и запишем амплитуду $E(x_0, z)$ поля в плоскости наблюдения в виде

$$E(x_0, z) = \frac{E_0}{i\lambda z} \int_{-\infty}^{\infty} \tau(x) \exp \left[i \frac{2\pi}{\lambda} \left(z + \frac{x_0^2}{2z} - \frac{xx_0}{z} + \frac{x^2}{2z} \right) \right] dx. \quad (1)$$

Функция пропускания решетки является периодической и, следовательно, представима в виде ряда Фурье:

$$\tau(x) = \begin{cases} \sum_{p=-\infty}^{\infty} A_p \exp(i2\pi p x / T), & |x| \leq D; \\ 0, & |x| > D, \end{cases} \quad (2)$$

где T – период решетки; p – целое; $2D$ – размер рабочей области решетки; A_p – коэффициенты ряда Фурье функции пропускания. Следует обратить внимание на то, что каждое слагаемое суммы (2) описывает соответствующий p -й дифракционный порядок, а величины p/T в показателях экспонент есть пространственные частоты решетки.

После подстановки функции (2) в интеграл (1) и выполнения несложных преобразований выражение (1) примет вид:

$$E(x_0, z) = -\frac{E_0 e^{i2\pi z/\lambda}}{2\lambda z} \sum_{p=-\infty}^{\infty} C A_p \exp(i2\pi p x_0 / T) \exp(-i\pi p^2 a), \quad (3)$$

где $a = \frac{\lambda z}{T^2}$;

$$C = \int_{\xi_{\min}}^{\xi_{\max}} e^{i\xi^2} d\xi; \quad (4)$$

$$\xi_{\max} = D \sqrt{\frac{\pi}{\lambda z} + \left(\frac{\lambda p}{T} - \frac{x_0}{z} \right) \sqrt{\frac{\pi z}{\lambda}}}; \quad \xi_{\min} = -D \sqrt{\frac{\pi}{\lambda z} + \left(\frac{\lambda p}{T} - \frac{x_0}{z} \right) \sqrt{\frac{\pi z}{\lambda}}}.$$

Если считать апертуру неограниченной, то интеграл (4) есть постоянная величина $\sqrt{i\pi}/2$, которая выносится за знак суммы. Величина ошибки такого допущения зависит от всех переменных, определяющих ξ . Например, для характерных параметров системы $D^2/\lambda z = 198,4127$, $\lambda z p^2/T^2 = 1,26 \cdot 10^{-3}$, $-28,1718 < x_0/\sqrt{\lambda z} < 28,1718$ значения ξ_{\max} и ξ_{\min} составят $-36,15 < \xi_{\min} < -13,66$; $13,66 < \xi_{\max} < 36,15$, а ошибка, возникающая при замене пределов интегрирования на бесконечные, не превышает 10%. Однако при достаточно малых периодах T может оказаться справедливым неравенство $\left| \frac{\lambda p}{T} \right| > \frac{D}{z}$ и

точка $\xi = 0$, являющаяся стационарной, окажется вне промежутка интегрирования (ξ_{\min} , ξ_{\max}), и, следовательно, модуль интеграла (4) станет пренебрежимо мал по сравнению с постоянной $\sqrt{i\pi}/2$. Еще одним фактором, обуславливающим отличие суммы в (3) от суммы в (2), является сомножитель $\exp(-ipr^2a)$. Если коэффициент a четный, то экспонента равна единице для всех номеров p и поле за решеткой может быть пропорционально ее функции пропускания. Для нечетных a коэффициенты Фурье A_p домножаются на $(-1)^p$: $A_p(-1)^p$.

Из теории рядов Фурье известно, что если A_p – коэффициенты Фурье T -периодической функции $\tau(x)$, то $A_p \exp(i2\pi p u/T)$ – коэффициенты Фурье функции $\tau(x + u)$. Следовательно, поле за линейной решеткой в плоскостях z , соответствующих нечетным a , может быть пропорционально функции пропускания решетки, сдвинутой на половину ее периода. В случае нецелых a сумма $\sum_{p=-\infty}^{\infty} A_p \exp(i2\pi p x_0/T) \exp(-ipar^2)$, очевидно, не будет рядом Фурье ни для функции $\tau(x)$, ни для функции, полученной из $\tau(x)$ сдвигом вдоль осей.

Таким образом, в случае неограниченной апертуры в плоскостях $z_T = 2mT^2/\lambda$ (m целое) поле за линейной решеткой будет пропорционально ее функции пропускания $\tau(x)$, а в плоскостях $z'_T = (2m+1)T^2/\lambda$ – функции пропускания, сдвинутой на половину периода $\tau(x + T/2)$.

Аналитическое рассмотрение подтверждается результатами численных расчетов распределения интенсивности $I(x_0, z) \sim |E(x_0, z)|^2$, которые проводились по формуле (1) методом интегрирования первого порядка. Функция пропускания прозрачной решетки в пределах рабочей области $|x| \leq D$ имеет вид

$$\tau(x) = \begin{cases} 1, & x \in [jT \div (2j+1)T/2], & x \in [-(2j+1)T/2 \div -(j+1)T]; \\ 0, & x \in [(2j+1)T/2 \div (j+1)T], & x \in [-jT \div -(2j+1)T/2], \end{cases}$$

$$j = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Полученные графики представлены на рис. 2. Кривая 1 отвечает положению плоскости наблюдения на расстоянии $z = z_T$ от плоскости решетки и $a = 20$, кривая 2 – $a = 20,3$, кривая 3 – $a = 20,5$, кривая 4 – $a = 20,6$, кривая 5 – $z = z'_T$ и $a = 20,9$.

Рис. 2 иллюстрирует нарушение качества самовоспроизведения из-за конечного размера решетки.

Из рис. 2 видно, что график распределения интенсивности в плоскости, расположенной на расстоянии z_T (кривая 1), не совпадает со ступенчатой

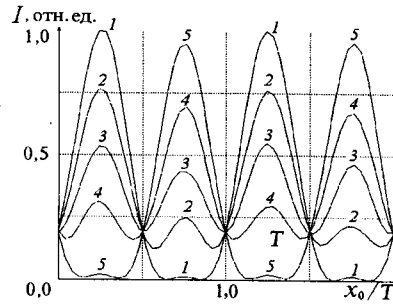


Рис. 2. Численный эксперимент с линейными решетками

функцией пропускания решетки, но имеет тот же период T . Основной причиной их отличия является зависимость величины C в сумме (3) от номера p . Для порядков, у которых стационарная точка интеграла (4) лежит в промежутке интегрирования (ξ_{\min}, ξ_{\max}) , величину C можно считать постоянной. Условие наличия стационарной точки в промежутке интегрирования записывается в виде неравенства

$$\frac{D}{z} \geq \left| \frac{\lambda p}{T} - \frac{x_0}{z} \right|_{\max}. \quad (5)$$

В окрестности оптической оси в плоскости наблюдения из (5) следует условие на количество порядков, принимающих участие в формировании самоизображения:

$$p \leq \frac{D}{\lambda} \frac{T}{z}. \quad (6)$$

В плоскостях Тальбота $z_T = 2mT^2/\lambda$, и найденное условие (6) упрощается:

$$p \leq \frac{D}{2mT}. \quad (7)$$

С позиций геометрической оптики наличие стационарной точки в промежутке интегрирования равнозначно требованию присутствия в точке наблюдения x_0, z лучей, распространяющихся после решетки под углами дифракции $\lambda p/T$, т. е. тангенс угла D/z , под которым видна решетка из точки наблюдения, должен быть равен тангенсу угла дифракции порядка p . Из последнего условия вновь получаем (6). Наши выводы совпадают с полученными в [33] другим способом.

Согласно (6), верхняя граница воспроизводимых в изображении пространственных частот зависит от произведения отношений D/λ и T/z . Если зафиксировать положение плоскости Тальбота z_T , λ и D , то ширина спектра пространственных частот в самоизображении решетки увеличивается с ростом периода.

Рис. 3 иллюстрирует последний вывод. Численные расчеты интеграла (1) в плоскости Тальбота решетки с периодом $T = T_0$ и $2m = 16$ выполнялись для решеток с периодами $T = T_0 = 100$ мкм, $2T_0, 4T_0$. На рис. 3, a – масштаб оси абсцисс выбран таким образом, что одна клетка равна половине периода решетки.

Распределение интенсивности на рис. 3, a повторяет лишь период решетки. Границы штрихов в изображении не выявляются. Здесь $2m = 16$ и количество воспроизводимых порядков в окрестности рассматриваемой точки $p \sim 2$. Кривая на рис. 3, b уже принимает характерную ступенчатую форму

Рис. 3. Демонстрация влияния ширины спектра пространственных частот на распределение интенсивности в самоизображении линейной решетки

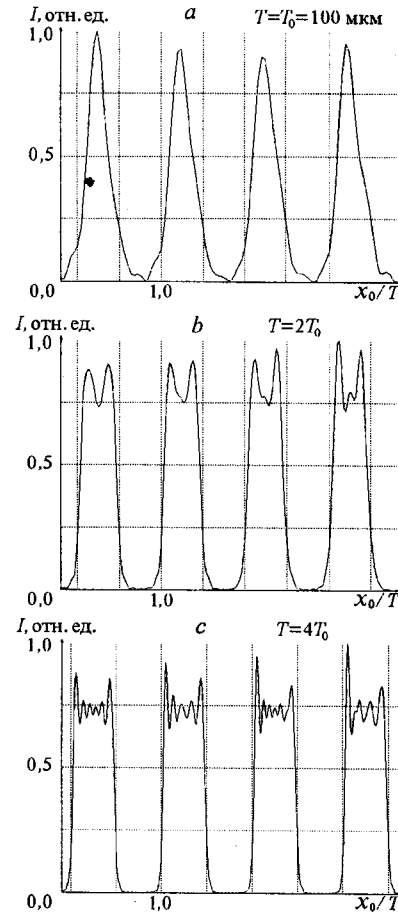
($2m = 4$, $p \sim 3$); на графике рис. 3, *c* ($2m = 1$, $p \sim 6$) отчетливо наблюдаются границы штрихов в изображении решетки и виден эффект Гиббса: у ряда Фурье, описывающего разрывную функцию, отсутствует равномерная сходимость; функция, получающаяся в результате конечного суммирования членов функционального ряда, имеет характерные выбросы вблизи точки разрыва исходной функции, ширина которых уменьшается с увеличением числа слагаемых конечной суммы ряда, а высота остается приблизительно постоянной.

Таким образом, проведенное рассмотрение выявило верхнюю границу пространственных частот, воспроизводимых в самоизображении линейной решетки.

Равномерные круговые дифракционные решетки. Эффект Тальбота в равномерных круговых решетках имеет одно существенное отличие от самоизображения линейных решеток – это отсутствие самоизображения внутри конуса, ось которого совпадает с оптической осью, а образующая составляет с ней угол, равный углу первого порядка дифракции. Этот факт имеет простое феноменологическое объяснение. Пусть пучки +1-го порядка дифракции после линейной решетки направлены вверх, а -1-го порядка – вниз. Самоизображение образуется в области пространства, где пересекаются все порядки. Мысленно изогнем штрихи решетки таким образом, чтобы они перешли в окружности, центры которых совпадают. Локально в окрестности каждой точки на решетке направления лучей в дифрагированных пучках относительно плоскости, содержащей касательную к штриху и нормаль к плоскости решетки, будут сохраняться. Поэтому вокруг оптической оси, проходящей через общий центр круговых штрихов решетки, пучками ± 1 -х порядков образуется конус, в который попадают только пучки -1-го порядка, а значит, в этом конусе самоизображение решетки не образуется.

Более строгое рассмотрение явления будем основывать на интеграле Френеля. Амплитуда поля в плоскости наблюдения имеет вид:

$$E(r, \psi, z) = \frac{e^{i2\pi z/\lambda} E_0}{i\lambda z} \int_0^{\infty} \tau(\rho) \exp[i\pi(r^2 + \rho^2)/\lambda z] J_0(2\pi r \rho / \lambda z) \rho d\rho. \quad (8)$$



Здесь функция $\tau(\rho)$ осесимметрична и интегрирование по угловой координате θ уже выполнено; $J_0(\cdot)$ – функция Бесселя первого рода нулевого порядка. Функцию пропускания равномерной круговой решетки запишем в виде ряда [24]:

$$\tau(\rho) = \begin{cases} \sum_{p=-\infty}^{\infty} A_p \exp(2\pi i p \rho / T), & \rho \leq D/2; \\ 0, & \rho > D/2, \end{cases} \quad (9)$$

здесь вновь T – период решетки; D – ее диаметр; A_p – коэффициенты ряда Фурье функции пропускания.

После подстановки функции (9) в интеграл (8) для амплитуды поля после решетки получим

$$E(r, z) = \frac{e^{i2\pi z/\lambda}}{i\lambda z} \int_0^{D/2} \sum_p A_p \exp[2\pi i p \rho / T + \pi i(r^2 + \rho^2)/\lambda z] J_0(2\pi r \rho / \lambda z) \rho d\rho. \quad (10)$$

Если выполнено условие $2\pi r / \lambda z > 25$, что в случае $\rho \geq 4T$ равнозначно условию

$$r > \lambda z / T, \quad (11)$$

то функцию Бесселя в (10) можно заменить тригонометрической аппроксимацией:

$$J_0\left(\frac{2\pi r \rho}{\lambda z}\right) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\lambda z}{\rho r}} \left\{ \exp\left[i\pi\left(\frac{2\rho r}{\lambda z} - \frac{1}{4}\right)\right] + \exp\left[-i\pi\left(\frac{2\rho r}{\lambda z} - \frac{1}{4}\right)\right] \right\}. \quad (12)$$

Неравенство (11) означает, что точка наблюдения находится вне конуса лучей, расходящихся под углом $2\lambda/T$ из осевой точки решетки.

Разобьем область интегрирования в (10) на две части:

$$E(r, z) = \frac{e^{i2\pi z/\lambda}}{i\lambda z} \sum_p A_p \{G + \varepsilon\};$$

$$G = \int_{4T}^{D/2} \exp[2\pi i p \rho / T + \pi i(r^2 + \rho^2)/\lambda z] J_0(2\pi r \rho / \lambda z) \rho d\rho;$$

$$\varepsilon = \int_0^{4T} \exp[2\pi i p \rho / T + \pi i(r^2 + \rho^2)/\lambda z] J_0(2\pi r \rho / \lambda z) \rho d\rho.$$

Оценка интеграла ε дает неравенство $|\varepsilon| < 8T^2$. Если рабочая область решетки содержит более n периодов, то $G > n^2 \varepsilon$ и величину ε можно считать малой величиной, вносящей небольшой вклад в интеграл (10) уже для $n = 10$.

Подставив (12) в (10) и выделив в показателях экспонент интересующие нас слагаемые, получаем

$$E(r, z) = \frac{e^{i2\pi z/\lambda}}{2\pi i \sqrt{\lambda z r}} \sum_{p=-\infty}^{\infty} C_p A_p \exp(i2\pi p r / T) \exp(-i\pi p^2 a), \quad (13)$$

где $a = \lambda z / T^2$;

$$C_p = \int_{4T}^{D/2} \exp \left\{ \frac{i\pi}{4} + i\pi \left(\frac{\rho}{\sqrt{\lambda z}} + \frac{p\sqrt{\lambda z}}{T} - \frac{r}{\sqrt{\lambda z}} \right)^2 \right\} \sqrt{\rho} d\rho + \\ + \int_{4T}^{D/2} \exp \left\{ -\frac{i\pi}{4} + i\pi \left(\frac{\rho}{\sqrt{\lambda z}} + \frac{p\sqrt{\lambda z}}{T} + \frac{r}{\sqrt{\lambda z}} \right)^2 - 4\pi i p r / T \right\} \sqrt{\rho} d\rho + \varepsilon. \quad (14)$$

Формула (13) аналогична формуле (3) для линейных дифракционных решеток. Здесь вновь сомножитель $e^{-i\pi p^2 a}$ становится равным единице в плоскостях, расположенных на расстояниях $z_T = 2mT^2/\lambda$ и $z'_T = (2m+1)T^2/\lambda$ от решетки. В этих плоскостях поле с точностью до коэффициента может совпадать с распределением поля непосредственно на круговой решетке, если определенный интеграл C_p слабо зависит от номера порядка. Формула (14) для C_p содержит два интеграла, которые легко оценить по методу стационарной фазы:

$$C_p = C_{\rho_1} + C_{\rho_2} = \sqrt{\lambda z r} \left(\sqrt{1 - \frac{p\lambda z}{rT}} e^{i\pi/2} + \sqrt{-1 - \frac{p\lambda z}{rT}} e^{-i4\pi p r / T} \right),$$

где предполагается, что стационарные точки $\rho_{s_1} = r - p\lambda z / T$ и $\rho_{s_2} = -r - p\lambda z / T$ интегралов C_{ρ_1} и C_{ρ_2} лежат в промежутке интегрирования, что означает выполнение неравенств $-D + r < \left(\frac{p\lambda z}{T} \right)_1 < r$ и $r < \left(\frac{-p\lambda z}{T} \right)_2 < D + r$ соответственно. Интеграл C_{ρ_1} дает основной вклад для порядков $p > 0$ и некоторых $p < 0$, C_{ρ_2} — для порядков $p < 0$. Если в интервале интегрирования стационарные точки (для рассматриваемого номера p) отсутствуют, то разложение C_p начинается с члена порядка λ и амплитуда этого порядка пренебрежимо мала. Координаты стационарных точек ρ_s зависят от координаты r точки наблюдения, поэтому и количество порядков, принимающих участие в формировании самоизображения, также зависит от r , даже если рабочая область решетки не ограничена ($D \rightarrow \infty$). На тех расстояниях r , где количество порядков уменьшено, границы штрихов в самоизображении смазываются. Условие присутствия +1-го порядка в точке наблюдения совпадает с (11), что еще раз подтверждает обоснованность аппроксимации (12). Если область наблюдения удалена от оси, так что выполняется неравенство $r \gg \frac{|p|\lambda z}{T}$, где p —

максимальный номер порядка, приходящего в точку наблюдения, то модуль интеграла C_p не зависит от номера порядка и выносится за знак суммы в (13). В этой области наблюдается достаточно четкое самоизображение.

Аналитические оценки мы дополнили численным экспериментом. Равномерную круговую решетку можно рассматривать как набор концентрических кольцевых щелей, образованных окружностями радиусов nT и $(n+1/2)T$ (ширина прозрачного кольца равна ширине непрозрачного). В параболиче-

ском приближении Френеля интенсивность поля $I(r, z)$ в плоскости наблюдения равна квадрату модуля суммы полей, дифрагированных на щелях:

$$I(r, z) = I_0 \left| \sum_n^{(n+1/2)T} \int_{nT} \exp\left(\frac{i\pi}{\lambda z} t^2\right) J_0\left(\frac{2\pi r}{\lambda z} t\right) t dt \right|^2. \quad (15)$$

Для характерных значений параметров коэффициенты при t и t^2 в (15) (обозначим их α и β соответственно) лежат в пределах: $10^3 i \text{ см}^{-2} < \alpha < 5 \cdot 10^3 i \text{ см}^{-2}$, $0 < \beta < 5 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}$. Распределение интенсивности за круговой решеткой построено путем численного интегрирования и суммирования в (15). При этом шаг интегрирования определялся скоростью изменения множителей в подынтегральном выражении из условий, что приращение их аргументов при увеличении переменной интегрирования на Δt не должно превышать $2\pi/50$ (50 точек на период) на всем промежутке интегрирования для любых (из указанного выше интервала) значений параметров. При этом относительная погрешность вычислений составила $\sim 5\%$. Эти условия привели к выбору шага $\Delta t \approx 10^{-4}$ мм; интегрирование производилось методом первого порядка. Типичный вид распределения интенсивности за круговой решеткой в плоскости, параллельной плоскости решетки, приведен на рис. 4. Из графика на рис. 4, *b*, являющегося фрагментом распределения на рис. 4, *a*, видно, что пики на графике повторяются с периодом, совпадающим с периодом решетки, а резких границ, соответствующих границам штрихов решетки, не наблюдается.

Зонные пластинки. Период дифракционной структуры зонных пластинок (ЗП) зависит от радиальной координаты [25]. Функцию пропускания круговых ЗП удобно представлять в виде

$$\tau(\rho) = \begin{cases} \sum_{p=-\infty}^{\infty} A_p \exp\left(-i \frac{\pi p \rho^2}{\lambda f_1}\right), & \rho \leq D/2; \\ 0, & \rho > D/2, \end{cases} \quad (16)$$

где f_1 – фокусное расстояние ЗП в первом порядке дифракции; D – диаметр ЗП; коэффициенты A_p зависят от типа ЗП [25].

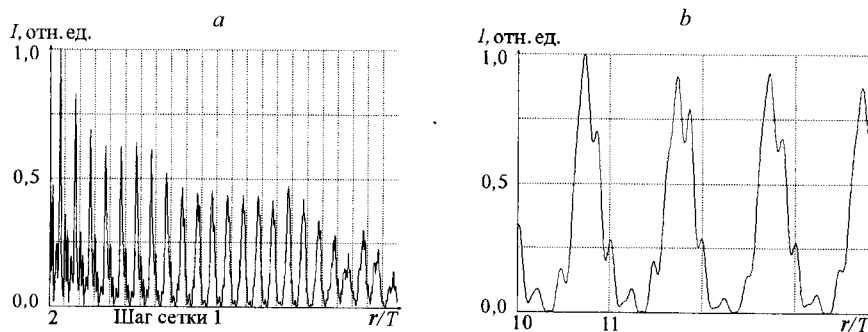


Рис. 4. Численный эксперимент с круговыми равномерными решетками

Амплитуда поля в плоскости наблюдения находится путем подстановки (16) в (8):

$$E(r, z) = \frac{E_0}{i\lambda z} \exp\left(i \frac{2\pi z}{\lambda} + i \frac{\pi r^2}{\lambda z}\right) \sum_{p=-\infty}^{\infty} A_p \int_0^{1/2} J_0\left(\frac{2\pi p r}{\lambda z}\right) \exp\left[\frac{i\pi p^2}{\lambda} \left(\frac{1}{z} - \frac{p}{f_1}\right)\right] \rho d\rho. \quad (17)$$

Если апертура ЗП не ограничена, то интеграл в (17) становится табличным (6.631.6 из [26]) и выражение (17) переходит в следующее:

$$E(r, z) = \frac{E_0 f_1}{2\pi} e^{i2\pi z/\lambda} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{A_p}{-pz + f_1} \exp\left[\frac{-i\pi p r^2}{\lambda(-pz + f_1)}\right]. \quad (18)$$

Из сравнения (18) и (16) следует, что в отличие от случая линейных решеток (см. (3)) за ЗП не существует плоскостей, в которых поле самовоспроизводится. При попытке представить поле (18) в виде $E(r, z_T) = \text{const}(r)$ немедленно возникает условие не только на координату z , но и на номер порядка p , поскольку величина коэффициента перед экспонентой в сумме (18) существенно зависит от p . В случае ограниченной апертуры ЗП положение лишь усугубляется.

Покажем, что с ЗП в плоскости наблюдения возможно получить периодическое распределение интенсивности, период которого совпадает с периодом ЗП, но распределение интенсивности в пределах периода не соответствует изображению зоны ЗП. Проведенное выше рассмотрение самоизображения линейных и круговых решеток указывает на то, что несовпадение распределения интенсивности в пределах периода самоизображения является, скорее, правилом, чем исключением. Поэтому все свойства самоизображения, за исключением качества края, должны сохраняться и в схемах с ЗП. Назовем это частичным самовоспроизведением или частичным самоизображением.

Частичному воспроизведению поля можно дать следующее феноменологическое объяснение. ЗП (например, линзу Габора) можно рассматривать как голограмму точечного источника. В схеме восстановления изображения голограмма (ЗП) освещается плоскопараллельной опорной волной и на фокусном расстоянии f_1 воспроизводит изображение источника. Однако если порядки не разделяются пространственно, то при дальнейшем распространении света на фокусном расстоянии от изображения источника вновь возникнет интерференционная картина, повторяющая голограмму.

Определим, при каких условиях совпадают фазовые части функции пропускания ЗП и поля за ней, если в сумме (16) $p = -1$. Приравняв показатели экспонент в выражениях (18) и (16), получим условие на z -координату плоскости наблюдения:

$$z_T = 2f_1. \quad (19)$$

Из (19) следует, что частичное воспроизведение возможно лишь в одной плоскости. Качество самоизображения, очевидно, будет неудовлетворительным, поскольку коэффициенты ряда (18) существенно отличаются от коэффициентов ряда (16). Распределение энергии по порядкам зависит от типа ЗП, и этот факт также влияет на качество самоизображения.

У зонных пластинок Сорэ (дифракционная эффективность $\eta_0 = 25$; $\eta_{\pm 1} = 10,1$ %), Френеля ($\eta_0 = 25$; $\eta_{\pm 1} = 10,1$ %) и линзы Габора ($\eta_0 = 25$; $\eta_{\pm 1} = 6,3$ %) основная часть энергии делится между нулевым и первыми порядками дифракции. Если падающая волна плоская, то после ЗП порядок $+1$ сходится в точку $z = f_1$, а порядок -1 расходится из точки $z = -f_1$. Коэффициенты A_p для ЗП Френеля A_{pF} и Сорэ A_{pS} имеют следующий вид:

$$A_{pF} = \frac{\sin(p\pi/2)}{p\pi} e^{-ip\pi/2}, \quad p \text{ нечетное};$$

$$A_{pS} = -\frac{\sin(p\pi/2)}{p\pi} e^{-ip\pi/2}, \quad p \text{ нечетное}.$$

Для этих ЗП в описании поля в плоскости $z = 2f_1$ можно ограничиться только двумя членами суммы (18), что согласуется с методами описания интерференционных свойств зонных пластинок [27], где показано, что на расстояниях $z = 2f_1$ в принятой нами схеме наблюдения (см. рис. 1) преобладает картина именно двухлучевой интерференции (0, $+1$)-х порядков. Поэтому распределение интенсивности на расстоянии $z_T = 2f_1$ следует из (18) и имеет вид:

$$I(r, 2f_1) = I_0 + I_1 + \frac{\sqrt{I_0 I_1}}{2} \cos[(\pi r^2/\lambda f_1) - \theta], \quad (20)$$

где I_0, I_1 – интенсивности пучков нулевого и первого порядков; $\theta = \pi/2$ – постоянная разница фаз между интерферирующими порядками. Распределение интенсивности (20) следует гармоническому закону и не имеет резких границ. Влияние -1 -го порядка проявляется в слабой низкочастотной модуляции яркости основных интерференционных полос (20). Положения экстремумов в (20) определяются формулой

$$r_m = \sqrt{(m+1/2)\lambda f_1}, \quad m \text{ целое}. \quad (21)$$

Наличие этой разницы фаз привело к смещению экстремумов (21) на четверть интерференционной полосы по сравнению со случаем $\theta = 0$, и реальное положение экстремумов совпадает с серединами зон ЗП Френеля (или Сорэ), породившей интерференционную картину.

В отличие от равномерных решеток в ЗП Френеля, Сорэ и Габора возможно лишь частичное самоизображение лишь в одной плоскости, местоположение которой следует из (19) и может быть определено как $z_T = TD/\lambda$ (T – период структуры на краю ЗП, где $2\rho = D$).

Экспериментальные исследования. Эффект самопроизвольного формирования изображения решетки в дифрагированных световых пучках легко наблюдается в эксперименте, принципиальная оптическая схема которого дана на рис. 1. В качестве источника когерентного света используется гелий-неоновый лазер 1. Лазерный пучок расширяется и коллимируется двухкомпонентным коллиматором: микрообъектив 2 ($40\times$) фокусирует пучок в точку, микродиафрагма 3 ($\varnothing \approx 60$ мкм) фильтрует его, а объектив 4 ($F = 300$ мм), установленный конфокально с микрообъективом 2, расширяет и коллимирует пучок. В предметную плоскость 5 помещается решетка. Микрообъектив 7

с 8-кратным увеличением переносит изображение из плоскости 6 на экран 8, где оно наблюдается визуально или фотографируется, или снимается видеокамерой, а затем оцифровывается. Микрообъектив 7 и экран 8 жестко крепятся на одной подвижке. В экспериментах использовались линейные равномерные решетки с периодом 400 мкм, круговые равномерные решетки с периодом 300 мкм и зонные пластинки Френеля (прозрачная центральная зона) и Сорэ (непрозрачная центральная зона) с фокусным расстоянием $f_1 = 250$ мм для рабочей длины волны $\lambda = 0,63 \cdot 10^{-3}$ мм.

Картины, наблюдаемые на экране, сведены в таблицу, представленную на рис. 5. Каждая строка содержит фотографии, относящиеся к одному типу решеток. В столбце *a* приведен тип решетки; *b* – фотография самой решетки; *c* – картина, наблюдаемая в плоскости Тальбота z'_T ; *d* – картина в окрестности плоскости Тальбота. Под фотографиями указана *z*-координата плоскости наблюдения. Самоизображение линейных и круговых решеток обладает высокой контрастностью, изображение краев штрихов достаточно резкое и смазывается при выходе из плоскости Тальбота. За ЗП при любом положении экрана наблюдаются круговые интерференционные полосы. В плоскости самоизображения радиусы колец таковы, что экстремумы интенсивности совпадают с серединами зон ЗП. В центре первой непрозрачной зоны ЗП Сорэ видно технологическое отверстие. Центральная зона в самоизображении также имеет светлое пятно с диаметром, меньшим диаметра первой зоны.

Положение плоскостей самоизображения точно определяется методом муара. Здесь и далее мы проводим анализ муаровых картин в рамках принятой модели, не рассматривая слабые интерференционные полосы, порожденные порядками, отличными от (0, +1)-х, которые не участвуют в образовании муара.

Если в плоскость наблюдения 6 (см. рис. 1) соосно с исследуемой решеткой 5 расположить дополнительную (негативную) к ней решетку, то структура интерференционных полос проявится в виде муаровой картины. В частности, если светлые интерференционные полосы попадают на непрозрачные зоны дополнительной решетки, то на экране за решетками наблюдается равномерно затененное поле. Во всех остальных случаях наблюдаются муаровые полосы различного вида.

Равномерно затененное поле за ЗП наблюдается в двух случаях: когда ширина полос настолько мала, что они неразличимы глазом, а также когда ширина муаровой полосы больше, чем ширина пучка. Различить эти два случая можно, немного сдвигая дополнительную пластинку в поперечном направлении. Если после сдвига освещенность остается равномерной, значит полосы неразличимы глазом. Если же периоды интерференционных колец и зон ЗП совпадают, то после сдвига появятся муаровые полосы в виде прямых линий, перпендикулярных направлению сдвига. Прямые линии муара появляются в плоскостях самоизображения и в тех плоскостях наблюдения, где на каждую зону дополнительной ЗП попадает целое число интерференционных полос.

В экспериментах с ЗП методом муара удалось выявить несколько плоскостей, в которых после дополнительной пластинки наблюдалось затененное поле. Измерения диаметров интерференционных полос выявили, что на расстоянии $z = 168$ мм (расчетное значение $2f_1/3 = 167$ мм) на одной зоне дополнительной ЗП помещается три интерференционных экстремума, возникающих преимущественно вследствие сложения +3-го и 0-го порядков. Анало-

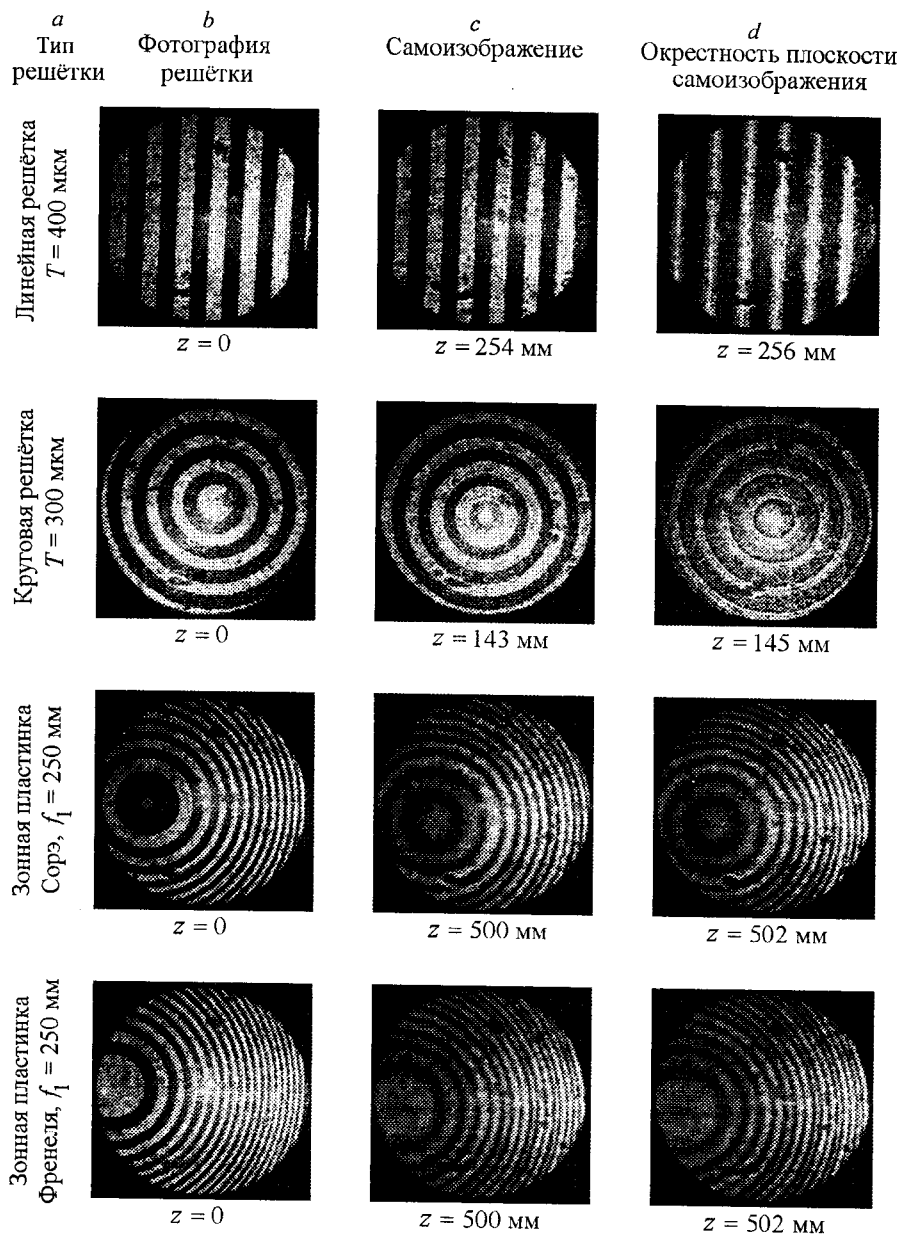


Рис. 5. Картины в различных плоскостях наблюдения

гично на расстояниях, близких к $2f_1/5$ и $f_1/2$, проявились интерференционные полосы $(+5, 0)$ -х и $(+2, 0)$ -х порядков. И лишь на расстоянии $z_T = 2f_1$ наблюдалось частичное самоизображение ЗП.

Интерференционная картина в плоскости самоизображения ЗП Френеля и Сорэ регистрировалась на фотопленку, которая затем фотометрировалась, диаметры полос дополнительно измерялись микроскопом. В пределах одного периода интенсивность в полосе изменялась по гармоническому закону, а радиусы экстремумов полос совпали с серединами зон ЗП с точностью 0,1 %.

Рис. 6. Схема интерферометра Тальбота

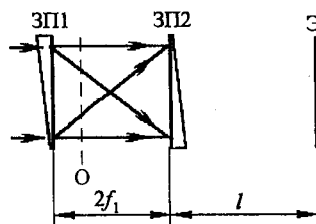


Схема интерферометра Тальбота изображена на рис. 6. Освещение интерферометра осуществлялось широким параллельным пучком лазерного света, полученного от коллиматора по схеме рис. 1. Дополнительные ЗП крепились таким образом, чтобы дифракционные структуры были обращены друг к другу (положения ЗП1 и ЗП2 на рис. 6). ЗП2 размещалась на двойном фокусном расстоянии от ЗП1 на подвижном столике с микровинтами, что позволило достаточно точно контролировать смещения. Исследуемый объект *О* помещался между зонными пластинками, его перемещения вдоль оси и угол поворота измерялись. Расстояние *l* до экрана *Э* могло изменяться в пределах 0–3 м.

В отсутствие объекта непосредственно за ЗП2 наблюдается равномерно затененное поле. При увеличении расстояния *l* между экраном и ЗП2 поле разделяется на две области: не изменяющееся с расстоянием круглое пятно, соответствующее параллельному пучку, и увеличивающееся в размерах пятно, соответствующее сферической волне с центром в фокальной точке f_1 между зонными пластинками.

После внесения объекта *О* самоизображение первой ЗП искажается. В плоскости за второй ЗП появляется муар. Муаровые полосы обладают свойствами геометрической тени. На экране в параллельном пучке размер муаровых полос не зависит от положения экрана. В расходящемся пучке муар пропорционально увеличивается по мере увеличения расстояния *l*.

Наиболее простой объект для анализа работы интерферометра – это плоскопараллельная пластинка. Учесть влияние пластинки на работающие порядки ЗП1 можно с помощью приема «приведение толщины пластинок к воздуху» ([29], редуцирование). Сущность редуцирования состоит в том, что стеклянную плоскопараллельную пластинку толщиной *d* заменяют эквивалентной ей в оптическом отношении воздушной пластинкой толщиной *nd*, *n* – показатель преломления стекла. Можно считать, что источники пучков приблизились (вдоль нормали к поверхности пластинки) ко второй зонной пластинке (ЗП2) интерферометра на величину Δ и луч сместился на величину Δ' после прохождения пластинки:

$$\Delta = d(1 - \sqrt{(1 - \sin^2 \gamma) / (n^2 - \sin^2 \gamma)}), \quad (22)$$

$$\Delta' = d \sin \gamma (1 - \sqrt{(1 - \sin^2 \gamma) / (n^2 - \sin^2 \gamma)}), \quad (23)$$

где γ – угол падения луча.

На рис. 7, *a* показана картина на экране в отсутствие объекта. Поместим плоскопараллельную пластинку в предметную плоскость интерферометра перпендикулярно оптической оси. Распределение интенсивности в плоскости перед ЗП2 по-прежнему представляет собой кольцевую структуру с периодичностью зонной пластинки, но квадраты радиусов зон уменьшились на $m\lambda\Delta$. Можно сказать, что в этой плоскости находится самоизображение ЗП1, фокусное расстояние которого уменьшилось на Δ . Поэтому равномерно освещен

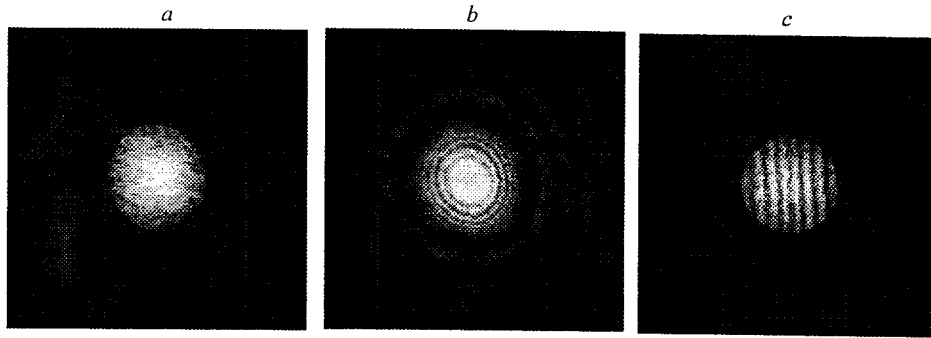


Рис. 7. Изображения в плоскости наблюдения интерферометра Гальбога

шенное поле в пучке нулевого порядка после ЗП2 покрывается муаровыми кольцами (рис. 7, *b*). Точность выставления пластинки проверялась по совпадению фокальных точек дополнительной ЗП, образованных параллельными пучками, прошедшими и не прошедшими через плоскопараллельную пластинку. Толщина пластинки известна и равна 6 мм, она изготовлена из стекла К8 с показателем преломления 1,5183. В данном случае угол падения лучей, идущих вдоль оси интерферометра, $\gamma = 0$. Тогда

$$\Delta = d(n-1)/n, \quad \Delta' = 0. \quad (24)$$

Экспериментально определив величину Δ , можно рассчитать показатель преломления стекла. Возможны два способа определения Δ : муаровый и компенсационный.

В методе муара измеряются радиусы колец муаровой ЗП [29, 30], затем рассчитывается фокусное расстояние муаровой ЗП f_m по формулам, полученным, например, в [30, 31], откуда и находится величина Δ :

$$|\Delta| = f_1^2 / |f_m - f_1|. \quad (25)$$

Муаровые кольца не имеют резких границ, и достаточную точность можно получить, лишь измеряя кольца с большими диаметрами.

Компенсационный метод состоит в том, что изменение длины оптического пути компенсируется изменением расстояния между зонными пластинками. Величина, на которую необходимо сместить ЗП2, чтобы вновь получить равномерную освещенность экрана, и есть искомая Δ . В наших экспериментах перемещение ЗП измерялось с точностью до сотых долей миллиметров и составило 2,05 мм. Проведя вычисления, из (24) находим $n = 1,519$.

Пусть пластинка внутри интерферометра повернута на угол γ относительно оси интерферометра. Поворот плоскопараллельной пластинки приводит к появлению поперечного смещения лучей Δ' . Чтобы исключить влияние изменения общей длины оптического пути Δ , расстояние между зонными пластинками увеличивалось на эту величину. Вследствие поперечного смещения лучей на экране появляются прямые муаровые полосы, перпендикулярные направлению смещения. Период муаровых полос [32] равен $\lambda f_1 / \Delta'$. На рис. 7, *c* показаны муаровые полосы в плоскости ЗП2, возникающие при повороте пластинки на угол 2° . Измерив период муаровых полос,

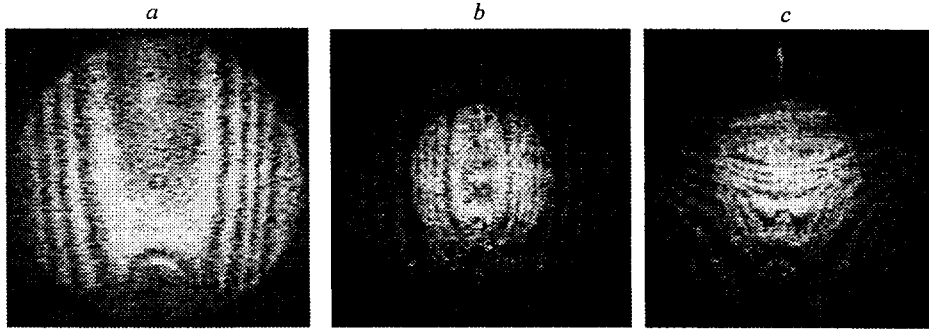
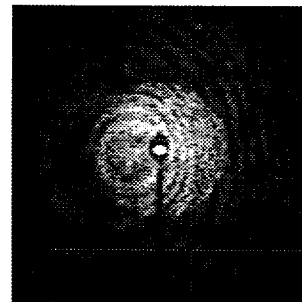


Рис. 8. Муаровые полосы от пламени свечи

можно вычислить Δ' , а затем из формулы (23) угол поворота γ . Относительная погрешность определения угла поворота по муару составила $\sim 1\%$.

С помощью интерферометра Тальбота с зонными пластинками можно визуализировать и сложные фазовые объекты. На рис. 8, *a* показана муаровая картина в плоскости ЗП2, если в качестве объекта используется пламя свечи. Тот же муар на фокусном расстоянии от ЗП2 дан на рис. 8, *b*. Изменение температуры в пламени вызывает изменение показателя преломления воздуха и, следовательно, — хода лучей и интерференционной картины. Основные изменения вносит градиент показателя преломления, являющийся следствием градиента температур. Центральная, не покрытая полосами область пламени соответствует области с постоянной температурой. Полосы по сторонам центральной части покрывают область, в которой температура и показатель преломления быстро спадают с экстремальных значений к значениям окружающего воздуха. Поднимающийся вверх от пламени нагретый воздух обеспечивает почти постоянную температуру над пламенем, поэтому в вертикальном направлении градиент показателя преломления практически равен нулю и это направление не пересечено полосами. Если на пути поднимающегося воздуха поставить преграду, например, металлическую линейку, то муаровая картина меняется (рис. 8, *c*). Концы линейки выходят далеко за пределы пламени, металл обладает хорошей теплопроводностью, и в вертикальном направлении от центра пламени к линейке температура быстро спадает. В муаровой картине появляются параллельные горизонтальные полосы.

Зонные пластинки обладают фокусирующими свойствами, и это позволяет визуализировать фазовые объекты малых размеров. Если фазовый объект небольших размеров поместить в интерферометр вблизи точки схождения лучей ($z = f_1$), то он перекроет практически весь пучок первого порядка и фазовые градиенты вызовут появление муара на всем рабочем поле после ЗП2. Например, на рис. 9 показан муар, порожденный каплей на булавочной головке диаметром 3 мм, находящейся на расстоянии 255 мм от ЗП1. Если бы капля имела идеально шарообразную форму, то муар состоял бы из концентрических колец с центром на оптической оси. На рис. 9 центр колец сме-



• Рис. 9. Муар, порожденный каплей

щен вниз и влево вследствие искажения формы капли, однако кольцевой характер муара сохранился.

Заключение. В результате рассмотрения дифракции на ЗП в приближении Френеля показано, что полное самопроизвольное воспроизведение поля после ЗП невозможно. Частичное самовоспроизведение поля в смысле периодического распределения интенсивности, период которого совпадает с периодом ЗП, возможно лишь в одной плоскости ($z_T = 2f_1$). Проведенное экспериментальное исследование подтверждает этот вывод.

Качество самоизображения решеток определяется границами области воспроизводимых в изображении пространственных частот. В случае линейных решеток существует верхняя граница этой области, которая обратно пропорциональна λz_T и увеличивается с ростом периода решетки и ее размера ($z_T = 2mT^2/\lambda$, $z'_T = (2m+1)T^2/\lambda$). В случае равномерных круговых решеток самоизображение может наблюдаться только вне конуса лучей, расходящихся под углом $2\lambda/T$ из осевой точки решетки ($z_T = 2mT^2/\lambda$, $z'_T = (2m+1)T^2/\lambda$). При прочих равных условиях воспроизведение пространственных частот уступает случаю линейных решеток. В случае ЗП резкие границы в самоизображении отсутствуют. Экспериментально наблюдаемые картины подтверждают теоретические выводы.

Эффект частичного самоизображения ЗП позволяет построить интерферометр Тальбота, который может быть использован в качестве интерферометра сдвига для визуализации фазовых объектов, измерения показателей преломления и их градиентов.

Авторы выражают признательность А. Е. Маточкину за оцифровку муаровых картин.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Talbot H. F. // *Phil. Mag. and Journ. Sci. L.* 1836. 9. P. 401.
2. Lord Rayleigh // *Phil. Mag.* 1881. 11. P. 196.
3. Cheng Y.-S., Chang R.-C. Theory of image formation using the Talbot effect // *Appl. Opt.* 1994. 33, N 10. P. 1863.
4. Winthrop J. T., Worthington C. R. Theory of Fresnel images // *JOSA.* 1965. 55, N 4. P. 373.
5. Westernholm J., Turunen J., Hattunen J. Fractional Talbot effect // *JOSA. A.* 1994. 11, N 4. P. 1283.
6. Arrizon V., Tepichin E., Outiz-Gutierrez M., Lohmann A. W. Fresnel diffraction at 1/4 of the Talbot distance of an anisotropic grating // *Opt. Commun.* 1996. 127. P. 171.
7. Кислов В. И. Эффект Тальбота и самовоспроизводимость периодического поля между плоскостями Тальбота // *Оптика и спектроскопия.* 1990. 78, № 1. С. 144.
8. Szwaykowski P. Talbot effect reinterpreted: comment // *Appl. Opt.* 1993. 32, N 19. P. 3466.
9. Latimer P. Talbot effect reinterpreted: reply to comment // *Ibid.* P. 3468
10. Latimer P. Talbot plane pattern: grating images on interference effect? // *Ibid.* N 17. P. 1078.
11. Montgomery W. D. Self-imaging objects of infinite aperture // *JOSA.* 1967. 57. P. 772.
12. Ананьев Ю. А., Соловьев В. Д. О возможности применения эффекта Тальбота в волноводных коаксиальных лазерах // *Оптика и спектроскопия.* 1998. 85. С. 866.
13. Vera R. R., Kerr D., Santoyo F. M. 3-D contouring of diffuse objects by Talbot projected fringes // *Journ. Modern Opt.* 1991. 38. P. 1935.

- self-imaging // Appl. Opt. 1971. **10**. P. 1454.
15. **Lohmann A. W., Silva D. E.** A Talbot interferometer with circular grating // Opt. Commun. 1972. **4**, N 5. P. 326.
 16. **Silva D. E.** Interferometer for radial and lateral derivatives // Appl. Opt. 1972. **11**, N 11. P. 2613.
 17. **Shakher C., Daniel A. J. P.** Talbot interferometer with circular grating for measurements of temperature in axisymmetric gaseous flames // Appl. Opt. 1994. **33**, N 25. P. 6068.
 18. **Yokozeki S., Suzuki T.** Shearing interferometer using grating as the beam splitter // Appl. Opt. 1971. **10**, N 7. P. 1575.
 19. **Kaijun H., Jahns J., Lohmann A. W.** Talbot interferometry with a vibrating phase object // Opt. Commun. 1983. **45**, N 5. P. 295.
 20. **Лобачев В. В., Соколов В. А.** Амплитудно-фазовый датчик светового поля на основе эффекта Тальбота // Оптика и спектроскопия. 1996. **81**, № 1. С. 119.
 21. **Коряковский А. С., Марченко В. М.** Датчик волнового фронта на основе эффекта Тальбота // ЖТФ. 1981. **51**, вып. 7. С. 1432.
 22. **Hamam H.** Talbot array illuminator: general approach // Appl. Opt. 1997. **36**. P. 2319.
 23. **Torroba R. D.** Zone plate periodicities and Talbot effect // Optik. 1990. **84**, N 2. P. 64.
 24. **Voivin A.** Theorie et Calcul des Figures de Diffraction de Revolution. Quebec: Gauthier Villars, Les Presses de l'Universite Laval, 1964.
 25. **Коронкевич В. П., Пальчикова И. Г.** Современные зонные пластинки // Автометрия. 1992. № 1. С. 85.
 26. **Грандштейн И. С., Рыжик И. М.** Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: ГИФМЛ, 1963.
 27. **Коронкевич В. П., Пальчикова И. Г.** Интерференционные свойства зонных пластинок // Автометрия. 1994. № 3. С. 85.
 28. **Борн М., Вольф Э.** Основы оптики. М.: Наука, 1970.
 29. **Гвоздева М. П., Коркина К. И.** Прикладная оптика и оптические измерения. М.: Машиностроение, 1976.
 30. **Chau H. H. M.** Properties of two overlapping zone plates of different focal lengths // JOSA. 1970. **60**, N 2. P. 255.
 31. **Chau H. H. M.** Moire pattern resulting from superposition of two zone plates // Appl. Opt. 1969. **8**, N 8. P. 1707.
 32. **Oster G., Wasserman M., Zwerling C.** Theoretical interpretation of moire patterns // JOSA. 1964. **54**, N 2. P. 169.
 33. **Смирнов А. П.** Изображения Френеля периодических транспарантов конечных размеров // Оптика и спектроскопия. 1978. **44**, вып. 2. С. 359.

*Институт автоматки и электрометрии СО РАН,
Новосибирский государственный университет,
E-mail: palchikova@iae.nsk.su*

*Поступила в редакцию
17 февраля 2000 г.*