РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

АВТОМЕТРИЯ

№ 1 2001

УДК 621.39 : 519.2

А. Ю. Привалов

(Самара)

ИЗМЕНЧИВОСТЬ ЗАДЕРЖКИ ПАКЕТА ПОТОКА ПОСТОЯННОЙ БИТОВОЙ СКОРОСТИ В СЕТИ АТМ

Одним из показателей качества поддержки сетью АТМ некоторых ее служб является так называемая изменчивость задержки пакета, или джиттер. Этот показатель имеет значение в тех случаях, когда необходимо сохранять временные соотношения между отдельными пакетами одного соединения, проходящими через сеть. Представлен метод вычисления вероятностных характеристик джиттера для потока постоянной скорости, проходящего через АТМ-мультиплексор. Результаты получены для обоих определений джиттера, приведенных в стандарте АТМ.

Введение. Широкополосные сети интегрального обслуживания должны обеспечивать широкий класс служб, таких как передача данных, голоса, неподвижных и движущихся изображений. Метод асинхронной передачи (АТМ – Asyncronous Transfer Mode) является стандартом для данных сетей. Один из показателей качества поддержки сетью некоторых из упомянутых служб – так называемая изменчивость задержки пакета, или джиттер. Эта характеристика имеет значение в тех случаях, когда необходимо сохранять временные соотношения между отдельными пакетами одного соединения, проходящими через сеть. Пример такой службы – потоки постоянной битовой скорости (CBR – Constant Bit Rate), относимые рекомендацией I.362 к классу А служб АТМ. Это периодические потоки пакетов, в которых до входа в сеть пакеты следуют друг за другом через равные промежутки времени. Для некоторых приложений, использующих такие службы, необходимо, чтобы и на выходе из сети интервалы следования пакетов по возможности не изменялись.

Однако вследствие статистического мультиплексирования, присущего системам АТМ, различные пакеты одного и того же потока, проходя через узлы сети, могут встречать в них очереди различной длины и потому ожидать передачу из узла в разное время. Это приводит к тому, что различные пакеты одного и того же потока имеют разные задержки прохождения через сеть. Данное явление получило название *изменчивость задержки пакета*, или *джиттер*.

Точным определением понятия джиттера, как и прочих показателей качества служб АТМ, занимается организация «АТМ-форум», объединяющая фирмы-производители телекоммуникационного оборудования. В публикациях АТМ-форума содержатся два определения джиттера для потоков постоянной битовой скорости (см., например, [1]).

Одноточечным джиттером АТМ-пакета k для некоторой точки сети называется разность между ожидаемым временем прибытия c_k и реальным временем прибытия d_k этого пакета в данную точку, т. е.

$$J_k^{(1)} = c_k - d_k. \tag{1}$$

Ожидаемое время прибытия определяется следующим образом:

$$c_1 = d_1,$$
$$c_{k+1} = \begin{cases} c_k + T, & \text{если} \quad c_k \geq d_k; \\ d_k + T & \text{в противном случае,} \end{cases} \tag{2}$$

где T – период потока.

Двухточечным джиттером АТМ-пакета k между двумя данными точками A и B называется разность между задержкой пакета k при его прохождении между этими точками, которую мы обозначим w_k, и задержкой w_0 прохождения между этими же точками некоторого другого пакета, принимаемого за эталонный, т. е.

$$J_k^{(2)} = w_k - w_0. \tag{3}$$

В данной статье получены формулы для вычисления вероятностных характеристик джиттера согласно обоим определениям для одного отдельно взятого периодического потока, проходящего через АТМ-мультиплексор. Мультиплексор имеет несколько входных линий и одну выходную. Интересующий нас поток (который мы будем называть меченым) входит в мультиплексор по одной из этих линий. Для одноточечного джиттера точка измерения – выход мультиплексора, для двухточечного джиттера точки A и B – вход меченого потока в мультиплексор и выход мультиплексора. По остальным входным линиям в мультиплексор входят потоки (называемые фоновыми), конкурирующие с меченым за передачу по выходной линии.

Несмотря на большое внимание, уделяемое исследователями анализу характеристик джиттера в сетях АТМ (см., например, [2–5]), обычно при этом используется упрощенное определение джиттера как разницы в задержке между соседними пакетами потока. В данной статье сделана попытка анализа вероятностных характеристик джиттера, понимаемого строго согласно определению АТМ-форума. Представленный подход является обобщением одного из подходов, использовавшихся в [6] для анализа характеристик джиттера при его упрощенном определении.

Математическая модель. Рассмотрим сеть, передающую пакеты единичной длины. Будем считать систему синхронной, т. е. время в системе разделено на окна $[t-1, t)$, $t \in I_1$. (Здесь и далее $I_j = \{j, j+1, \ldots\}$.) Окно $[t-1, t)$ назовем окном t. При этом по любой из входных линий мультиплексора прием пакета начинается в начале окна и заканчивается непосредственно перед началом следующего окна. Передача пакета из мультиплексора тоже может начинаться только в начале окна и заканчиваться непосредственно перед началом следующего.

По одной из входных линий в мультиплексор входит периодический поток пакетов с периодом T $(T \in I_2)$. Без ограничения общности можно считать, что пакет i этого потока прибывает в узел в окне $t_i = 1 + (i-1)T$. Назовем пакеты данного потока мечеными, а сам поток – меченым потоком. Джиттером этого потока мы и будем интересоваться.

По каждой из остальных входных линий в мультиплексор входят N потоков, независимых от меченого и друг от друга. Они конкурируют с меченым потоком за передачу из мультиплексора. Назовем их фоновыми потоками.

Будем считать, что все фоновые потоки являются так называемыми (T, M)-периодическими потоками. (T, M)-*периодическим потоком* по определению называется поток, обладающий следующим свойством: при любом делении временной оси на кадры по T окон в каждом таком кадре приходит ровно M пакетов. Никаких условий на конкретное распределение пакетов внутри кадра не налагается.

Нетрудно видеть, что если задано какое-то определенное деление на кадры, то в каждом кадре у такого потока будет повторяться какая-то случайная картина распределения пакетов внутри кадра, определившаяся в первом кадре потока.

Впервые понятие (T, M)-потока общего вида введено в [7]. Обоснованием введения более узкого понятия (T, M)-периодического потока служит, например, тот факт, что такой поток образуется после мультиплексирования M периодических потоков с периодом T в одну линию передачи. Если два (T, M)-периодических потока с параметрами (T, M_1) и (T, M_2) мультиплексируются в одну линию, то суммарный поток будет $(T, M_1 + M_2)$-периодическим. Очевидно также, что просто периодический поток является частным случаем (T, M)-периодического потока при $M = 1$.

В данной статье рассматривается так называемый однородный случай, когда параметры T и M всех фоновых потоков равны и T есть период меченого потока.

Мультиплексор представляет собой систему массового обслуживания дискретного времени с одним прибором и бесконечным буфером. Обозначим: A_t – количество пакетов, прибывающих в мультиплексор в окне t; Q_t – количество пакетов, ожидающих в очереди на передачу. Тогда уравнение эволюции очереди есть

$$Q_{t+1} = \max\{0, Q_t - 1 + A_t\}. \tag{4}$$

Дисциплина обслуживания для пакетов, приходящих в разных окнах, FCFS (первый пришел – первый ушел), а для пакетов, пришедших в одном окне, полностью случайная. Это означает, что если в окне t, в котором в мультиплексор прибывают A_t пакетов, очередь ожидающих передачу пакетов равна Q_t, то с равной вероятностью $1/A_t$ любой из вновь прибывших пакетов может попасть на $\max\{0, Q_t - 1\} + i$-е место в очереди, где $i = 1, \dots, A_t$. (Если $Q_t = 0$, то пакет, попавший на первое место, передается в окне $t + 1$.)

Будем считать, что интенсивность суммарного входного потока

$$\rho = \frac{1}{T} + N\frac{M}{T} \le 1. \tag{5}$$

Нетрудно видеть, что суммарный поток прибытия пакетов в мультиплексор обладает тем свойством, что $A_{t+kT} = A_t$, $k \in I_1$ (детерминированный с периодом T), и поэтому, как известно из теории массового обслуживания, система устойчива при всех $\rho \le 1$ и не позднее, чем через T окон после начала потока, поведение очереди становится периодическим, т. е. $Q_{t+kT} = Q_t$, $k \in I_1$.

Будем считать, что первые пакеты всех фоновых потоков прибыли в мультиплексор не позднее, чем за T окон до прибытия первого меченого пакета (т. е. все фоновые потоки начались раньше меченого, по крайней мере, за один период T). В этом случае периодическое поведение очереди будет во всех окнах $t \geq 1$, что является ключевым обстоятельством для дальнейшего анализа.

Прежде чем перейти к анализу данной модели, заметим, что рассматриваемая система неэргодична и все усреднения должны пониматься как усреднения по ансамблю реализаций.

Анализ. Из периодичности входного потока и очереди на передачу следует, что для окна, в котором в мультиплексор прибывает меченый пакет номер i, справедливо:

$$A_{1+(i-1)T} = A_1, \qquad Q_{1+(i-1)T} = Q_1, \qquad i \in I_2. \tag{6}$$

Обозначим через b_i количество тех фоновых пакетов из числа $a = A_{1+(i-1)T} - 1$, пришедших в одном окне с меченым, которые попали в очередь на передачу раньше его из-за произвольной дисциплины обслуживания. Очевидно, что

$$\Pr\{b_i = k \mid A_{1+(i-1)T} = 1 + a\} = \begin{cases} \dfrac{1}{1+a}, & \text{если} \quad k = 0, \ldots, a; \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases} \tag{7}$$

При этом i-й меченый пакет покинет мультиплексор в окне

$$d_i = 1 + (i-1)T + Q_{1+(i-1)T} + b_i = 1 + (i-1)T + Q_1 + b_i. \tag{8}$$

Введем следующие обозначения:

$$B_a\left(\frac{M}{T}, N\right) = \binom{N}{a}\left(\frac{M}{T}\right)^a \left(1 - \frac{M}{T}\right)^{N-a}, \tag{9}$$

$$f_a(j) = \begin{cases} \dfrac{1}{a+1} - \dfrac{|j|}{(a+1)^2}, & \text{если } |j| \leq a; \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases} \tag{10}$$

($B_a\left(\frac{M}{T}, N\right)$ – вероятности биномиального распределения с параметрами $p = M/T$ и N; $f_a(j)$ – вероятности дискетного треугольного распределения на отрезке $[-a, a]$, симметричного относительно нуля.)

Также введем обозначение для производящей функции случайной величины b, принимающей с равными вероятностями $1/(a+1)$ целые значения $0, \ldots, a \, (a \in I_0)$:

$$U_a(z) = \mathrm{M} z^b = \frac{1 - z^{a+1}}{(a+1)(1-z)}. \tag{11}$$

Сначала приведем в виде теоремы основные результаты относительно двухточечного джиттера.

Теорема 1. В рассматриваемой модели для вероятностных характеристик двухточечного джиттера справедливо:

1) распределение вероятностей двухточечного джиттера независимо от того, какой пакет принимается за эталонный, равно

$$\Pr\{J_i^{(2)} = j\} = \sum_{a=|j|}^{N} B_a\left(\frac{M}{T}, N\right) f_a(j), \quad |j| \le N, \tag{12}$$

для любого меченого пакета, кроме эталонного;

2) дисперсия распределения (12) имеет вид

$$D(J_k^{(2)}) = \frac{NM(NM - M + 3T)}{6T^2}; \tag{13}$$

3) n-мерная производящая функция совместного распределения двухточечного джиттера меченых неэталонных пакетов с номерами $i_1, i_2, \ldots, i_n$ не зависит от этих номеров и может быть вычислена по формуле

$$J(z_1, z_2, \ldots, z_n) = \mathrm{M}\left(\prod_{k=1}^{n} z_k^{J_k}\right) = \sum_{a=0}^{N} B_a\left(\frac{M}{T}, N\right) U_a\left(\frac{1}{\prod_{k=1}^{n} z_k}\right) \prod_{k=1}^{n} U_a(z_k); \tag{14}$$

4) двумерное совместное распределение вероятностей для двух любых неэталонных меченых пакетов может быть вычислено по формуле

$$\Pr\{J_k^{(2)} = i,\ J_m^{(2)} = j\} = \begin{cases} \sum_{a=0}^{N} B_a\left(\frac{M}{T}, N\right) \frac{1}{a+1} f_a(\max(|i|, |j|)), & \text{если } ij \ge 0; \\ \sum_{a=0}^{N} B_a\left(\frac{M}{T}, N\right) \frac{1}{a+1} f_a(|i| + |j|), & \text{если } ij < 0; \end{cases} \tag{15}$$

5) коэффициент корреляции величин двухточечного джиттера двух любых неэталонных пакетов есть 1/2.

Доказательство. Время прохождения k-го меченого пакета от входа до выхода мультиплексора равно

$$w_k = d_k - (k-1)T - 1 = Q_1 + b_k. \tag{16}$$

Если меченый пакет i принят за эталонный, то для любого другого меченого пакета k

$$J_k^{(2)} = b_k - b_i. \tag{17}$$

При условии, что задано число фоновых пакетов, приходящих в том же окне, что и меченый, случайные величины b_k и b_i независимы, откуда следует

$$\Pr\{J_k^{(2)} = j \mid A_1 = 1 + a\} = f_a(j). \tag{18}$$

Из независимости всех фоновых потоков друг от друга и от меченого потока имеем, что для каждого фонового потока вероятность, что его пакет прибывает в мультиплексор в одном окне с меченым пакетом, есть M/T, а вероятность того, что фоновых пакетов в одном окне с меченым будет a, есть $\Pr\{A_1 = 1+a\} = B_a\left(\frac{M}{T}, N\right)$. Тогда

$$\Pr\{J_k^{(2)} = j\} = \sum_{a=0}^{N} \Pr\{J_k^{(2)} = j \mid A_1 = 1+a\} B_a\left(\frac{M}{T}, N\right), \tag{19}$$

откуда следует (12).

Дисперсия распределения находится обычным образом из выражения (12).

Для отыскания совместной производящей функции заметим, что

$$\mathrm{M}\left(\prod_{k=1}^{n} z_k^{J_k}\right) = \mathrm{M}\left[\left(\prod_{k=1}^{n} z_k^{b_k}\right)\left(\prod_{k=1}^{n} z_k\right)^{-b_0}\right],$$

и при условии $A_1 = 1+a$ все b_k независимы. Отсюда получаем (14).

Для доказательства (15) заметим, что

$$\Pr\{J_k = i,\, J_m = j\} = \sum_{a=0}^{N} \Pr\{A_1 = 1+a\} \Pr\{J_k = i,\, J_m = j \mid A_1 = 1+a\} =$$

$$= \sum_{a=0}^{N} \Pr\{A_1 = 1+a\} \sum_{l=0}^{a} \Pr\{b_k = i+l \mid A_1 = 1+a\} \times$$

$$\times \Pr\{b_m = j+l \mid A_1 = 1+a\} \Pr\{b_0 = l \mid A_1 = 1+a\},$$

где опять используем условную независимость b_k, b_m и b_0. Каждый из членов внутренней суммы есть либо $(1+a)^{-3}$, либо 0. Подсчитывая количество ненулевых членов для различных случаев, если $i \geq 0$ и $j \geq 0$ или $i < 0$ и $j < 0$, то в сумме получаем $a+1-\max(|i|,|j|)$ ненулевых членов, а если $i \geq 0$ и $j < 0$ или $i < 0$ и $j \geq 0$, то их $a+1-|i|-|j|$. Используя определение функции $f_a(k)$, полученный результат можно записать в виде (15).

Для отыскания коэффициента корреляции джиттера двух меченых неэталонных пакетов используем тот факт, что из условной независимости b_k следует их некоррелированность, поэтому $D(J_k) = D(b_k) + D(b_0) = 2D(b_0)$, $R\,(J_k J_m) = D(b_0)$, откуда следует значение коэффициента корреляции.

Полученные результаты позволяют исследовать асимптотическое поведение распределения двухточечного джиттера при $T \to \infty$ и фиксированном $\rho = (1+NM)/T \to MN/T$. Используя пуассоновское приближение для биномиальных вероятностей

$$\lim_{N \to \infty} B_a\left(\frac{M}{T}, N\right) = \exp(-\rho)\frac{\rho^a}{a!}, \tag{20}$$

запишем

$$\lim_{T \to \infty} \Pr\{J_k^{(2)} = j\} = e^{-\rho}\left(\sum_{a=|j|}^{\infty} \frac{\rho^a}{(a+1)!} - |j| \sum_{a=|j|}^{\infty} \frac{\rho^a}{(a+1)(a+1)!}\right). \tag{21}$$

Отсюда, например, следует, что вероятность иметь нулевой джиттер с ростом T имеет предел

$$\lim_{T\to\infty}\Pr\{J_k^{(2)}=0\}=\frac{1-e^{-\rho}}{\rho}. \tag{22}$$

Это, как и следовало ожидать, убывающая функция ρ, которая достигает минимума $1-e^{-1}\approx 0{,}632$ при $\rho=1$.

Относительно дисперсии джиттера можно отметить, что $D(J_k^{(2)})\le 2/3$ $\forall\rho\le 1$.

Перейдем теперь к анализу одноточечного джиттера.

Теорема 2. В рассматриваемой модели распределение вероятностей одноточечного джиттера меченого пакета номер k может быть вычислено по формуле

$$\Pr\{J_k^{(1)}=j\}=\begin{cases}\sum\limits_{a=|j|}^{N}B_a\left(\frac{M}{T},N\right)\left(\frac{1}{a+1}-\frac{|j|^{k-1}}{(a+1)^k}\right), & -N\le j<0;\\ \sum\limits_{a=j}^{N}B_a\left(\frac{M}{T},N\right)\frac{(a-j+1)^{k-1}}{(a+1)^k}, & 0\le j\le N;\\ 0, & \text{иначе.}\end{cases} \tag{23}$$

Д о к а з а т е л ь с т в о. Для удобства перейдем от величин c_k и d_k в определении (2) к величинам $C_k=c_k-(k-1)T-1$ и $D_k=d_k-(k-1)T-1$. При этом $J_k^{(1)}=D_k-C_k$. Из (2) и (8) следует, что

$$J_k^{(1)}=b_k-\max_{1\le s<k}(b_s). \tag{24}$$

Для условной вероятности одноточечного джиттера примем

$$\Pr\{J_k^{(1)}=j\,|\,A_1=1+a\}=\begin{cases}\sum\limits_{i=0}^{a-j}\Pr\{b_k=i+j,\ \max\limits_{1\le s<k}(b_s)=i\,|\,A_1=1+a\}, & j\ge 0;\\ \sum\limits_{i=|j|}^{a}\Pr\{b_k=i+j,\ \max\limits_{1\le s<k}(b_s)=i\,|\,A_1=1+a\}, & j<0.\end{cases} \tag{25}$$

Используя условную независимость b_k при условии $A_1=1+a$, имеем

$$\Pr\{b_k=i+j,\ \max_{1\le s<k}(b_s)=i\,|\,A_1=1+a\}=$$
$$=\Pr\{b_k=i+j\,|\,A_1=1+a\}\Pr\{\max_{1\le s<k}(b_s)=i\,|\,A_1=1+a\}. \tag{26}$$

Учитывая, что

$$\Pr\{\max_{1\le s<k}(b_s)=i\,|\,A_1=1+a\}=\Pr\{\max_{1\le s<k}(b_s)\le i\,|\,A_1=1+a\}-$$
$$-\Pr\{\max_{1\le s<k}(b_s)\le i-1\,|\,A_1=1+a\}=\left(\frac{i+1}{a+1}\right)^{k-1}-\left(\frac{i}{a+1}\right)^{k-1}, \tag{27}$$

имеем для $j \ge 0$

$$\Pr\{J_k^{(1)} = j \mid A_1 = 1 + a\} = \sum_{i=0}^{a-j} \frac{1}{a+1}\left(\left(\frac{i+1}{a+1}\right)^{k-1} - \left(\frac{i}{a+1}\right)^{k-1}\right) = \frac{(a-j+1)^{k-1}}{(a+1)^k},$$

а для $j < 0$

$$\Pr\{J_k^{(1)} = j \mid A_1 = 1 + a\} = \sum_{i=|j|}^{a} \frac{1}{a+1}\left(\left(\frac{i+1}{a+1}\right)^{k-1} - \left(\frac{i}{a+1}\right)^{k-1}\right) = \frac{1}{1+a} - \frac{|j|^{k-1}}{(1+a)^k},$$

откуда вытекает результат теоремы.

Как и следовало ожидать, распределение одноточечного джиттера зависит от k и при $k \to \infty$ стремится к распределению

$$\Pr\{J_\infty^{(1)} = j\} = \begin{cases} \sum\limits_{a=|j|}^{N} \frac{1}{a+1} B_a\left(\frac{M}{T}, N\right), & -N \le j \le 0; \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases} \quad (28)$$

Заключение. В рассмотренной модели периодического потока АТМ пакетов, проходящего через мультиплексор, получены аналитические формулы для вероятностных характеристик джиттера, понимаемого согласно определению АТМ-форума. Для одноточечного джиттера найдено распределение первого порядка, для двухточечного – вероятностные характеристики первого и второго порядков, а также совместная производящая функция. Полученные формулы пригодны для анализа асимптотического поведения характеристик джиттера.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **ATM** User-Network Interface Specification. Version 3.0. New Jersey: Prentice Hall, 1993.
2. **Guillemin F., Roberts J. W.** Jitter and bandwidth enforcement // IEEE GLOBECOM. Phoenix, Arizona, 1991. P. 261.
3. **Matragi W., Sohraby K., Bisdikian C.** A framework for jitter analysis in cell based multiplexors // Performance Evaluation. 1995. **22**. P. 257.
4. **Matragi W., Sohraby K., Bisdikian C.** Jitter calculus in ATM networks: multiple node case // IEEE/ACM Trans. on Networking. 1997. **5**. P. 122.
5. **Fulton C., Li S.-Q.** Delay jitter first order and second-order statistical functions of general traffic on high-speed multimedia networks // Ibid. 1998. **6**, N 2. P. 150.
6. **Privalov A., Sohraby K.** Per-stream jitter analysis in CBR ATM multiplexors // Ibid. P. 141.
7. **Golestani S.** A framing strategy for congestion management // IEEE Journ. Sel. Areas in Comm. 1991. **9**, N 7. P. 1064.

Самарский государственный аэрокосмический университет,
E-mail: privalov@smr.ru

Поступила в редакцию 15 декабря 1999 г.