РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

АВТОМЕТРИЯ

№ 1 2001

УДК 519.95

С. В. Клишин

(Ижевск)

О СИНТЕЗЕ ОПТИМАЛЬНОЙ МОДЕЛИ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ СО СЛУЧАЙНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ В СОСТАВЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Показано, что поиск оптимальной модели измерительного преобразователя второго порядка со случайными параметрами, работающего в составе измерительно-вычислительной системы, при определенных условиях сводится к поиску минимума функции нескольких переменных на заданном множестве.

При косвенных измерениях уменьшению аппаратных искажений и случайного шума часто препятствуют технологические и принципиальные физические ограничения. Выход из такой ситуации дает метод редукции измерений, когда прибор используется в составе измерительно-вычислительной системы (ИВС) и выходной сигнал подвергается обработке, основанной на этом методе. Метод редукции измерений позволяет найти такое преобразование выходного сигнала реального прибора, которое служит наилучшей оценкой выходного сигнала гипотетического (возможно, даже реально неосуществимого) высококачественного прибора [1, 2].

Однако метод редукции позволяет получить наиболее точную оценку при использовании в составе ИВС данного прибора. Если же этот прибор заменить другим, то точность оценки может измениться, в связи с чем возникает задача синтеза оптимальной модели прибора.

В работе [3] рассмотрена задача синтеза оптимальной модели работающего в составе ИВС измерительного преобразователя (ИП), определяемого уравнением $\alpha_2\ddot{x}+\alpha_1\dot{x}+\alpha_0 x=f(t)$ (здесь $f(t)$ – входной сигнал; $x(t)$ – выходной сигнал, $x(0)=0$, $\dot{x}(0)=0$), с точно заданными физическими параметрами $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ (имеется в виду, что задача интерпретации измерения состоит в получении наиболее точной версии $f(t)$ по измерениям $\xi(t)=x(t)+\nu(t)$ процесса $x(t)$, искаженного шумом $\nu(t)$). Однако практически всегда истинные значения названных физических параметров случайным образом отличаются от средних номинальных значений $\langle\alpha_0\rangle$, $\langle\alpha_1\rangle$, $\langle\alpha_2\rangle$. Это приводит к задаче синтеза оптимальной модели такого ИП со случайными параметрами.

Рассмотрим данную задачу в следующей постановке:

$$\inf\{h \mid (\langle\alpha_0\rangle, \langle\alpha_1\rangle, \langle\alpha_2\rangle)\in H_\alpha, \quad (\sigma_0^2,\sigma_1^2,\sigma_2^2)=\text{const}\}, \tag{1}$$

где H_α – технологическое множество параметров; h – функционал погрешности; $\sigma_0^2, \sigma_1^2, \sigma_2^2$ – дисперсии случайных параметров $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$.

Решение задачи (1) осложняется тем, что она является невыпуклой. Однако имеется класс моделей $[A_0, J, F, \Sigma]$ (здесь $A_0 = \langle A \rangle$, A – приборный оператор, $J = \langle (A - A_0) F (A - A_0)^* \rangle$, $(\cdot)^*$ – символ сопряженного оператора, F – ковариационный оператор случайного выходного сигнала, Σ – ковариационный оператор шума), для которых задача (1) поиска минимума функционала может быть сведена к задаче поиска минимума функции трех переменных: $\langle\alpha_0\rangle$, $\langle\alpha_1\rangle$, $\langle\alpha_2\rangle$. В этом классе моделей

$$F = f(\cdot, f), \qquad \Sigma = \sigma^2 I, \qquad f = f_m \exp(i\omega t)/\sqrt{T},$$

где f_m – неизвестный случайный амплитудный множитель с нулевым математическим ожиданием и известной дисперсией σ_f^2; $(\cdot,\cdot)$ – скалярное произведение; T – продолжительность времени измерения.

В пределе при $T \to \infty$ исследован случай измерения сигнала с исчезающе малой амплитудой в течение неограниченно большого времени. В случае стохастической независимости случайных параметров $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ получается следующее выражение для предельной погрешности линейной оценки величины f_m:

$$h_\infty = \lim_{T\to\infty} h = \frac{\sigma_f^4(\langle q\bar{q}\rangle - \langle q\rangle\langle\bar{q}\rangle) + \sigma_f^2\sigma^2}{\sigma_f^2\langle q\bar{q}\rangle + \sigma^2},$$

где $q = 1/(\alpha_0 - \alpha_2\omega^2 + i\alpha_1\omega)$; $\bar{q} = 1/(\alpha_0 - \alpha_2\omega^2 - i\alpha_1\omega)$.

Если случайные параметры ИП контролируются распределением с узким пиком плотности вероятности, то имеем

$$h_\infty \approx \frac{\sigma_f^2\sigma^2(u^2+v^2)^3 + \sigma_f^4(\sigma_u^2+\sigma_v^2)(u^2+v^2)}{\sigma^2(u^2+v^2)^3 + \sigma_f^2(u^2+v^2)^2 - \sigma_f^2(\sigma_u^2+\sigma_v^2)(u^2+v^2) + 4\sigma_f^2(\sigma_u^2u^2+\sigma_v^2v^2)}. \qquad (2)$$

Здесь $u = \langle\alpha_0\rangle - \omega^2\langle\alpha_2\rangle$, $v = \omega\langle\alpha_1\rangle$, $\sigma_u^2 = \sigma_0^2 + \omega^4\sigma_2^2$, $\sigma_v^2 = \omega^2\sigma_1^2$.

Выражение (2) определяет h_∞ как функцию трех переменных: $\langle\alpha_0\rangle$, $\langle\alpha_1\rangle$ и $\langle\alpha_2\rangle$. Таким образом, задача синтеза оптимальной модели ИП сводится к задаче поиска минимума функции трех переменных на множестве H_α.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Пытьев Ю. П.** Задачи редукции в экспериментальных исследованиях // Мат. сб. 1983. **120 (162)**, № 2. С. 240.
2. **Пытьев Ю. П.** Методы редукции измерений в гильбертовых пространствах // Мат. сб. 1985. **126 (168)**, № 4. С. 543.
3. **Журавлев О. В., Козлов А. А., Пытьев Ю. П.** О предельных возможностях измерительных преобразователей второго порядка // ЖВМ и МФ. 1987. **27**, № 6. С. 935.

Ижевский государственный технический университет,
E-mail: root@istu.udm.ru

Поступило в редакцию
20 октября 1999 г.