

УДК 681.78

В. В. Демин, В. Г. Максимов, И. Г. Половцев*(Томск)***ФИЛЬТРУЮЩИЕ СВОЙСТВА ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ БАЗЫ
В ЗАДАЧАХ ПРОФИЛОМЕТРИИ**

Показано, что путем выбора размера измерительной базы возможно получение максимально достоверной информации о характерных размерах исследуемого профиля поверхности. Приведена математическая модель фильтра, позволяющая разработать алгоритмы учета фильтрующих свойств базы для конкретных случаев. Расчетные выражения использовались для численного моделирования процесса восстановления профиля поверхности на примере гармонического и квазигармонического сигналов. Даны рекомендации по определению длины реализации обрабатываемого сигнала с целью достижения требуемой точности восстановления. При выборе размера измерительной базы необходимо учитывать наличие особых точек в передаточной функции фильтра.

При решении задач определения профиля контролируемой поверхности, или отклонения контролируемого профиля от заданного, используются так называемые базовые методы на основе нескольких датчиков, расположенных вдоль линии визирования и образующих измерительную базу. При этом сигналы с датчиков анализируются совместно. Эти методы имеют ряд преимуществ. Они позволяют более достоверно осуществлять динамические измерения геометрии объекта, что чрезвычайно существенно при активном контроле, например, в технологическом процессе. Действительно, использование нескольких датчиков позволяет учитывать перемещение измеряемого объекта в целом и тем самым снижать требования к жесткости его удержания (фиксации) при измерении. Некоторые широко используемые статические методы контроля также могут быть отнесены к базовым (например, контроль крупногабаритной оптической поверхности при помощи пробного стекла или прибором с малой апертурой методом переналожений [1]).

Степень соответствия сигнала, полученного с такой системы датчиков, контролируемому профилю поверхности зависит от многих параметров: способа опроса датчиков, их взаимного расположения, ориентации измерительной базы в пространстве, соотношения размеров измерительной базы и контролируемой поверхности и т. п. Влияние перечисленных факторов на вид измеренного сигнала удобно описывать на языке пространственных частот. Действительно, информация о рельефе поверхности представляется в виде набора отсчетов вдоль линии визирования. Ориентация измерительной базы и соотношение ее размера с характерными масштабами измеряемого профиля могут изменяться в каждой конкретной стоянке (в зависимости от

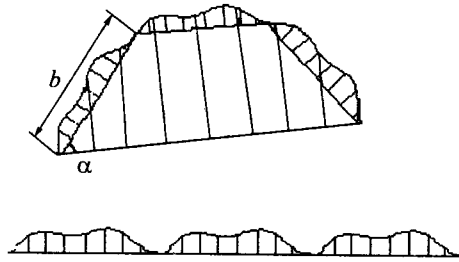


Рис. 1. Пример потери информации о крупномасштабных изменениях профиля: b – база, на которой расположены датчики; α – угол наклона базы к оси визирования

характера поверхности). При этом часть информации о контролируемом профиле может быть утеряна. На рис. 1 приведен пример, когда теряется информация о крупномасштабных изменениях профиля, хотя информация об изменениях, характерные масштабы которых меньше измерительной базы, будет выявлена полностью. Этот процесс может быть представлен как фильтрация определенных пространственных частот, в рассмотренном случае – низких.

С этой точки зрения измерительная база, образованная несколькими датчиками, является фильтром пространственных частот. Создание алгоритмов учета передаточной функции такого фильтра позволит интерпретировать измеренный сигнал с большей достоверностью. Кроме того, имея априорную информацию о спектре пространственных частот объекта, можно использовать измерительную базу с соответствующими фильтрующими свойствами с целью выделения информации о заданных масштабах профиля объекта.

Очевидно, что в зависимости от измеряемого профиля, свойств измерительной базы, способа измерения полученный сигнал может быть периодическим, квазипериодическим или непериодическим. Этим обусловлена необходимость исследования фильтрующих свойств базы для соответствующих сигналов. В настоящей работе рассмотрены особенности измерительной базы, образованной тремя датчиками, на примере контроля гармонического и квазигармонического профилей.

Функция пропускания фильтра. Ограничимся рассмотрением схемы измерений, образованной тремя датчиками. В работе [2] приведена функция пропускания фильтра пространственных частот, соответствующего такой схеме, и показано, что параметрами фильтра являются: размер измерительной базы, угол ее наклона α к оси визирования, расположение среднего датчика. В настоящей работе анализируются фильтрующие свойства, связанные с размером измерительной базы. Поэтому обоснованными являются следующие упрощения: 1) контролируется номинально плоская поверхность, т. е. $\alpha \approx 0$; 2) средний датчик расположен в середине измерительной базы.

Рассмотрим схему измерений, изображенную на рис. 2. Пусть с помощью измерительной базы размером b исследуется поверхность, профиль которой описывается функцией $y(x)$, где x – координата вдоль измеряемого профиля. В случае но-

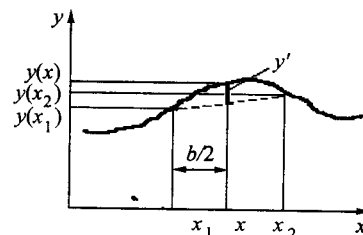


Рис. 2. Схема измерений

минально плоской поверхности линия визирования совпадает с осью x , поэтому можно считать, что при каждой стоянке средним датчиком проводится измерение в точке поверхности с координатой x , а крайние датчики привязаны к точкам поверхности с координатами $x_1 = x - b/2$ и $x_2 = x + b/2$. Пусть так же, как в работе [2], сигналы от датчиков комбинируются следующим образом:

$$y'(x, b) = y(x) - \frac{y(x - b/2) + y(x + b/2)}{2}. \quad (1)$$

Тогда при каждой стоянке величина $y'(x, b)$ соответствует стрелке прогиба на хорде измерительной базы. При перемещении измерительной базы (или измеряемой поверхности вдоль неподвижной базы) будет получена функция $y'(x, b)$, описывающая изменение стрелки прогиба вдоль контролируемого профиля. Примером такой ситуации может быть измерение волнистости рельса вдоль его длины [2].

Предположим, что $y(x)$ имеет область определения $(-\infty; +\infty)$. Тогда выходной сигнал может быть записан в виде свертки входного сигнала $y(x)$ с функцией импульсного отклика системы $f(x, b)$ (см., например, [3, 4]):

$$y'(x, b) = y(x) \otimes f(x, b), \quad (2)$$

а фурье-образы входного $Y(\xi)$ и выходного $Y'(\xi)$ сигналов, согласно теореме о свертке, связаны передаточной функцией $F(\xi)$:

$$Y'(\xi) = Y(\xi)F(\xi), \quad (3)$$

где $F(\xi) \xleftarrow{F} f(x, b)$; ξ – пространственная частота; \xrightarrow{F} обозначает процедуру фурье-преобразования.

Тогда, применив преобразование Фурье к обеим частям выражения (1) и использовав теорему сдвига [3], легко получить выражение для передаточной функции системы:

$$F(\xi) = Y'(\xi)/Y(\xi) = 1 - \cos(\pi b \xi), \quad (4)$$

или, используя стандартные тригонометрические преобразования,

$$F(\xi) = 2 \sin^2(\pi b \xi / 2). \quad (5)$$

На рис. 3 изображена функция $F(\xi)$. Как и ожидалось, размер измерительной базы является параметром передаточной функции фильтра. Из рисунка можно заключить, что осуществляется полная фильтрация пространственных частот $\xi = 2n/b$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) в пространственном спектре функции $y(x)$. Применительно к размерам это означает, что будет утеряна информация о деталях профиля, имеющих размеры $b/2n$. Наоборот, максимальное усиление сигнала происходит на частотах $\xi = (2n + 1)/b$ ($n = 0, 1, 2, \dots$). Из условия $F(\xi) = 1$ легко определить, что без искажений фильтр пропускает частоты $\xi = (n + 0,5)/b$ ($n = 0, 1, 2, \dots$).

Таким образом, на примере модели рассматриваемого фильтра (4), (5) можно сделать следующие предварительные выводы. Путем выбора размера измерительной базы возможно получение максимально достоверной инфор-

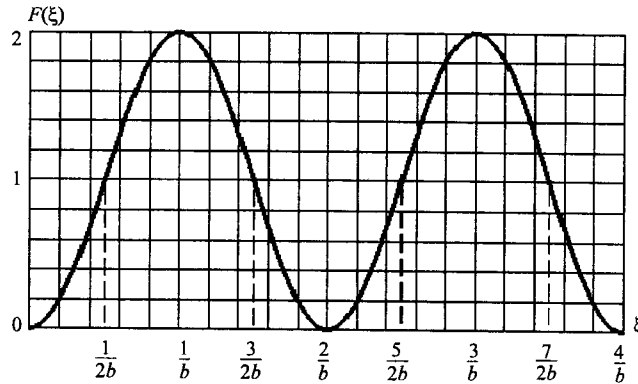


Рис. 3. Передаточная функция фильтра пространственных частот

мации о заданных масштабах исследуемого профиля поверхности. Кроме того, приведенная модель, так же как модель [2], позволяет разработать алгоритмы учета фильтрующих свойств базы для конкретных случаев. Так, например, при активном контроле профиля поверхности в процессе изготовления изделия размер измерительной базы следует выбирать исходя из следующих критериев. Фильтр пространственных частот должен осуществлять фильтрацию частот, связанных с нерегулярными перемещениями поверхности вследствие ее транспортировки относительно измерительной системы. Частоты же, связанные с погрешностями технологии изготовления изделия, должны таким фильтром пропускаться. Конкретный пример выбора размера базы при измерении волнистости рельса приведен в работе [2].

Восстановление гармонического профиля. Алгоритм восстановления профиля поверхности $y(x)$ по измеренному сигналу $y'(x, b)$ с использованием модели фильтра (4), (5) достаточно прозрачен:

$$y'(x, b) \xrightarrow{F} Y'(\xi) \xrightarrow{Y(\xi)/F(\xi)} Y(\xi) \xrightarrow{F} y(x). \quad (6)$$

Рассмотрим пример восстановления простого гармонического сигнала:

$$y_0(x) = A_0 \sin(2\pi x \xi_0 + \varphi_0). \quad (7)$$

Моделирование восстановления производится с использованием выражений (7), (1), (5) по следующей схеме:

$$y_0(x) \rightarrow y'(x, b) \xrightarrow{F} Y'(\xi) \rightarrow \frac{Y'(\xi)}{F(\xi)} = Y(\xi) \xrightarrow{F} \tilde{y}_0(x), \quad (8)$$

здесь $\tilde{y}_0(x)$ – восстановленный сигнал.

Прежде чем рассмотреть результаты восстановления, следует отметить, что в процессе моделирования функция $y_0(x)$ (а следовательно и $y'(x, b)$) задается дискретным массивом на конечном интервале $[0, L]$, так же как $y'(x, b)$ при реальных измерениях (L – длина контролируемого профиля вдоль оси x).

Дискретность задания функции $y'(x, b)$ на ограниченном интервале приводит к трудностям использования алгоритма БПФ в схемах (6) и (8). Известно, что алгоритм БПФ предполагает бесконечную область определения функции. При использовании конечного фрагмента функции алгоритм осу-

ществляет ее продолжение простым копированием заданного фрагмента (см., например, заданную функцию на рис. 4, *a*, где сплошной линией показан ее конечный фрагмент, пунктирной – продолжение копированием). Если начальное и конечное значения фрагмента не совпадают, то в восстановленном по схемам (6), (8) сигнале наблюдаются краевые выбросы (см. рис. 4, *a*). Данное явление известно как эффект Гиббса.

Этот факт необходимо учитывать при восстановлении сигнала, полученного в реальных измерениях. Действительно, дискретность функции $y'(x, b)$ предполагает ограничение ее спектра частотой $\xi_{\max} = 1/2\tau$, где τ – шаг дискретизации, что фактически является умножением фурье-образа функции $y'(x, b)$ на прямоугольный импульс (см. фурье-спектр на рис. 4, *a*), которое и приводит при обратном преобразовании Фурье к явлению Гиббса в виде краевых выбросов (см. восстановленную функцию на том же рисунке). Влияние эффекта Гиббса исчезает при введении различного вида отсекающих импульсов (окон) [3–5]. Так, например, на рис. 4, *b* показан треугольный отсекающий импульс в частотной области. В этом случае восстановленная функция равна $\tilde{y}_0(x) = y_0(x) \otimes K(x)$, где $K(x)$ – так называемое ядро Фейзера [4]. Так как функция $K(x)$ униполярна, то функция $\tilde{y}_0(x)$ монотонно возрастает или убывает около точки разрыва (см. восстановленную функцию на рис. 4, *b*). При введении различных отсекающих импульсов краевые выбросы несколько сглаживаются, но это все равно приводит к потере информации на краях восстановленного сигнала (см. рис. 4, *b*) и не решает корректно задачи аналитического продолжения начального сигнала.

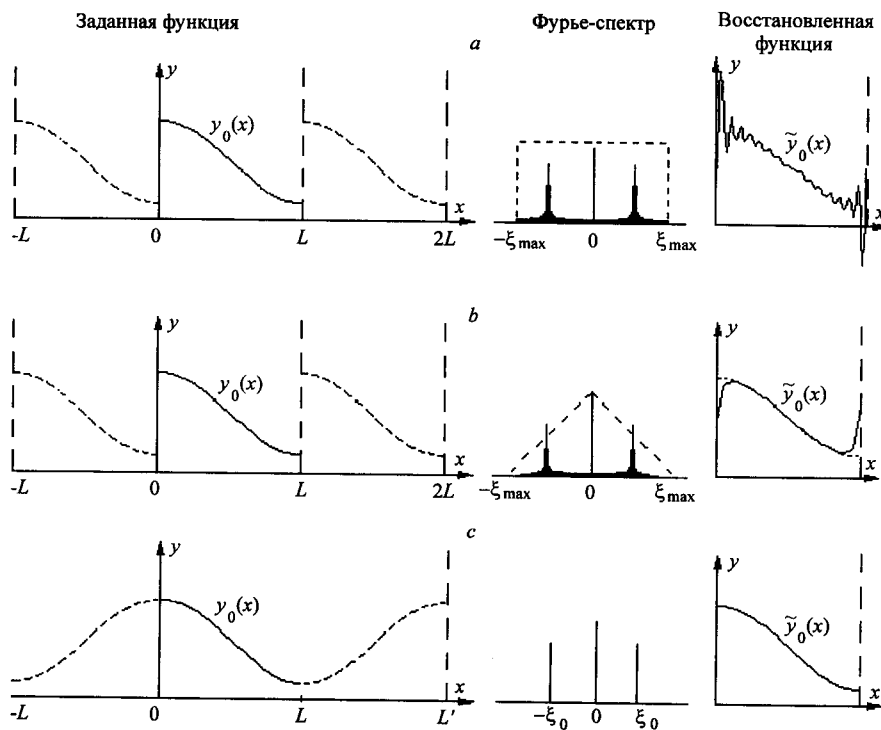


Рис. 4. Краевые эффекты, появляющиеся в восстановленном сигнале за счет задания исходной функции на ограниченном интервале

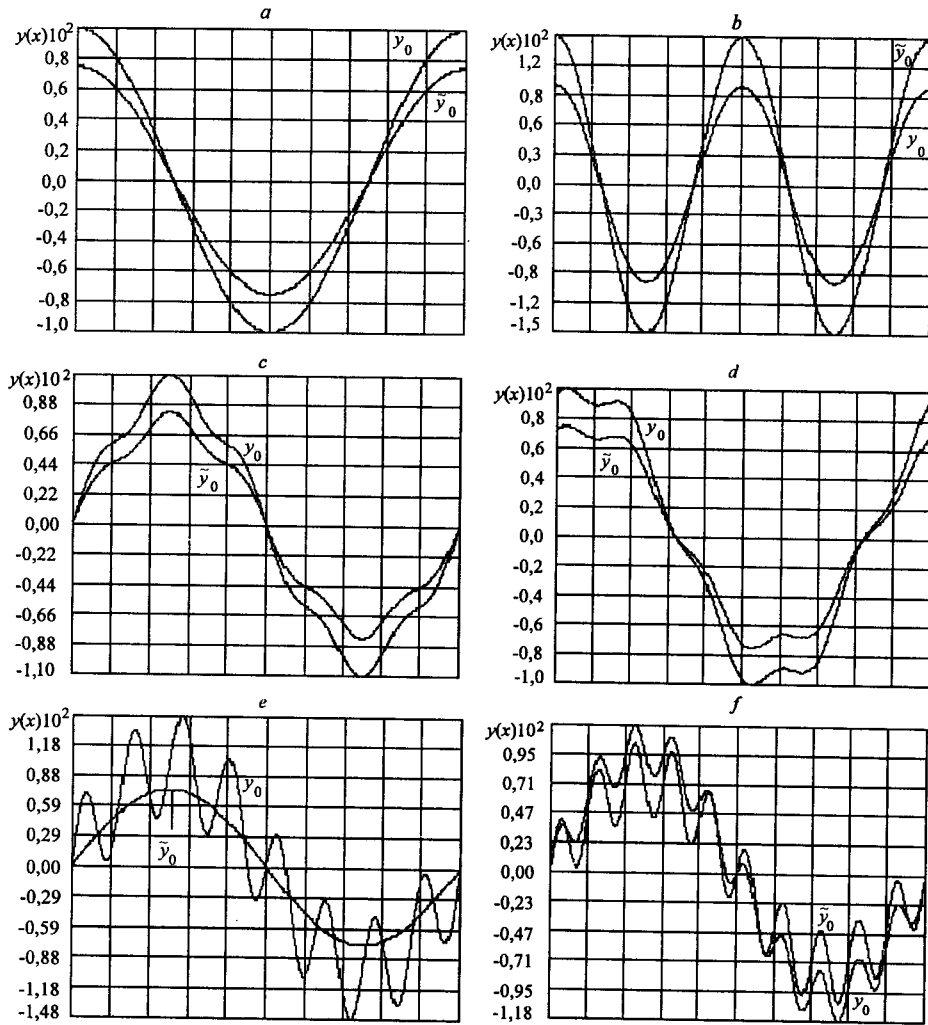


Рис. 5. Примеры заданного (y_0) и восстановленного (\tilde{y}_0) сигналов: $a - \xi_0 = 1/2b$; $b - \xi_0 = 1/b$; $c - \xi_0 = 1/2b$, $\xi_1 = 5/2b$, $\varphi_0 = 0$, $\varphi_1 = 0$; $d - \xi_0 = 1/2b$, $\xi_1 = 5/2b$, $\varphi_0 = \pi/3$, $\varphi_1 = \pi/2$; $e - \xi_0 = 1/2b$, $\xi_1 = 4/b$; $f - \xi_0 = 1/2b$, $\xi_1 = 5/b$

В процессе моделирования при восстановлении сигнала (7), заданного в явном виде на интервале $[0, L]$, мы имеем возможность использовать его точное аналитическое продолжение на интервале $[0, L']$ (рис. 4, c), что позволяет исключить разрывы функции $y_0(x)$ и связанные с ними краевые эффекты.

При моделировании процесса восстановления по схеме (8) сигнала $y_0(x)$, заданного в виде (7), не наблюдается искажения восстановленного сигнала $\tilde{y}_0(x)$ по частоте и начальной фазе. В то же время имеет место рассогласование сигналов по амплитуде (рис. 5, a, b). Этот же результат (рис. 5, c, d) наблюдается при восстановлении квазигармонического сигнала типа

$$y_0(x) = A_0 \sin(2\pi x \xi_0 + \varphi_0) + A_1 \sin(2\pi x \xi_1 + \varphi_1). \quad (9)$$

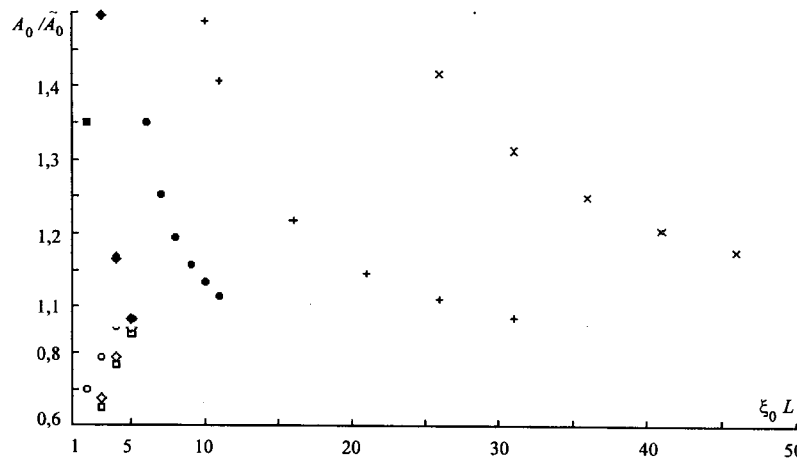


Рис. 6. Зависимость отношения амплитуд заданного A_0 и восстановленного \tilde{A}_0 сигналов от длины реализации $L\xi_0$: □ — $\xi_0 = 0,1/b, F(\xi_0) = 0,048$; ◇ — $\xi_0 = 0,25/b, F(\xi_0) = 0,29$; ○ — $\xi_0 = 0,5/b, F(\xi_0) = 1,0$; ■ — $\xi_0 = 0,75/b, F(\xi_0) = 1,7$; ◆ — $\xi_0 = 1/b, F(\xi_0) = 2,0$; ● — $\xi_0 = 1,25/b, F(\xi_0) = 1,7$; + — $\xi_0 = 1,5/b, F(\xi_0) = 1,0$; × — $\xi_0 = 1,75/b, F(\xi_0) = 0,29$

Величина рассогласования имеет выраженную зависимость от длины реализации $L\xi_0$ исходного сигнала и значения $F(\xi_0)$. Из рис. 6 видно, что погрешность восстановления сигналов вида (7) увеличивается при приближении их частоты к точке $\xi_0 = 2/b$ (или $F(\xi_0) = 0$, см. рис. 3), а также при уменьшении параметра $L\xi_0$. Так, например, для обеспечения погрешности не более 5% длина реализации сигнала с частотой $\xi_0 = 1/b$ должна быть больше 15. Очевидно, что качественно такая же зависимость будет наблюдаться и для квазипериодического сигнала, хотя конкретный вид ее может быть другим.

Результаты, приведенные на рис. 6, позволяют предположить возможность введения поправочного амплитудного коэффициента для корректировки результатов восстановления определенного класса функций $y'(x, b)$. Кроме того, показано, что уменьшить погрешность восстановления амплитуды сигнала при реальных измерениях можно либо увеличением интервала определения функции $y'(x, b)$ (что не всегда возможно, так как интервал определяется в основном длиной L контролируемого профиля), либо разработкой алгоритмов корректного численного продолжения функции $y'(x, b)$.

Фильтрующие свойства измерительной базы особенно хорошо иллюстрируются результатами моделирования по схеме (8) квазигармонических сигналов типа (9), представленными на рис. 5, e, f. Здесь показаны дискриминация частоты $\xi_0 = 4/b$ (см. рис. 5, e) и усиление амплитуды второй составляющей сигнала с частотой $\xi_0 = 5/b$ (см. рис. 5, f), что подтверждает используемое представление о системе с измерительной базой как о фильтре пространственных частот. Очевидно, что размер измерительной базы дол-

жен быть выбран таким, чтобы пространственные частоты, несущие наибольшую информацию о контролируемом профиле, находились в областях максимального усиления $F(\xi)$ и фильтровались частоты, вносящие помехи в измерения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бубис П. Я., Вейденбах В. А., Духопел И. И. и др. Справочник оптика-технолога /Под общ. ред. С. М. Кузнецова, М. А. Скатова. Л.: Машиностроение, 1983.
2. Половцев И. Г., Чудинов С. А. Оптические измерения формы поверхности большой апертуры по методу переналожений // Оптика атмосферы и океана. 1999. 12, № 2. С. 159.
3. Макс Ж. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях. М.: Мир, 1983. Т. 1.
4. Сороко Л. М. Основы голографии и когерентной оптики. М.: Наука, 1979.
5. Хэмминг Р. Цифровые фильтры. М.: Сов. радио, 1980.

*Институт оптического мониторинга СО РАН,
Томский государственный университет,
E-mail: opticon@iom.tsc.ru*

*Поступила в редакцию
15 марта 1999 г.*