

Е. А. Краснопевцев
(Новосибирск)

**МЕТРОЛОГИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПАНОРАМНЫХ
ГОЛОГРАФИЧЕСКИХ ИНТЕРФЕРОМЕТРОВ**

Рассматриваются основные метрологические характеристики панорамных интерферометров с плоской и цилиндрической голограммой, предназначенных для измерения перемещений точек поверхности тел цилиндрической формы. Найдены оптимальные значения основных приборных параметров, получены количественные оценки чувствительности, диапазона и погрешности измерений.

Введение. Микроперемещения точек поверхности тела в экспериментальной механике измеряют с помощью тензометров, муара, фотоупругих покрытий, а также методами классической, голографической и спекл-интерферометрии. Последние два метода имеют высокую чувствительность и исследуют реальные объекты бесконтактным способом. Однако если форма исследуемой поверхности существенно криволинейна, то ее не удастся изучить всю сразу, масштаб изображения и чувствительность измерения нелинейно изменяются по наблюдаемому полю, не всегда можно определить с необходимой точностью координату интерференционной полосы, ее порядок и знак, а также найти отдельные компоненты вектора перемещения вследствие плохой устойчивости разрешающих уравнений. В настоящее время отсутствуют методы измерения всех компонент вектора перемещения с постоянной чувствительностью по всей криволинейной поверхности. С другой стороны, совершенствование проектирования и изготовления деталей ответственных конструкций основано на особенностях деформированного состояния всего изделия. Общая причина указанных трудностей состоит в том, что симметрия используемых в интерферометрах волновых поверхностей и лучей не согласуется с симметрией объекта и разные его точки оказываются в разных отношениях к средству измерения. Для обеспечения такого согласования необходимо для каждого типа формы деталей, широко представленных в технических конструкциях, разработать специализированные методы и средства измерения.

Панорамные интерферометры [1–3] решают поставленную задачу для объектов цилиндрической формы. При помощи конических зеркал формируют цилиндрические и конические волновые поверхности, осевая симметрия которых соответствует симметрии исследуемого объекта. Все его точки освещаются под одинаковым углом, а рассеянные волны преобразуются одинаковым образом. Поле интерференции фиксируется фотоэмульсией, расположенной на плоской или цилиндрической подложке. В результате кардинально упрощается процесс получения и количественного анализа интерферограмм. Преимущества панорамных интерферометров по сравнению с тра-

диционными состоят в следующем: они показывают деформированное состояние всей поверхности цилиндрического тела диаметром 5–100 мм, обнаруживают зоны аномальных деформаций, определяют интегральные характеристики поля деформаций, измеряют все компоненты вектора перемещения. При этом чувствительность измерения разных компонент различна, но для каждой компоненты она одинакова для всех точек изучаемой поверхности. Погрешность измерений интерферометров зависит от точности определения абсолютного значения интерференции, положения полос на исследуемой поверхности и угла наблюдения, нарушения условий, при которых выполняются расчетные формулы (отклонение освещающего пучка или объекта от оси интерферометра, отличие формы объекта от цилиндрической). Минимизация погрешности измерения дает оптимальные значения основных приборных параметров.

Погрешности измерений, связанные с преобразованием координат объекта. Процесс измерения перемещений голографическим интерферометром складывается из двух этапов: записи двухэкспозиционной голограммы и получения набора интерферограмм. При записи фотопластинка располагается около большого основания конического зеркала панорамного интерферометра. В малом основании зеркала коаксиально закреплен цилиндрический объект. Плоская осевая волна, идущая от коллиматора, проходя через фотопластинку, выполняет роль опорной волны. Затем она отражается коническим зеркалом и освещает все точки поверхности объекта под одинаковым углом. Излучение, рассеянное объектом, идущее в направлении освещающего пучка и падающее на фотопластинку вдоль нормали, назовем лучами *I*. Лучи, приходящие к фотопластинке без отражения в зеркале, назовем лучами *II*.

Полученная двухэкспозиционная голограмма освещается копией опорной волны и восстанавливает мнимые изображения объекта в лучах *I* и *II*. Эти изображения имеют вид кольцевой полосы и фотографируются таким образом, чтобы получить одинаковый угол наблюдения всех точек объекта, что обеспечивает постоянство чувствительности. Для лучей *I* это достигается фотографированием вдоль нормали к голограмме, а для лучей *II* – использованием дополнительного кольцевого конического зеркала. На рис. 1, *a* приведены восстановленные голограммой *H* изображения объекта *B* и конического зеркала *C* интерферометра (ход лучей *I*). На рис. 1, *b* показан ход лучей *II* от восстановленного голограммой *H* изображения объекта *B*. Дополнительное кольцевое коническое зеркало *C*₁ и фокусирующая система *L* направляют лучи *II* на плоскость π , где возникает интерферограмма. Наложим условия на оптическую систему интерферометра:

- 1) фокусирующая система и коническое зеркало идеальны;
- 2) длиннофокусный объектив сильно задиафрагмирован, $F \gg l$ (l – длина предмета);
- 3) фотографирование ведется с расстояния $\xi \gg F, D$ (D – диаметр входного отверстия объектива).

Используя геометрическую оптику, получаем связь между координатами $x_p = r \cos \varphi_p$, $y_p = r \sin \varphi_p$, z_p произвольной точки *P* цилиндрической поверхности объекта и ее изображения *T* на интерферограмме. Из рис. 1, *a* находим

$$z_p = \frac{1}{\beta \sin 2\theta} (R_T - r\beta), \quad \varphi_p = \varphi_T - \pi, \quad (1)$$

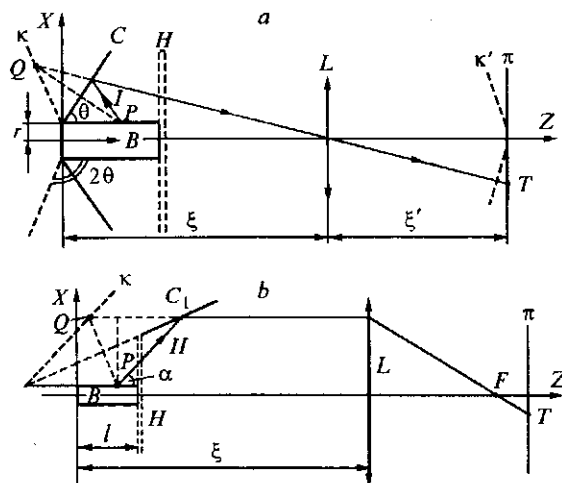


Рис. 1. Изображение точки P объекта B в лучах I (а) и лучах II (b): C – коническое зеркало интерферометра; C_1 – дополнительное кольцевое коническое зеркало; H – голограмма; L – фокусирующая система; π – плоскость интерферограммы; κ – изображение поверхности объекта в зеркале

где $\beta = \xi'/\xi$ – увеличение фокусирующей системы; θ – угол конического зеркала интерферометра; R_T – радиальное положение точки T на интерферограмме. Из линейности преобразования, осуществляемого фокусирующей системой, и рис. 1, b получаем

$$z_p = l \frac{R_T - R_T^{\min}}{R_T^{\max} - R_T^{\min}}, \quad \varphi_p = \varphi_T - \pi, \quad (2)$$

где R_T^{\min} и R_T^{\max} – минимальный и максимальный радиусы изображения поверхности объекта в виде кольцевой полосы, причем $R_T^{\max} - R_T^{\min} = \beta l \sin \alpha$, α – угол наблюдения. Таким образом, при выполнении перечисленных условий выражения (1) и (2) устанавливают линейное и однозначное соответствие между точками цилиндра и его изображения на интерферограмме. На практике для этого можно нанести на поверхность объекта координатную сетку и использовать линейность преобразований.

Погрешность восстановления осевой координаты точки P по интерферограмме в лучах I получаем из выражения (1) в виде $\Delta z_p = \frac{\Delta R}{\beta \sin 2\theta}$. Она уменьшается с ростом увеличения β фокусирующей системы и минимальна для зеркала с углом при вершине $\theta = 45^\circ$.

Из (2) находим погрешность осевой координаты в лучах II :

$$\Delta z_p \leq \frac{4\Delta R_T}{\beta \sin \alpha}. \quad (3)$$

Она уменьшается с ростом увеличения β фокусирующей системы и с увеличением угла наблюдения α .

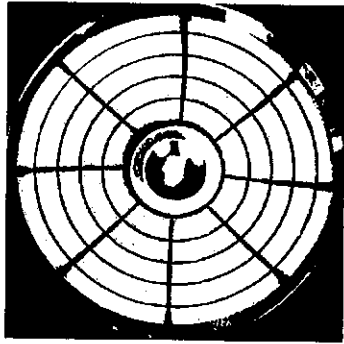


Рис. 2. Изображение ортогональной сетки на цилиндрической поверхности, созданное коническим зеркалом с углом $2\theta = 90^\circ$ при вершине и наблюдаемое в лучах I

Для оценки качества изображений, создаваемых коническими зеркалами, проводились метрологические эксперименты. На оси зеркала диаметром 300 мм с углом $2\theta = 90^\circ$ при вершине устанавливался цилиндрический объект диаметром 40 мм, длиной 150 мм, на поверхность которого нанесена ортогональная сетка. Полученное изображение в лучах I представлено на рис. 2. Оно показывает, что тангенциальные замкнутые линии сетки преобразуются коническим зеркалом без заметных искажений. Линии сетки, расположенные вдоль образующей цилиндра, увеличивают свою ширину с удалением от оси зеркала. Это объясняется тангенциальным увеличением конического зеркала. Для нахождения его величины рассмотрим зеркало на рис. 1, а с углом 2θ при вершине. Точка P объекта, расположенная на расстоянии b от места закрепления его в зеркале, отображается в точку Q , которая отстоит от оптической оси на расстоянии $(r + b \sin 2\theta)$. Относительное увеличение расстояния от оси при переходе от точки P к точке Q равно $(b \sin 2\theta)/r$. Во столько же раз изменяется длина окружности, проходящей через точку P и лежащей в плоскости, перпендикулярной оси интерферометра. Следовательно, относительное тангенциальное увеличение конического зеркала с углом 2θ при вершине равно $\frac{\Delta v}{v} = \frac{b \sin 2\theta}{r}$. При $2\theta = 90^\circ$ получаем $\frac{\Delta v}{v} = \frac{b}{r}$. На

рис. 2 кольцо сетки наибольшего радиуса имеет $b/r = 1,9$, что приблизительно соответствует величине относительного уширения радиальных линий на этом кольце. Искажения, наблюдаемые на периферии зеркала, обусловлены отклонением данной части зеркала от правильной геометрической формы и эффектом тангенциального увеличения этих искажений.

Для оценки качества изображений, создаваемых кольцевыми коническими зеркалами в лучах II , на оси зеркал устанавливалась цилиндрическая поверхность радиусом $r = 12$ мм, длиной $l = 50$ мм с нанесенной на нее ортогональной сеткой. Мнимые изображения с углом наблюдения $\alpha = 45^\circ$ представлены на рис. 3. Они создавались кольцевыми коническими зеркалами с углами при вершине 2θ , равными 45° (а) и 135° (б), и внутренним радиусом $R = 60$ мм. При этом зеркалу с углом $2\theta = 45^\circ$ соответствует схема рис. 1, б, а зеркало с углом $2\theta = 135^\circ$ направляет отраженный пучок в противоположную сторону по отношению к пучку на рис. 1, б. Из рис. 3 следует, что тангенциальные замкнутые линии сетки преобразуются без заметных искажений. Линии сетки, расположенные вдоль образующей цилиндра, претерпевают уширение, что объясняется тангенциальным увеличением зеркал. Таким образом, при выполнении вышеуказанных условий кольцевые конические зеркала осуществляют линейное преобразование координат точек исследуемой цилиндрической поверхности и позволяют установить однозначное соответствие между координатами точек предмета и изображения.

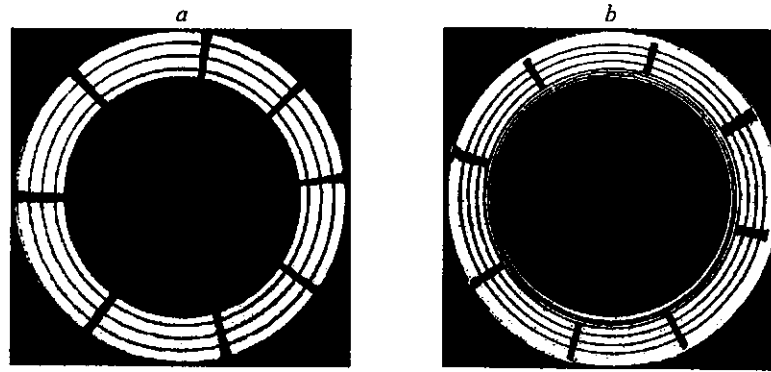


Рис. 3. Изображения ортогональной сетки на цилиндрической поверхности, созданные кольцевыми коническими зеркалами, в лучах *II*

Погрешности панорамного голографического интерферометра, связанные с неточностью определения порядков интерференционных полос и угла наблюдения. Осевая (u) и радиальная (w) компоненты вектора перемещения определяются с помощью панорамного интерферометра с плоской голограммой из уравнения $SX = \lambda M$, где для рассматриваемого интерферометра [2] матрица чувствительности $S = \begin{pmatrix} 2\cos 2\theta & 2\sin 2\theta \\ \cos \alpha + \cos 2\theta & \sin \alpha + \sin 2\theta \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} u \\ w \end{pmatrix}$ – матрица неизвестных перемещений; $M = \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \end{pmatrix}$ – матрица порядков интерференционных полос, наблюдаемых в лучах *I* и *II*. Вариации матриц M и S связаны с вариациями X уравнением для их норм, и верхняя граница погрешности измерения определяется соотношением [3]

$$\frac{\| \delta X \|}{\| X \|} \leq \text{cond}(S) \left(\frac{\| \delta S \|}{\| S \|} + \frac{\| \delta M \|}{\| M \|} \right),$$

где $\text{cond}(K) = \| S \| \left\| \frac{1}{S} \right\|$. Для квадратных числовых матриц второго порядка спектральная норма имеет вид

$$\| S \| = \max_{k=1,2} \sqrt{|\eta_k|}, \quad \left\| \frac{1}{S} \right\| = \frac{1}{\min_{k=1,2} \sqrt{|\eta_k|}}, \quad (4)$$

где η_k – спектр собственных значений матрицы $S' = S^T S$, S^T – транспонированная матрица. Собственные значения η_k являются корнями алгебраического уравнения

$$\det(S' - \eta E) = \begin{vmatrix} s'_{11} - \eta & s'_{12} \\ s'_{21} & s'_{22} - \eta \end{vmatrix} = \eta^2 - 2A\eta + B = 0,$$

где $A = 3 + \cos\alpha \cdot \cos 2\theta + \sin\alpha \cdot \sin 2\theta$, $B = 4(\sin\alpha \cdot \cos 2\theta - \cos\alpha \cdot \sin 2\theta)^2$. Решения есть $\eta_{1,2} = 3 + \cos\varphi \pm \sqrt{5 + 6\cos\varphi + 5\cos^2\varphi}$, где $\varphi = (2\theta - \alpha)$. Согласно (4), имеем

$$\|S\| = (3 + \cos\varphi + \sqrt{5 + 6\cos\varphi + 5\cos^2\varphi})^{1/2}, \quad (5)$$

$$\text{cond}(S) = \sqrt{\frac{\eta_{\max}}{\eta_{\min}}} = \frac{\eta_{\max}}{\sqrt{\eta_{\max}\eta_{\min}}} = \frac{1}{2\sin\varphi} (3 + \cos\varphi + \sqrt{5 + 6\cos\varphi + 5\cos^2\varphi}). \quad (6)$$

Чем меньше число обусловленности, тем выше устойчивость к ошибкам задания исходных данных. Для этого нужно увеличивать угол $\varphi = (2\theta - \alpha)$: при $\varphi = 30^\circ$ получаем значение 7,60, при $\varphi = 60^\circ$ – значение 3,78.

Возмущение матрицы S представим в виде $\delta S = \frac{dS}{d\alpha} \Delta\alpha$. Перейдя к нормам, имеем $\|\delta S\| \leq \left\| \frac{dS}{d\alpha} \right\| |\Delta\alpha|$. Поскольку $\frac{dS}{d\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$, то собственные значения этой матрицы равны $\eta_1 = 0, \eta_2 = 1$. Согласно (4), имеем $\left\| \frac{dS}{d\alpha} \right\| = 1$, $\|\delta S\| \leq |\Delta\alpha|$, в результате

$$\frac{\|\delta S\|}{\|S\|} \leq \frac{|\Delta\alpha|}{(3 + \cos\varphi + \sqrt{5 + 6\cos\varphi + 5\cos^2\varphi})^{1/2}}. \quad (7)$$

Найдем составляющую формулы (6), обусловленную ошибкой определения абсолютного порядка интерференционных полос. Поскольку $\|M\| = (m_1^2 + m_2^2)^{1/2}$, то $\frac{\|\delta M\|}{\|M\|} \leq \frac{|m_1| |\delta m_1| + |m_2| |\delta m_2|}{m_1^2 + m_2^2}$. Считаем, что экспериментальная погрешность δm является случайной величиной и нет корреляции между ошибками измерений порядков интерференционных полос для лучей I и II . При относительно малой ширине интерференционных полос величина δm обусловлена, главным образом, неточностью определения осевой координаты полосы. Последняя обратно пропорциональна протяженности изображения объекта на интерферограмме. Протяженность изображения в лучах I равна $l \sin 2\theta$, а в лучах II – $l \sin \alpha$, поэтому $|\delta m_1| \approx \frac{\zeta}{\sin 2\theta}$, $|\delta m_2| \approx \frac{\zeta}{\sin \alpha}$. Для участка, достаточно удаленного от места закрепления объекта в зеркале, при сжатии (растяжении) однородного тела $|m_1| \ll |m_2|$, $|m_2| = Cz_p$, где C слабо зависит от координаты z_p исследуемой точки на поверхности объекта, $|\delta m_2| = C |\Delta z_p|$. Используя (4), получаем при $60^\circ < 2\theta < 135^\circ$, $30^\circ < \alpha \leq \theta$

$$\frac{\|\delta M\|}{\|M\|} = \frac{|\delta m_2|}{|m_2|} = \frac{|\Delta z_p|}{z_p} = \frac{4 |\Delta R_T|}{\beta \sin \alpha z_p}. \quad (8)$$

Из выражений (7), (8) находим относительную погрешность измерения осевой компоненты вектора перемещения вдали от места закрепления объекта в коническом зеркале:

$$\varepsilon_u \equiv \frac{|\Delta u|}{|u|} \leq f_1(\alpha, \theta) |\Delta \alpha| + f_2(\alpha, \theta) \frac{4 |\Delta R_T|}{\beta z_p}, \quad (9)$$

где

$$f_1(\alpha, \theta) = \frac{(3 + \cos \varphi + \sqrt{5 + 6 \cos \varphi + 5 \cos^2 \varphi})^{1/2}}{2 \sin \varphi},$$

$$f_2(\alpha, \theta) = \frac{3 + \cos \varphi + \sqrt{5 + 6 \cos \varphi + 5 \cos^2 \varphi}}{2 \sin \alpha \cdot \sin \varphi}.$$

Графики функций $f_1(\alpha, \theta)$, $f_2(\alpha, \theta)$ даны на рис. 4. Условие $\alpha \leq \theta$ обеспечивает наблюдение всей поверхности объекта. Анализ выражения (9) позволяет сделать следующие выводы:

1. Погрешность измерения осевой (u) и радиальной (w) компонент вектора перемещения слабо зависит от погрешности измерения угла наблюдения и в основном определяется погрешностью отсчета порядка интерференционных полос.

2. С увеличением угла конического зеркала θ погрешность измерения уменьшается, однако для $\theta > 70^\circ$ резко ослабляется интенсивность лучей I и увеличивается погрешность измерения m_1 , поэтому оптимальное значение $\theta = (45 - 60)^\circ$.

3. Угол наблюдения α можно выбирать в достаточно широком интервале вблизи $\alpha = \theta$. Существование оптимального угла α есть следствие двух противоположно действующих зависимостей. С уменьшением α вектор чувствительности приближается к вектору \mathbf{u} , и погрешность измерения компоненты u уменьшается. При этом ширина кольцевой полосы, являющейся изображением развертки цилиндрической поверхности, также уменьшается, что приводит к увеличению погрешности определения положения интерференционных полос.

4. Локальная величина относительной погрешности измерения, связанная с определением порядка интерференционных полос, зависит от расстоя-

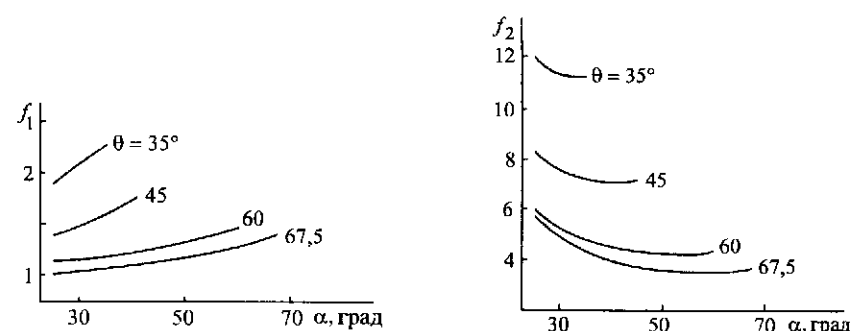


Рис. 4. Графики функций $f_1(\alpha, \theta)$ и $f_2(\alpha, \theta)$

ния между исследуемой точкой и местом закрепления объекта в зеркале. Минимальная погрешность достигается вдали от закрепленного конца объекта. При $\theta = \alpha = 45^\circ$, $\beta = 1$, $z_p = 50$ мм, $\Delta R_T = 0,1$ мм получаем оценку $\epsilon_u \leq 5,7\%$, при $\theta = \alpha = 60^\circ - \epsilon_u < 3,5\%$.

Для сравнительной оценки погрешностей измерения отдельных компонент вектора перемещения выполним вариацию абсолютных порядков интерференционных полос при неизменной матрице чувствительности. Тогда получаем $S\delta X = \lambda\delta M$, $\delta X = \lambda S^{-1}\delta M$, $\delta \tilde{X} < \lambda \tilde{S}^{-1} \delta \tilde{M}$ и

$$\frac{|\delta X_1|}{|\delta X_2|} \cong \frac{\sum_{i=1}^2 (\tilde{S}^{-1})_{1i} \delta \tilde{M}_i}{\sum_{i=1}^2 (\tilde{S}^{-1})_{2i} \delta \tilde{M}_i}, \quad (10)$$

где матрицы \tilde{S} , \tilde{M} имеют элементы, взятые по модулю, в частности,

$$\tilde{S}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(\sin \alpha + \sin 2\theta) & \sin 2\theta \\ \frac{1}{2}|\cos \alpha + \cos 2\theta| & |\cos 2\theta| \end{pmatrix} f(\alpha, \theta).$$

Выражение (10) соответствует результату работы [4]. Поскольку $\frac{|\delta m_2|}{|\delta m_1|} \cong \frac{\sin 2\theta}{\sin \alpha}$, то из (10) получаем

$$\frac{|\Delta u|}{|\Delta w|} \cong \frac{\sin \alpha + \sin 2\theta + 2 \frac{\sin^2 2\theta}{\sin \alpha}}{|\cos \alpha + \cos 2\theta| + \frac{\sin 2\theta \cdot |\cos 2\theta|}{\sin \alpha}} \equiv f_3(\alpha, \theta). \quad (11)$$

Для углового интервала $30^\circ < \theta < 70^\circ$, $30^\circ < \alpha \leq \theta$ зависимость $f_3(\alpha, \theta)$ представлена на рис. 5, и из нее следует, что при $\theta = 45^\circ$ резко уменьшается погрешность измерения радиального перемещения w и достигается максимальное значение $\frac{|\Delta u|}{|\Delta w|} \approx 6,5$. С увеличением угла θ величина f_3 уменьшается

и при $\theta = \alpha = 60^\circ$ равняется $\frac{|\Delta u|}{|\Delta w|} \approx 3$. Таким образом, панорамный голографиче-

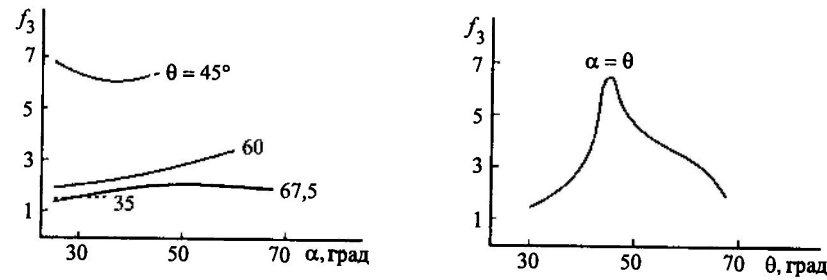


Рис. 5. Графики функции $f_3(\alpha, \theta)$

ческий интерферометр измеряет радиальную компоненту вектора перемещения с существенно большей точностью, чем осевую компоненту.

Оценим погрешность измерения осевой компоненты вектора перемещения для точек, находящихся вблизи от места закрепления объекта в зеркале, считая, что она связана, главным образом, с неточностью отсчета порядка интерференционных полос. Полагая $|m_1| \approx (1-2)$, $(m_1^2 + m_2^2) \approx 5$, для $\theta = \alpha = 60^\circ$ получаем $\frac{\|\delta M\|}{\|M\|} = \frac{\zeta}{\sin \alpha} \sqrt{\frac{2}{5}}$, $\epsilon_u \leq f_2(\alpha = \theta = 60^\circ) \zeta \sqrt{\frac{2}{5}}$. Принимая степень

разрешения интерференционной полосы $\zeta = 1/8$, находим $\epsilon_u \leq 40\%$.

В качестве иллюстрации рассмотрим измерение панорамным голографическим интерферометром с углом конического зеркала $2\theta = 90^\circ$ величины радиального перемещения при консольном изгибе. Цилиндрическая оболочка из плексигласа радиусом $R = 13$ мм, длиной образующей $l = 42$ мм, толщиной стенок $h = 1$ мм жестко закреплена одним краем ($x = 0$), закрыта на другом конце ($x = l$) жесткой диафрагмой L , к которой приложена сила $F = 5$ Н. Консольный изгиб относится к обратносимметричной нагрузке, и безмоментное решение [5, 6] приводит к выражению для перемещения вдоль действующей силы $\Delta = \frac{Fl}{\pi E h R} \left[2(1 + \nu) + \frac{1}{3} \left(\frac{l}{R} \right)^2 \right]$, где для плексигласа имеем значения модуля

Юнга $E = 3,2 \cdot 10^3$ Н/мм² и коэффициента Пуассона $\nu = 0,36$. Подставляя числовые значения, получаем для края оболочки теоретическое значение $\Delta^T = 10,01$ мкм. Экспериментальное значение найдем по панорамной интерферограмме, представленной на рис. 6. Максимальное перемещение Δ свободного конца оболочки определяется по интерференционной картине, наблюдаемой в зеркале в сечении CC по обе стороны от торца оболочки. Порядковые номера интерференционных полос, относящихся к свободному краю оболочки, совпадают и равны $N_{\max} = 31$. В результате получаем $\Delta^s = \lambda \frac{N_{\max}}{2} = 9,81$ мкм, что согласуется с Δ^T с относительной погрешностью 2,0 %.

Сравнительное исследование осесимметричного сжатия оболочек методами панорамной голографической интерферометрии, панорамной спекл-интерферометрии и расчетными методами показало взаимную согласованность полученных результатов и более высокую чувствительность и точность метода голографической интерферометрии [7, 8]. Вышеприведенные оценки погрешности измерений согласуются также с оценками, полученными при исследованиях плоского образца методами традиционной и панорам-

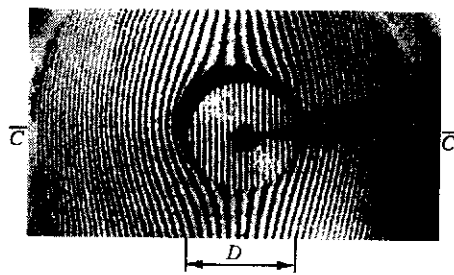


Рис. 6. Панорамная интерферограмма консольного изгиба цилиндрической оболочки

ной голографической интерферометрии, а также методами электротензометрии, спекл-интерферометрии, голографического муара и изопахик [9–11].

Погрешности измерений, связанные с отклонениями от условий, при которых выполняются расчетные формулы. Уравнения интерференционных полос для панорамных интерферометров [1, 2] получены в предположении, что освещающий пучок параллелен оптической оси интерферометра. Оценим систематическую погрешность, связанную с нарушением этого условия. Пусть освещающий луч S идет под углом φ к оптической оси конического зеркала C на рис. 7, а интерференция наблюдается в точке P . В эту точку приходит луч I , рассеянный точкой A объекта, отразившийся от зеркала и идущий под углом γ к оптической оси. Поскольку A' есть изображение точки A в зеркале, то $\angle BAD = \gamma$. Из схемы рис. 7 получаем $e_s u = -u \cos(2\theta - \varphi)$, $e_s w = -w \sin(2\theta - \varphi)$, $e_1 u = u \cos(2\theta + \gamma)$, $e_1 w = w \sin(2\theta + \gamma)$, $e_s v = 0$, $e_1 v = 0$. Из основного уравнения голографической интерферометрии $\Delta_i = (e_s - e_i)(u + v + w) = m\lambda$ находим разность хода для луча I :

$$\begin{aligned} \Delta_1(\gamma, \varphi) &= w[\sin(2\theta - \varphi) + \sin(2\theta + \gamma)] + u[\cos(2\theta - \varphi) + \cos(2\theta + \gamma)] = \\ &= (w \sin 2\theta + u \cos 2\theta)(\cos \gamma + \cos \varphi) + (w \cos 2\theta - u \sin 2\theta)(\sin \gamma - \sin \varphi). \end{aligned} \quad (12)$$

Для луча II , идущего под углом α к оптической оси без отражения в зеркале, из схемы рис. 7 получаем аналогичным образом

$$\begin{aligned} \Delta_2(\alpha, \varphi) &= w[\sin(2\theta - \varphi) + \sin \alpha] + u[\cos(2\theta - \varphi) + \cos \alpha] = \\ &= (w \sin \alpha + u \cos \alpha) + (w \sin 2\theta + u \cos 2\theta) \cos \varphi - (w \cos 2\theta - u \sin 2\theta) \sin \varphi. \end{aligned} \quad (13)$$

Оценим погрешность, возникающую при внеосевом освещении под углом φ , если интерференционная картина наблюдается в лучах I под углом $\gamma = \varphi$ и разность хода вычисляется по невозмущенной формуле при $\varphi = 0$. Из (12) получаем

$$\frac{\Delta_1(\varphi, \varphi) - \Delta_1(0, 0)}{\Delta_1(0, 0)} = \cos \varphi - 1 \cong -\frac{\varphi^2}{2}, \quad (14)$$

и погрешностью можно пренебречь при $\varphi \leq 0,1$. При наблюдении интерференции в лучах II и использовании расчетной формулы (13) для внеосевого

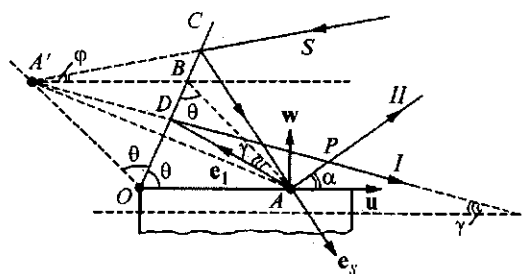


Рис. 7. Схема хода лучей при внеосевом освещении: C – коническое зеркало; A – исследуемая точка; P – точка наблюдения

освещения под малым углом $\varphi \ll 1$ получаем относительную погрешность

$$\frac{\Delta_2(\alpha, \varphi) - \Delta_2(\alpha, 0)}{\Delta_2(\alpha, 0)} = \frac{u \sin 2\theta - w \cos 2\theta}{u(\cos 2\theta + \cos \alpha) + w(\sin 2\theta + \sin \alpha)} \varphi. \quad (15)$$

Если $\theta = \alpha = 45^\circ$, то при сжатии (растяжении) оболочки вблизи ее основания $|u| \sim |w|$, тогда $\frac{\Delta_2(\alpha, \varphi) - \Delta_2(\alpha, 0)}{\Delta_2(\alpha, 0)} \approx 0,4\varphi$. На конце оболочки $|u| \gg |w|$, тогда

$$\frac{\Delta_2(\alpha, \varphi) - \Delta_2(\alpha, 0)}{\Delta_2(\alpha, 0)} \approx 1,4\varphi. \text{ Следовательно, относительная погрешность изме-}$$

рения в лучах *II* увеличивается при переходе от основания оболочки к ее концу, оставаясь по порядку величины равной углу освещения. Для того чтобы эта погрешность не превышала 5 %, необходимо обеспечить угловое отклонение от осевого освещения не более чем на 2° . Если угловое отклонение имеет существенно большую величину, то следует использовать модифицированные расчетные формулы (12) и (13).

Отклонение оси объекта от оси конического зеркала на угол γ у панорамного интерферометра с плоской фотопластинкой, не вызывающее заметного затенения боковой поверхности объекта, освещенной коллимированным осевым пучком, не оказывает влияния на процесс измерения при достаточной глубине резкости фокусирующей системы. Рассчитанные по невозмущенным формулам компоненты вектора перемещения связаны с фактическими перемещениями точек объекта множителем $\cos \gamma$. Для того чтобы погрешность измерения не превосходила 1 %, необходимо обеспечить $\gamma < 8^\circ$. Форма поверхности исследуемого тела может существенно отличаться от цилиндрической. При этом изображение поверхности на интерферограмме должно быть сфокусированным, что требует достаточной глубины резкости фокусирующей системы. Необходимо также, чтобы локальный угол наклона поверхности к оптической оси был гораздо меньше угла наблюдения. При нарушении этих условий существенно увеличивается погрешность определения координат интерференционных полос. Качество поверхности может быть любым, необходимо только, чтобы она создавала достаточную интенсивность рассеянных лучей *I* и *II*.

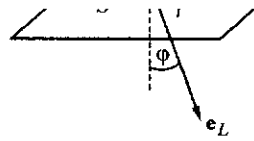
Рассмотрим отклонения от условий выполнения расчетных формул для панорамного интерферометра с цилиндрической голограммой [2, 3]. Если освещающий пучок идет под углом φ к оптической оси интерферометра, то из рис. 8 получаем

$$e_z(\mathbf{u}_1 + \mathbf{v}_1 + \mathbf{w}_1) = -w_1 \cos \varphi + u_1 \sin \varphi, \quad (16)$$

$$e_n(\mathbf{u}_1 + \mathbf{v}_1 + \mathbf{w}_1) = w_1 \cos \beta_1 + u_1 \sin \beta_1 \cdot \cos \gamma + v_1 \sin \beta_1 \cdot \sin \gamma,$$

где перемещения с индексом 1 определяются по развернутой в плоскость голограмме и отличаются от перемещений точки объекта поправочными коэффициентами. Удерживая слагаемые до первой степени φ включительно, получаем из основного уравнения интерферометрии

$$w_1(1 + \cos \beta_1) + u_1(\sin \beta_1 \cdot \cos \gamma - \varphi) + v_1 \sin \beta_1 \cdot \sin \gamma = \lambda m(\beta_1, \gamma, \varphi). \quad (17)$$



$\gamma = 0, \beta_1 \neq 0$, получаем из (17) систему уравнений

$$2w_1 - \varphi u_1 = \lambda m_1, \quad (18)$$

$$(1 + \cos \beta_1)w_1 + (\sin \beta_1 - \varphi)u_1 = \lambda m_1.$$

Решения имеют вид $u_1 = u_1^0(1 + \varepsilon_u)$, $w_1 = w_1^0(1 + \varepsilon_w)$, где u_1^0, w_1^0 — невозмущенные решения (17) при $\varphi = 0$; $\varepsilon_u = \frac{\varphi}{2} \frac{1 - \cos \beta_1}{\sin \beta_1}$; $\varepsilon_w = \varphi \left(\frac{m_2}{m_1} \frac{1}{\sin \beta_1} - \frac{1 + \cos \beta_1}{2 \sin \beta_1} \right)$ —

относительные погрешности, возникающие при использовании невозмущенных решений. Для количественной оценки результатов положим $\beta_1 = 45^\circ$, $m_2/m_1 \approx 10$, тогда находим $\varepsilon_u = 0,2\varphi$, $\varepsilon_w = 5\varphi$. Следовательно, для получения относительной погрешности, меньшей 5%, при измерении осевого перемещения u необходимо, чтобы отклонение освещающего пучка от оптической оси не превышало 14° . Для радиального перемещения w угловое ограничение обратно пропорционально m_2/m_1 и для рассматриваемого случая составляет величину $0,6^\circ$. Для тангенциального перемещения v находим из выражений (17), (18) $\varepsilon_v = \varphi \frac{u^0}{v^0} \frac{1}{\sin \beta_1}$. При $\beta_1 = 45^\circ$, $u^0/v^0 \approx 1$ получаем

$\varepsilon_v \approx 1,4\varphi$, и для $\varepsilon_v \leq 5\%$ ограничение на угол φ составляет 2° .

Отличие формы поверхности объекта и фотоэмульсии от цилиндрической или нарушение коаксиальности их установки приводит к вариации расстояния δb между поверхностью объекта и фотоэмульсией и появлению погрешности измерения тангенциального перемещения v . Перемещения определяются из соотношений [2, 3]:

$$w = \frac{\lambda}{2} m(\varepsilon, 0), \quad u = \frac{\lambda}{\sin \beta_1} \left[m(\beta_1, 0) - \frac{1 + \cos \beta_1}{2} m(\varepsilon, 0) \right], \quad (19)$$

$$v = \frac{\lambda}{\sin \beta_1} \left[\left(1 - \frac{b}{R} \right) m(\beta_1, 90^\circ) - \frac{1 + \cos \beta_1}{2} \left(1 + \frac{b}{R} \frac{1}{\cos^2 \beta_1} \right) m(\varepsilon, 0) \right],$$

где b — расстояние от цилиндрической голограммы до поверхности объекта радиусом R . Для участка объекта, достаточно удаленного от места закрепления его в зеркале, можно считать, что $m(\beta_1, 90^\circ) \gg m(\varepsilon, 0)$. Тогда получаем из (19) $v \approx \frac{\lambda}{\sin \beta_1} \left(1 - \frac{b}{R} \right) m(\beta_1, 90^\circ)$, $|\delta v| \leq \frac{\lambda}{\sin \beta_1} \frac{|\delta b|}{R} |m(\beta_1, 90^\circ)|$. Относитель-

ная погрешность равна $\varepsilon_v \leq \frac{|\delta b|}{R - b}$. Если потребовать $\varepsilon_v \leq 5\%$ при $R = 20$ мм,

$b = 3$ мм, то получим ограничение $|\delta b| \leq 1$ мм. Таким образом, при измерении тангенциального перемещения отличие формы поверхности объекта и фото-

эмульсии от цилиндрической и отклонение от их коаксиальности не должно превышать 5 % их среднего радиуса. Если ограничиться измерением радиального и осевого перемещений, то условие на δb не отличается от соответствующего ограничения для интерферометра с плоской голограммой.

Чувствительность и диапазон измеряемых перемещений. Чувствительность $k = \frac{\Delta}{(u, v, w)}$ интерферометра выражается отношением величины

сигнала на выходе, описываемого оптической разностью хода $\Delta = m\lambda$, к измеряемой величине (u, v, w) на входе. Связь между входными и выходными параметрами для панорамного интерферометра с плоской голограммой имеет вид [1, 3]:

$$w = \lambda f(\alpha, \theta) [-(m_1/2)(\cos\alpha + \cos 2\theta) + m_2 \cos 2\theta],$$

$$u = \lambda f(\alpha, \theta) [(m_1/2)(\sin\alpha + \sin 2\theta) - m_2 \sin 2\theta].$$

Для панорамного интерферометра с цилиндрической голограммой имеем соотношения (19). Коэффициенты, связывающие m с (u, v, w) , не зависят от положения исследуемой точки, поэтому чувствительность измерений этих интерферометров одинакова для всех точек поверхности объекта.

Из выражения (13) при $\varphi = 0$ получаем компоненты вектора чувствительности $k_u = \cos 2\theta + \cos \alpha$, $k_w = \sin 2\theta + \sin \alpha$, $k_v = 0$. Варьируя угол конического зеркала θ в пределах $30^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$ и угол наблюдения α в пределах $0 < \alpha \leq 2\theta$, можно изменять чувствительность измерения компонент u и w . При этом величина $|k_w|$ превышает $|k_u|$ за исключением угла $\alpha = 90^\circ - 2\theta$ при $\theta < 45^\circ$, а также угла $\alpha = 270^\circ - 2\theta$ при $\theta > 45^\circ$, если $|k_u| = |k_w| \neq 0$. Таким образом, чувствительность панорамного голографического интерферометра к радиальному перемещению w превышает чувствительность к осевому перемещению u , и этот интерферометр вообще не позволяет измерить тангенциальное перемещение v . Из приведенных результатов вытекает следующий порядок измерения: первую интерферограмму получаем при $\alpha = 90^\circ$, $\theta = 45^\circ$ и, поскольку при этом $k_w = 2$, $k_u = 0$, находим величину w с максимальной чувствительностью; вторую интерферограмму получаем при $\alpha = \theta$ и находим величину u .

Для панорамного интерферометра с цилиндрической голограммой находим из (17) при $\varphi = 0$ $k_u = \sin \beta_1 \cdot \cos \gamma$, $k_v = \sin \beta_1 \cdot \sin \gamma$, $k_w = 1 + \cos \beta_1$. Чувствительность к радиальному перемещению превышает чувствительность к внутриплоскостным перемещениям. Выбирая при измерении u угол $\gamma = 0$, а при измерении v угол $\gamma = 90^\circ$ и в обоих случаях максимальную величину угла β_1 в пределах индикатрисы рассеянного излучения, получаем равные друг другу и максимальные чувствительности k_u , k_v . Максимальная чувствительность $k_w = 2$ достигается при $\beta_1 = 0$.

Оценим нижнюю границу диапазона измерений, считая, что ей соответствует $|\Delta_1|_{\min} = 1/2\lambda$. Для интерферометра с плоской голограммой получаем из (12) при $\varphi = \gamma = 0$, $\alpha = \theta = 45^\circ$ выражение $w_{\min} \sim 0,25\lambda$. При сжатии (растяжении) на конце цилиндрической оболочки можно пренебречь смещением w по сравнению с u . Тогда получаем из (13) при $\varphi = 0$, $|\Delta_2| = 1/2\lambda$ выражение

$$u_{\min} \sim \frac{\lambda}{2(\cos 2\theta + \cos \alpha)}. \text{ При } \alpha = \theta = 45^\circ \text{ имеем нижнюю границу диапазона из}$$

мерений $u_{\min} \sim (0,5 - 1)\lambda$. Для панорамного интерферометра с цилиндрической голограммой из (19) находим нижнюю границу диапазона измерений $v_{\min} \sim (0,5 - 1)\lambda$.

Наибольшее смещение, которое можно измерить голографическим интерферометром, ограничивается предельной плотностью интерференционных полос, которые можно проанализировать на панорамной интерферограмме. Видность полос ограничена, в частности, наличием спекл-структуры, вызванной диффузным отражением света от поверхности объекта. При относительном отверстии $D/F = 1/22$ фотографической системы, используемой для получения интерферограммы, из формулы $\lambda F/D$ для периода спекл-структуры получаем оценку порядка 22λ . Полагая, что на одну интерференционную полосу должно приходиться 10 спеклов, получаем теоретический порядок величины для минимальной ширины интерференционной полосы, равный 0,2 мм. Эмпирическая оценка предельной плотности полос, которую можно различить на панорамной интерферограмме для вышеприведенных углов наблюдения, составляет $\rho \sim 2$ мм на полосу. Наибольшее число полос $m_{\max} = l/\rho = (R-r)/\rho$, где R – радиус конического зеркала ($R_{\max} \sim 150$ мм); r и l – радиус и длина объекта. Отсюда получаем оценку верхней границы диапазона смещений, измеряемых голографическим панорамным интерферометром: $d_{\max} \sim m_{\max} \lambda \sim \frac{R}{\rho} \lambda$ или $d_{\max} \sim 80\lambda$.

Заключение. Панорамные голографические интерферометры измеряют компоненты вектора перемещения во всех точках поверхности объекта цилиндрической формы. Они перекрывают диапазон измерений (0,15–50) мкм, имеют одинаковую во всех точках чувствительность в пределах (0,5–2), пороговую чувствительность (0,3–1,3) мкм на полосу. Относительная погрешность измерения на участках, удаленных от места закрепления объекта в зеркале, не превышает 6 %, что подтверждают теоретические оценки и измерения, выполненные с помощью других методов. На участках вблизи места закрепления эта величина составляет около 40 %. Минимальная погрешность измерения интерферометром с плоской голограммой достигается, если угол конического зеркала $2\theta = (90 \div 120)^\circ$, а угол наблюдения $\alpha = (30^\circ \div \theta)$. Погрешность измерения слабо зависит от погрешности угла наблюдения и в основном определяется погрешностью отсчета порядка интерференционных полос. Погрешности, связанные с нелинейностью преобразований координат цилиндрической поверхности, пренебрежимо малы, если фокусное расстояние объектива фокусирующей системы, рассматриваемой в качестве идеальной, гораздо больше длины образующей предмета и фотографирование ведется с большого расстояния при сильном диафрагмировании. Если угол между освещающим пучком и оптической осью интерферометра с плоской фотопластинкой не превышает 2° , то погрешность $< 5\%$. При этом угол между осями конического зеркала и объекта не должен превышать 8° . Если форма поверхности объекта и фотоземлюли отличается от цилиндрической на величину, не превышающую 5 % их среднего радиуса, то погрешность тангенциального перемещения не превышает 5 %.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борыняк Л. А., Краснопецев Е. А. Панорамная интерферометрия // Автометрия. 1998. № 2. С. 13.
2. Краснопецев Е. А., Борыняк Л. А. Панорамный интерферометр с максимальной апертурой // Автометрия. 1999. № 4. С. 3.

3. Краснопевцев Е. А., Борьяняк Л. А. Панорамная интерферометрия. Новосибирск: НГПУ, 1999.
4. Day J. D. Errors in the computation of linear algebraic systems // Intern. Journ. Math. Educ. Sci. Tech. 1978. 9, N 1. P. 89.
5. Новожилов В. В., Черных К. Ф., Михайловский Е. И. Линейная теория тонких оболочек. Л.: Политехника, 1991.
6. Прочность, устойчивость, колебания: Справочник /Под ред. И. А. Биргера, Я. Г. Пановко. М.: Машиностроение, 1968.
7. Борьяняк Л. А., Краснопевцев Е. А., Логинов А. В. Методические аспекты исследования деформаций в панорамных интерферометрах // Автометрия. 1993. № 1. С. 48.
8. Борьяняк Л. А., Краснопевцев Е. А., Логинов А. В. Панорамный спекл-интерферометр для исследования перемещений деформируемых объектов // Автометрия. 1994. № 3. С. 22.
9. Борьяняк Л. А., Герасимов С. И., Жылкин В. А. Практические способы записи и расшифровки голографических интерферограмм, обеспечивающие необходимую точность определения компонент тензора деформаций // Автометрия. 1982. № 1. С. 17.
10. Борьяняк Л. А. Точность измерения перемещений в накладных интерферометрах. Новосибирск, 1986. Деп. в ВИНТИ, № 83-В86.
11. Борьяняк Л. А., Краснопевцев Е. А., Логинов А. В. Точность определения перемещений в голографических интерферометрах // Автометрия. 1992. № 6. С. 62.

Новосибирский государственный
педагогический университет,
E-mail: spartak@online.sinor.ru

Поступила в редакцию
20 апреля 2000 г.