

УДК 519.272

В. А. Грушин

(Нижний Новгород)

**ОБНАРУЖЕНИЕ И ОЦЕНИВАНИЕ
РАЗЛАДКИ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА
ПО КОРОТКИМ ВЫБОРКАМ НАБЛЮДЕНИЙ**

Рассматривается задача обнаружения и оценивания разладки в случайном гауссовском процессе на основе новых методов спектрального анализа по коротким выборкам наблюдений. Предложен алгоритм многоканального обнаружения разладки методом обеляющего фильтра, в котором предусматривается возможность одновременного оценивания частотного состава разладки для ее последующей идентификации. Проведен анализ его эффективности методом математического моделирования. Приведены кривые обнаружения разладки исследуемого процесса в зависимости от ее относительной интенсивности и различных объемов выборки.

Спектральный анализ на протяжении многих лет является эффективным средством статистической обработки сигналов. Интерес к этому направлению исследований особенно вырос в последние годы в связи с появлением нового класса методов с улучшенным частотным разрешением. Однако практическое применение этих методов сдерживается недостаточным теоретическим исследованием вопросов, связанных с проблемой статистических выводов по спектральным характеристикам случайных процессов, и отсутствием надлежащих методик их практического использования.

Задача обнаружения разладки гауссовского случайного процесса $X(t)$ по однородной выборке наблюдений $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_M$, где $X_i(t) = (x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_n))^T$, традиционно формулируется в терминах проверки статистических гипотез: проверяется простая гипотеза $H_0: \mathbf{P} = N(\mu, \mathbf{K}_0)$ против сложной альтернативы $H_1: \mathbf{P} = N(\mu, \mathbf{K}), \mathbf{K} \neq \mathbf{K}_0$. Здесь $N(\mu, \mathbf{K}_0)$ – нормальный закон распределения, заданный n -мерным вектором средних значений μ ($n \times 1$) и матрицей \mathbf{K} ($n \times n$) ковариаций.

Полагаем далее процесс $X(t)$ центрированным, т. е. $\mu = 0$.

Следуя асимптотически оптимальному критерию отношения правдоподобия, определим критическую область в пространстве исходов согласно решающему правилу:

$$\ln[\sup p_1(X)/p_0(X)] \geq c_0.$$

Здесь $p_1(X)$, $p_0(X)$ – функции правдоподобия, отвечающие гипотезам H_0 и H_1 , \sup обозначает верхнюю границу функции $p_1(X)$ на множестве допусти-

мых ковариаций K . При этом пороговый уровень $c_0 = \text{const}$ устанавливается постоянным исходя из заданной вероятности ошибки первого рода: $\alpha(c_0) = \alpha = \text{const}$.

Представленная задача подробно исследована в [1, гл. 6] в рамках одно-модельного подхода к задаче о разладке в авторегрессионных (АР) случайных процессах. Решение этой задачи в частотной области получено в работе [2], в которой асимптотически оптимальный алгоритм формулируется в терминах спектральных характеристик АР-процессов с порождающим гауссовским белым шумом. При условии нормирования этого шума по дисперсии к постоянному уровню $\sigma_0^2 = \text{const}$ упомянутый алгоритм может быть представлен следующим образом:

$$\lambda(X) = \frac{1}{2F} \int_{-F}^F G_X(f)/G_0(f)^{-1} df \geq \lambda_0, \quad (1)$$

или в эквивалентном виде:

$$\sigma_0^{-2} \int_{-F}^F G_X(f) |K_0(jf)|^2 df \geq \lambda_0.$$

Здесь $G_X(f)$ – выборочная оценка спектральной плотности мощности (СПМ); $G_0(f) = \sigma_0^2 |K_0(jf)|^2$ – истинная СПМ случайного процесса; λ_0 – пересчитанные значения порогового уровня; $K_0(jf)$ – комплексный коэффициент передачи фильтра, инверсного формирующему, или обеляющего фильтра. Решение принимается по признаку превышения порога λ_0 средней (по M реализациям) мощностью отклика на выходе фильтра. Отсюда вытекает и определение предложенного в [2] алгоритма как метода обеляющего фильтра.

Представленные результаты послужили основой для синтеза алгоритма одновременного обнаружения и оценивания разладки гауссовского случайного процесса. Для этого разобьем диапазон анализируемых частот $[-F, F]$ на N поддиапазонов шириной Δf каждый и перепишем левую часть алгоритма (1) в виде

$$\begin{aligned} \frac{1}{2F} \int_{-F}^F G_X(f)/G_0(f) df &= \frac{1}{2F} \sum_{i=1}^N \int_{f_i}^{f_i + \Delta f} G_X(f)/G_0(f) df \cong \\ &\cong \frac{1}{2F} \sum_{i=1}^N G_X(f_i)/G_0(f_i) \Delta f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N G_X(f_i)/G_0(f_i) = \lambda(x), \end{aligned}$$

где $G_X(f_i)$ – оценка текущего энергетического спектра на частоте f_i ; $G_0(f_i)$ – исходный (до разладки) энергетический спектр процесса; $\Delta f = 2F/N$.

Отсюда следует искомый алгоритм обнаружения и оценивания разладки гауссовского случайного процесса в частотной области:

$$\lambda_i(x) \triangleq G_X(f_i)/G_0(f_i) > \lambda_{i0}, \quad \forall i \leq N. \quad (2)$$

Оценивание разладки производится по номеру i^* канала, в котором обнаружена разладка случайного процесса, т. е. выполнено соотношение (2). Анализ эффективности предложенного алгоритма проведен с использованием метода математического моделирования. Блок-схема экспериментальной установки представлена на рис. 1. В качестве исходного процесса $X(t)$ использовался процесс авторегрессии 2-го порядка с порождающим белым шумом с дисперсией $\sigma_0^2 = \text{const}$. Блок 1 – формирователь исходного случайного процесса, истинный спектр которого $G_0(f)$ получен на выходе спектроанализатора 5. Разладка задавалась имитатором сигнала разладки 3 путем сложения в сумматоре 2 процесса $X(t)$ с узкополосным случайным процессом типа синусоиды переменной амплитуды A_{0p} и с частотой $f_p = 0,37T = \text{const}$ (T – период дискретизации). Формируемый процесс подавался на спектральный анализатор 6, в котором осуществлялось оценивание спектральной плотности мощности по методу Берга согласно выражению

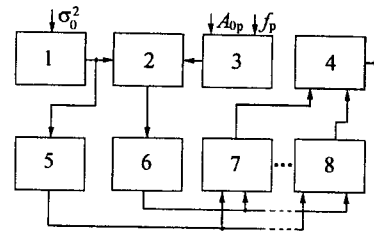


Рис. 1

$$G_X(f) = \sigma_x^2 / 2F \left| 1 - \sum_{i=1}^M a_i \exp(-j2\pi i f T) \right|^2.$$

Здесь $a_i, i=1, \dots, m$, – набор коэффициентов авторегрессии M -го порядка, определяемых по выборкам объема $n=100, 200, 500$, порядок процесса поддерживался постоянным ($M=5$). Блоки 7, 8 – устройства обнаружения разладки в частотных каналах, число которых выбрано $N=10$. Пороговый уровень λ_0 в каждом частотном канале устанавливался путем экспериментального подбора из условия заданной доверительной вероятности ошибки 1-го рода в канале $\alpha = 0,1$ или $\alpha = 0,01$. Логическая схема 4 выдавала «1» при обнаружении разладки в случайном процессе и номер частотного канала с разладкой и «0» при отсутствии разладки в каналах.

По результатам исследований получено семейство кривых обнаружения разладки в зависимости от ее относительной интенсивности $q_p^2 = A_p^2 / 2\sigma_0^2$ и различных объемов выборки n при $\alpha = 0,1$ (рис. 2) и $\alpha = 0,01$ (рис. 3). Из гра-

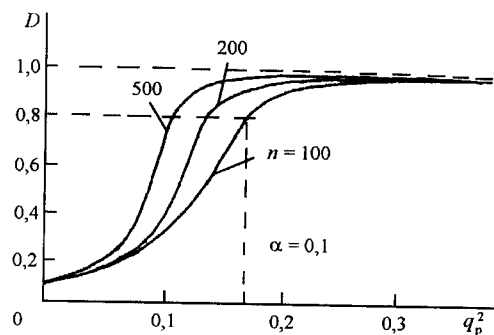


Рис. 2

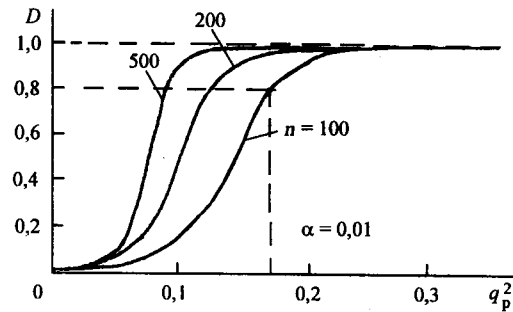


Рис. 3

фигур видно, что для надежного обнаружения разрядки с вероятностью $D = 0,8$ относительная интенсивность q_p^2 должна быть равна $0,17-0,18$ при объеме выборки $n = 100$. При увеличении объема выборки вероятность правильного обнаружения разрядки увеличивается.

Таким образом, предложенный алгоритм позволяет надежно обнаружить и оценить разрядку случайного процесса на уровне не ниже -10 дБ относительно средней мощности анализируемого процесса. При увеличении объема выборки в 5 раз пороговый уровень обнаружения разрядки сокращается до -13 дБ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Обнаружение изменения свойств сигналов и динамических систем /Под ред. М. Басвилля, А. Банвениста. М.: Мир, 1989.
2. Савченко В. В. Обнаружение и прогнозирование разрядки случайного процесса на основе спектрального оценивания // Автометрия. 1996. № 2. С. 77.

Нижегородский государственный
технический университет,
E-mail: svv@junn.sci-nnov.ru

Поступило в редакцию
22 июня 1998 г.