

УДК 535.02.004 : 681.7.069.24

В. А. Гречихин, И. Л. Расковская, Б. С. Ринкевичюс
(Москва)

**ВЛИЯНИЕ АКУСТООПТИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА
НА ПОГРЕШНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СКОРОСТИ
ЧАСТИЦ ЛАЗЕРНЫМ ДОПЛЕРОВСКИМ АНЕМОМЕТРОМ ***

Исследовано влияние акустооптического эффекта на методическую погрешность измерения колебательной скорости частиц в жидкости. Проанализирована зависимость этой погрешности от параметров измерительной установки, длины акустической волны и расстояния, на котором находится частица относительно плоскости входа лазерных пучков в среду. На основе гауссовой модели пучка учтены рефракционные и дифракционные эффекты и их влияние на методические ошибки. Даны рекомендации по проведению измерений с целью уменьшения их погрешностей.

Введение. Разработка методов лазерной диагностики акустических полей в жидкости представляет большой научный и практический интерес, поскольку это позволяет в конечном итоге создать эталоны таких параметров, как звуковое давление, колебательная скорость и другие, привязанные к лазерному эталону длины и частоты [1–4].

Для определения колебательной скорости акустического потока используется эффект доплеровского смещения частоты лазерного излучения, рассеянного движущимися частицами. Оценка колебательной скорости проводится косвенно путем измерения девиации частоты $\Delta\Omega$ сигнала на выходе фотоприемника лазерного доплеровского анемометра (ЛДА). Согласно [4], доплеровский сигнал после высокочастотной фильтрации можно представить в виде

$$u(t) = U(t) \cos \left[\Omega_D \left(1 + \frac{\Delta\Omega}{\Omega_D} \cos \Omega_a \right) t + \phi \right], \quad (1)$$

где $U(t)$ – огибающая сигнала; Ω_D – доплеровский сдвиг частоты, обусловленный направленным дрейфом частиц; Ω_a – частота акустических колебаний; ϕ – начальная фаза. При этом амплитуда колебательной скорости частиц может быть найдена из выражения $v_m = \frac{\Delta\Omega\Lambda}{2\pi}$, где Λ – период интерференционного поля в области измерительного объема ЛДА. Отсюда следует, что от-

* Работа выполнена при поддержке Министерства образования РФ.

носительная погрешность оценки амплитуды колебательной скорости δ_{v_m} равна сумме относительных погрешностей измерения девиации частоты сигнала $\delta_{\Delta\Omega}$ и калибровки периода интерференционной картины δ_{Λ} : $\delta_{v_m} = \delta_{\Delta\Omega} + \delta_{\Lambda}$.

Для оценки девиации частоты сигнала используются различные методы, погрешности которых достаточно хорошо изучены [4, 5]. Их анализ показывает, что относительная погрешность измерений величины $\Delta\Omega$ возрастает с уменьшением $\Delta\Omega$, а нижний предел этой погрешности определяется отношением сигнал/шум на входе измерителя. Вопросы калибровки интерференционного поля в области измерительного объема ЛДА также рассматривались ранее в [1, 5]. Однако в этих работах оценивалась лишь статическая неравномерность величины Λ в пределах измерительного объема.

При наличии акустических колебаний в среде на пути распространения лазерных пучков вид интерференционной картины может существенно измениться. Причина в том, что распространение звуковой волны влечет за собой изменение плотности среды и соответствующее изменение коэффициента преломления. При прохождении лазерного пучка в такой среде фаза пучка будет иметь значение, зависящее от соответствующей длины оптического пути и времени. Поэтому в области пересечения двух лазерных пучков будет возникать движение интерференционных полос, приводящее к методической погрешности измерений скорости частицы и амплитуды ее колебаний.

Акустооптический эффект. Рассмотрим акустооптический эффект более подробно с целью определения его влияния на погрешность измерений колебательной скорости частиц. Исследуемая модель процесса распространения лазерных пучков в неоднородной среде представлена на рис. 1. Пусть в полупространстве $Z > 0$ находится среда, в данном случае жидкость, с распространяющейся в ней плоской акустической волной. Угол θ определяет направление акустического волнового вектора K_a по отношению к оси Z , причем наиболее часто условиям измерений соответствует $\theta = 90^\circ$.

Можно предположить, что коэффициент преломления среды модулируется бегущей акустической волной и его зависимость от координат и времени имеет вид:

$$n(x, t) = n_0 - \Delta n \sin(K_a x - \Omega_a t),$$

где n_0 – значение показателя преломления для невозмущенной среды; Δn – амплитуда отклонения показателя преломления от среднего значения; $K_a = 2\pi/\Lambda_a$; Λ_a – длина акустической волны.

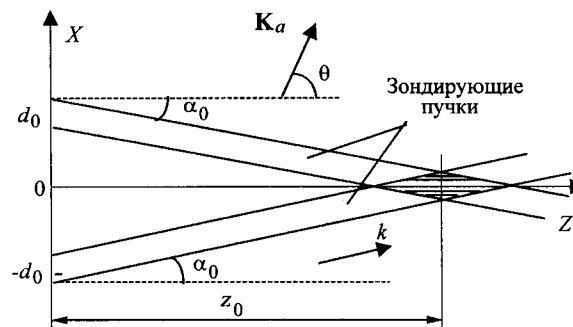


Рис. 1. Геометрическая модель процесса распространения лазерных пучков

Пусть два лазерных пучка входят в среду под углом $\pm\alpha_0$ к оси Z , $k = 2\pi/\lambda$ – модуль соответствующего волнового вектора, λ – длина оптической волны, $2d_0$ – расстояние между осями пучков при $Z = 0$, перетяжки каждого из пучков находятся в центре измерительного объема.

Вследствие того что изменение коэффициента преломления $n(x, t)$ вдоль траекторий каждого из пучков различно, в измерительном объеме возникает оптическая разность хода, приводящая к смещению интерференционных полос. Кроме того, дополнительные искажения интерференционной картины возникают из-за рефракционных и дифракционных явлений.

В зависимости от выбранного приближения для поля лазерного пучка и параметров акустической волны возможны следующие модели описания распространения пучка в среде:

- поле пучка с учетом рефракции описывается в приближении локально-плоских волн на основе метода геометрической оптики (ГО);
- распределение интенсивности в лазерном пучке описывается функцией Гаусса, учитывается дифракционная расходимость пучка и рефракционные эффекты для каждой составляющей пространственного спектра.

В приближении геометрической оптики [6] лазерный пучок аппроксимируется плоской волной, причем в этом случае можно получить аналитическое представление для фазы поля пучка ($\alpha_0 > 0$) в области измерительного объема при $Z = z_0$:

$$\varphi_1(x, z_0) = kx \sin \alpha_0 + kz_0 \cos \alpha_0 + \Delta\varphi^0(x, z_0, \Delta n),$$

где

$$\Delta\varphi^0 = kz_0 \frac{\Delta n}{n_0} \left\{ \frac{\sin(K_a x_0 - \Omega_a t)}{\cos \alpha_0} + \frac{2}{K_a d_0} (\cos(K_a x - \Omega_a t) - \cos(K_a x_0 - \Omega_a t)) \right\}. \quad (2)$$

Выражение для фазы второго пучка получается при замене α_0 на $-\alpha_0$, d_0 на $-d_0$, где $d_0 = z_0 \sin \alpha_0$, $x_0 = x - d_0$.

Разность фаз лазерных пучков в измерительном объеме равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2k \left[x \sin \alpha_0 + \frac{\Delta n}{n_0} z_0 \left\{ \frac{2(1 - \cos K_a d_0)}{K_a d_0} - \sin K_a d_0 \right\} \cos(K_a x - \Omega_a t) \right]. \quad (3)$$

В (3) первое слагаемое соответствует разности фаз при распространении оптических волн в среде без возмущения показателя преломления, а второе – описывает модуляцию разности фаз за счет колебаний показателя преломления.

При условии малых возмущений период интерференционного поля определяется выражением

$$\Lambda = \frac{\Lambda_0}{1 - \frac{\Delta n}{n_0} \frac{K_a z_0}{\sin \alpha_0} \left\{ \frac{2(1 - \cos K_a d_0)}{K_a d_0} - \sin K_a d_0 \right\} \sin(K_a x - \Omega_a t)}, \quad (4)$$

где $\Lambda_0 = \frac{\lambda}{2 \sin \alpha_0}$ – период интерференционного поля при отсутствии акустической волны. Смещение центральной полосы в этом случае равно

$$X_c = -\frac{\Delta n}{n_0} \frac{z_0}{\sin \alpha_0} \left\{ \frac{2(1 - \cos K_a d_0)}{K_a d_0} - \sin K_a d_0 \right\} \cos(\Omega_a t). \quad (5)$$

Важным практическим результатом, следующим из (4), (5), является условие

$$K_a d_0 = 2\pi n, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (6)$$

при котором амплитуда смещения полос равна нулю, что позволяет выработать рекомендации для проведения измерений с минимальной погрешностью. При отклонении параметров оптической схемы от значений, соответствующих условию (6), методическая погрешность измерений колебательной скорости, связанная с искажениями интерференционной картины, может быть определена на основе (4) и (5). На рис. 2 показано максимальное смещение интерференционных полос при $K_a d_0 = 0,4\pi$, определяемое на основе (5) для значений параметров и равное половине расстояния между интерференционными полосами в отсутствие акустической волны.

Рассмотрим случай гауссовой модели лазерного пучка, имеющего радиус w_0 в перетяжке. При выполнении условия (6) погрешность измерений, связанная с акустооптическим эффектом, возникает исключительно из-за дифракционных явлений, вызванных конечной шириной пучка.

В отличие от ситуаций, когда пучок можно рассматривать как геометрический луч, характерной особенностью обсуждаемой задачи является необходимость определения «внутренней» структуры пучка, т. е. распределений интенсивности и фазы по его сечению, так как характеристики интерференционной картины зависят от этого распределения. Пусть поле лазерно-

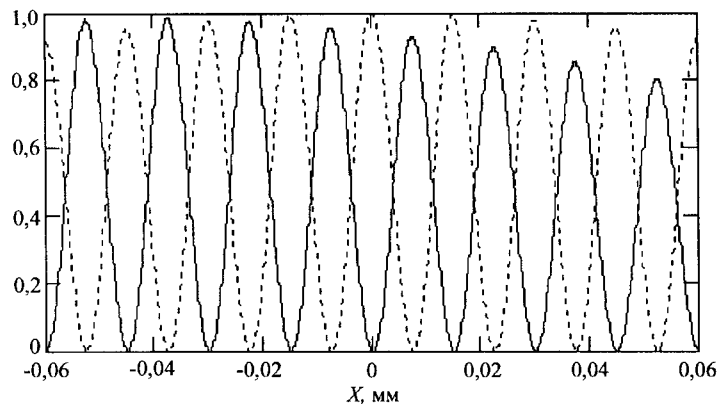


Рис. 2. Сдвиг интерференционных полос при $\Delta n/n_0 = 10^{-5}$ для случаев отсутствия (штриховые кривые) и наличия (сплошные кривые) акустического поля

го пучка с единичной амплитудой в перетяжке при $Z = z_0$ в отсутствие акустической волны описывается выражением

$$E_0(x, z_0) = e^{-\frac{x^2}{w_0^2} + ikx \sin \alpha_0},$$

где w_0 – радиус пучка в перетяжке.

Соответствующий пространственный спектр при $Z = z_0$ имеет вид

$$F(k_x, z_0) = \frac{w_0}{\sqrt{2}} e^{-\frac{w_0^2}{4}(k_x - k \sin \alpha_0)^2}, \quad (7)$$

а спектральная плотность пучка на входе в среду при $Z = 0$ определяется соотношением

$$F(k_x, 0) = F(k_x, z_0) e^{-ikz_0 \cos \frac{k_x}{k}}.$$

Здесь k_x/k – угол распространения плоской волны, соответствующей спектральной составляющей с амплитудой, определяемой (7). Используя ВКБ-решение [6] при $\Delta n/n_0 \ll 1$ для каждой парциальной плоской волны, проходящей через среду от $Z = 0$ до $Z = z_0$, и интегрируя в точке наблюдения (x, z_0) по k_x , можно получить для поля пучка выражение

$$E(x, z_0) = \frac{w_0}{2\sqrt{\pi}} e^{ikx \sin \alpha_0} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\left(\frac{k'_x w_0}{2}\right)^2} A(x, z_0, \alpha) e^{i\Delta\varphi(x, z_0, \alpha) + ik'_x x} dk'_x, \quad (8)$$

$$k'_x = k_x - k \sin \alpha_0, \quad \alpha = \alpha_0 + k'_x/k.$$

Коэффициент $A(x, z_0, \alpha)$, учитывающий изменение интенсивности для каждой парциальной волны, и возмущение фазы $\Delta\varphi(x, z_0, \alpha)$ определяются в первом приближении по малому параметру $\Delta n/n_0$:

$$A(x, z_0, \alpha) = \frac{(\sin \alpha)^{1/2}}{\left\{ \sin^2 \alpha - \frac{2\Delta n}{n} (\sin(K_a x - \Omega_a t) - \sin(K_a x_0 - \Omega_a t)) \right\}^{1/4}},$$

$$\Delta\varphi(x, z_0, \alpha) = kz_0 \frac{\Delta n}{n_0} \left\{ \frac{\sin(K_a x_0 - \Omega_a t)}{\cos \alpha} + \right.$$

$$\left. + \frac{2}{K_a z_0 \sin \alpha} [\cos(K_a x - \Omega_a t) - \cos(K_a x_0 - \Omega_a t)] \right\}.$$

При выполнении дополнительного условия $\frac{\lambda z_0}{\Lambda_a w_0} \ll 1$ показатель экспоненты в подынтегральном выражении в (8) может быть разложен по степе-

ням k_x , и при условии узости пространственного спектра представление для поля (8) преобразуется к простому виду:

$$E(x, z_0) = e^{-\frac{(x + \Delta x)^2}{w_0^2} + ikx \sin \alpha_0 + i\Delta\varphi^0},$$

где

$$\Delta x = z_0 \frac{\Delta n}{n_0} K_a z_0 \left\{ \left(\frac{\sin^2 \alpha}{K_a d_0} - 1 \right) \sin(K_a x_0 - \Omega_a t) + \left(\frac{1}{K_a d_0} - 1 \right) (\cos(K_a x_0 - \Omega_a t) - \cos(K_a x - \Omega_a t)) \right\}, \quad (9)$$

$\Delta\varphi^0$ определяется из (2). Основной вывод, который следует из анализа (9), – это наличие пространственно-временной модуляции амплитуды пучка по координате X . Таким образом, учет конечной ширины пучка и соответствующих дифракционных эффектов дает возможность принять во внимание не только фазовые, но и амплитудные искажения поля (рис. 3). Кроме того, к достоинствам изложенного метода расчета поля следует отнести тот факт, что выражение (9) справедливо для произвольного соотношения величин w_0 и Λ_a . Основное различие для двух крайних ситуаций ($\Lambda_a \ll w_0$ и $\Lambda_a \gg w_0$) состоит в том, что в первом случае будет наблюдаться модуляция амплитуды с глубиной и периодом, определяемыми величиной $\delta = \frac{\Delta n}{n_0} \frac{z_0^2}{\Lambda_a w_0}$, а во втором

случае будет иметь место качание пучка с максимальным смещением, зависящим от того же значения δ . При $\delta \ll 1$ практически можно пользоваться приближением гауссовой огибающей, и наоборот, условия применимости ее обеспечивают $\delta \ll 1$ (при расчетах полагается $\sin \alpha = 0,02$, $\lambda = 0,63$ мкм).

Таким образом, в результате анализа влияния акустооптического эффекта в среде распространения на распределение амплитуды напряженности электрического поля в измерительном объеме дифференциальной схемы

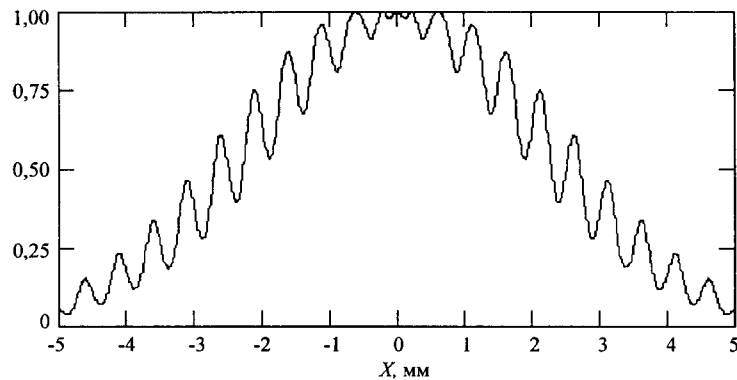


Рис. 3. Модуляция огибающей пучка при $\Delta n/n_0 = 10^{-6}$, $w_0 = 3$ мм, $\Lambda_a = 0,5$ мм, $z_0 = 20$ см

ЛДА показано, что квадрат модуля амплитуды поля можно приближенно описать выражением

$$|E(t, x)|^2 = E_0^2 \{1 + M \cos[2kx \sin \alpha_0 + m \cos(\Omega_a t - K_a x)]\} e^{-\left(\frac{x-x_0}{w_0}\right)^2},$$

где E_0^2 – квадрат модуля амплитуды поля в центре пучка; M – параметр, определяемый видностью интерференционной картины;

$$m = 2kz_0 \frac{\Delta n}{n_0} \left[\frac{2(1 - \cos K_a d_0)}{K_a d_0} - \sin K_a d_0 \right]. \quad (10)$$

Оценка методической погрешности. Если положить для определенности, что в момент времени $t = 0$ рассеивающая частица находится в точке с координатой $x_0 = 0$, то в этом случае при $t > 0$ мгновенная скорость частицы будет равна

$$v(t) = v_0 + v_m \sin(\Omega_a t - K_a x), \quad (11)$$

а ее текущая координата определяется выражением

$$x(t) = v_0 t - \frac{v_m}{\Omega_a} \cos \Omega_a t + \frac{v_m}{\Omega_a}, \quad (12)$$

где $A_m = \frac{v_m}{\Omega_a}$ – амплитуда колебаний частицы. Полагая, что скорость частицы много меньше скорости звука, полезную компоненту протектированного сигнала можно представить в виде

$$u(t) = U_0 \cos \left[\Omega_D t - \frac{2\pi v_m}{\Lambda_0 \Omega_a} \cos \Omega_a t + m \cos(\Omega_a t - K_a x) + \frac{2\pi v_m}{\Lambda_0 \Omega_a} \right] \exp \left\{ -\left(\frac{v_0 t}{w_0} \right)^2 \right\},$$

где $\Omega_D = \frac{2\pi v_0}{\Lambda_0}$ – постоянный доплеровский сдвиг частоты, вызванный направленным дрейфом частиц; Λ_0 – период интерференционного поля в области измерительного объема при отсутствии акустического воздействия. Учитывая, что $v_0 \ll v_a$, $v_m \ll v_a$, где v_a – фазовая скорость звуковой волны, можно записать окончательное выражение для сигнала $u(t)$:

$$u(t) = U_0 \cos \left[\Omega_D t - \left(\frac{2\pi v_m}{\Lambda_0 \Omega_a} - m \right) \cos \Omega_a t + \frac{2\pi v_m}{\Lambda_0 \Omega_a} \right] \exp \left\{ -\left(\frac{v_0 t}{w_0} \right)^2 \right\}. \quad (13)$$

Сравнение выражения (13) с (1) позволяет произвести оценку амплитуды колебательной скорости v_m^* по соотношению $\frac{2\pi v_m^*}{\Lambda_0 \Omega_a} = \frac{2\pi v_m}{\Lambda_0 \Omega_a} - m$. При этом от-

носительная погрешность оценки амплитуды колебательной скорости будет равна:

$$\delta_{v_m} = \frac{v_m^* - v_m^-}{v_m} = -\frac{m}{2\pi v_m} \Lambda_0 \Omega_a = \frac{\Lambda_0}{\Lambda_a} \frac{v_a}{v_m} m. \quad (14)$$

В зависимости от величины параметра m данная погрешность может существенно изменяться. Можно оценить ее величину для следующих значений параметров модели: $\Delta n/n_0 = 10^{-5}$, $\alpha_0 = 0,02$ рад, $f_a = \Omega_a/2\pi = 15$ кГц, $v_a = 1200$ м/с, $n_0 = 1,33$.

Известно [4, 7], что колебательная скорость частицы v_m связана со звуковым давлением Δp простым соотношением:

$$v_m = \frac{\Delta p}{\rho v_a}, \quad (15)$$

где ρ – плотность жидкости.

Согласно [7], абсолютное приращение показателя преломления, вызванное акустооптическим эффектом, можно записать:

$$\Delta n = \frac{1}{2} \sqrt{\mu \Delta p v_m}, \quad (16)$$

где μ – параметр, описывающий акустооптические свойства материала (для воды $\mu = 1,6 \cdot 10^{-13}$). С учетом этого выражение для относительного изменения показателя преломления представим в виде

$$\frac{\Delta n}{n_0} = \frac{1}{2n_0} \Delta p \sqrt{\frac{\mu}{\rho v_a}}.$$

Звуковое давление, требуемое для получения определенного значения относительного изменения показателя преломления, выражается как

$$\Delta p = 2n_0 \sqrt{\frac{\rho v_a}{\mu}} \frac{\Delta n}{n_0}. \quad (17)$$

Для принятого ранее значения $\Delta n/n_0 = 10^{-5}$ получается, что $\Delta p = 7,3 \times 10^4$ Па = 0,73 атм, колебательная скорость частиц равна $v_m = 6 \cdot 10^{-2}$ м/с, а амплитуда колебаний (при заданной частоте колебаний $f_a = 15$ кГц) составит $A_m = \frac{v_m}{2\pi f_a} \approx 6,5 \cdot 10^{-7}$ м $\approx 0,65$ мкм. При значении угла входа лазерных пучков

в среду $\alpha_0 = 0,02$ рад период интерференционного поля без учета акустооптического эффекта равен $\Lambda_0 = 16$ мкм.

Проведем анализ методической составляющей относительной погрешности δ_{v_m} измерений амплитуды колебательной скорости, обусловленной акустооптическим эффектом, при выбранных выше значениях параметров. Графики зависимости значений параметра m и погрешности δ_{v_m} от расстоя-

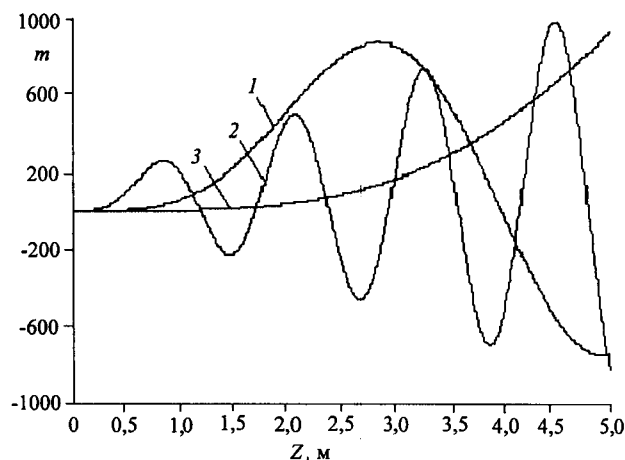


Рис. 4. Зависимость параметра m от расстояния Z для различных значений частоты f_a ($\Delta n/n_0 = 10^{-5}$): кривая 1 – $f_a = 15$ кГц, 2 – 50 кГц, 3 – 5 кГц

ния z для различных значений частоты акустических колебаний, построенные в соответствии с (10), (14), приведены на рис. 4, 5. Видно, что зависимость параметра m от расстояния Z , пройденного лазерными пучками в среде, носит характер колебаний с возрастающей амплитудой. Этот факт подтверждает сделанный ранее вывод о том, что исследуемая погрешность возникает за счет фазовых, т. е. интерференционных явлений. Из рис. 4 следует, что погрешность быстро возрастает с ростом частоты акустических колебаний и расстояния, пройденного пучками в среде.

Анализ выражений (10)–(17) показывает, что относительное значение погрешности в рамках принятых допущений не зависит от звукового давления, поскольку с ростом величины Δp пропорционально возрастают как параметр акустооптического эффекта m , так и амплитуда колебательной скорости v_m . Из рис. 5 видно, что измерение колебательной скорости частиц на частотах $f_a > 15$ кГц с погрешностью не более 1% возможно лишь на рассто-

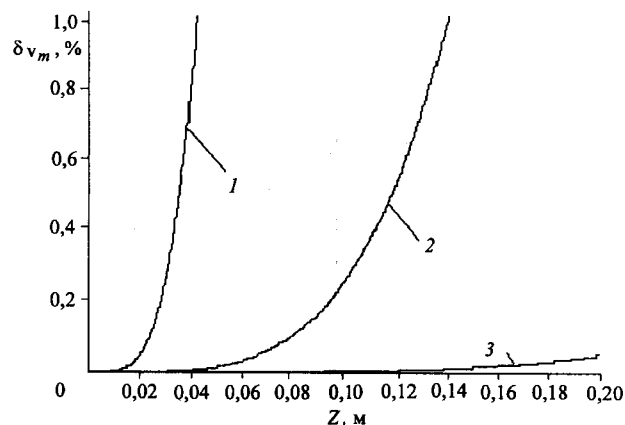


Рис. 5. Зависимость относительной методической погрешности измерений колебательной скорости от расстояния Z для различных значений частоты f_a ($\Delta n/n_0 = 10^{-5}$): кривая 1 – $f_a = 50$ кГц, 2 – 15 кГц, 3 – 5 кГц

янии не более 8 см от точки входа лазерных лучей в жидкость. Существенное уменьшение значения погрешности измерений можно получить путем пропорционального снижения частоты акустических колебаний. Так, измерение колебательной скорости с погрешностью не более 0,1 % на расстояниях 10–20 см возможно только для частот акустических колебаний меньше 6–3 кГц.

Заключение. Акустооптический эффект оказывает значительное влияние на погрешность измерений колебательной скорости частиц, находящихся в гидроакустическом поле. Он приводит к появлению методической составляющей погрешности, которая в зависимости от условий проведения измерений меняется в широких пределах. Относительное значение погрешностные и дифракционные эффекты, связанные с конечной шириной лазерного пучка. Показано, что за счет этих эффектов возникают амплитудные искажения доплеровского сигнала, связанные либо с качанием пучка (случай $w_0 \ll \Lambda_a$), либо с модуляцией распределения интенсивности пучка по сечению ($\Lambda_a \leq w_0$ или $\Lambda_a \ll w_0$).

Приведенные в работе результаты позволяют определить диапазон частот акустических колебаний и соответствующие этим частотам расстояния, при которых методические погрешности измерений колебательной скорости не превышают заданного уровня.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ринкевичюс Б. С. Лазерная диагностика потоков /Под ред. В. А. Фабриканта. М.: Изд-во МЭИ, 1990.
2. Дубнищев Ю. Н. Оптические методы диагностики потоков // Автометрия. 1998. № 6. С. 93.
3. Ринкевичюс Б. С., Сильвестров С. В., Трохан А. М. Применение ЛДА для измерений колебательной скорости // Проблемы акустических измерений. 1992. С. 41.
4. Hann D. B., Jack S. H., Greated C. A. et al. Laser Doppler measurements in complex sound fields // Laser Anemometry: Advances and Applications: Proc. 7th Intern. Conf. Karlsruhe: Univ. of Karlsruhe, 1997. P. 102.
5. Grechikhin V. A., Rinkevichius B. S. Hilbert transform for processing of laser Doppler vibrometer signals // Optics and Lasers in Eng. 1998. 30. P. 151.
6. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980.
7. Jack S. H., Hann D. B., Greated C. A. Influence of the acousto-optic effect on laser Doppler anemometry signals // Rev. Sci. Instrum. 1998. 69, N 12. P. 4074.
8. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. М.: Наука, 1979.

Московский энергетический институт
(Технический университет),
E-mail: Rinkev@deans.mpei.ac.ru

Поступила в редакцию
22 марта 2000 г.