

УДК 535.10

П. П. Белоусов, П. Я. Белоусов, Ю. Н. Дубнищев

(Новосибирск)

### ОПТИЧЕСКАЯ ДИАГНОСТИКА ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛНОВЫХ СТРУКТУР ВРАЩАЮЩИХСЯ СРЕД\*

Методами лазерной оптико-волоконной доплеровской 2D-анемометрии и теневой визуализации зарегистрирована волновая структура на поверхности вращающихся конденсированных сред. Проводится аналогия между процессом формирования азимутальных волн и оптическим эффектом Саньяка.

**Введение.** Экспериментальные исследования волновых процессов на поверхности конденсированных сред связаны с рядом фундаментальных и прикладных проблем, в частности, с моделированием влияния вращения Земли на движение волн и приливные явления в океанах, с решением некоторых задач астрономии, космогонии, гироскопии, прочности вращающихся деталей в машиностроении. Хотя теория этих процессов развита достаточно глубоко, экспериментальное моделирование и обоснование теоретических выводов вызывают значительные трудности.

Как известно [1–3], волновая структура на поверхности вращающейся среды описывается в цилиндрических координатах  $(r, \theta)$  уравнением Гельмгольца. Решение этого уравнения для смещения, коллинеарного оси вращения, в системе отсчета, связанной с поверхностью, имеет вид

$$z = I_m(kr) \cos(m\theta) \cos(\sigma t) = \frac{1}{2} I_m(kr) \{ \cos(\sigma t + m\theta) + \cos(\sigma t - m\theta) \}. \quad (1)$$

Здесь  $I_m(kr)$  – функция Бесселя. В таком представлении колебания поверхности можно рассматривать как стоячие волны, образующиеся в результате наложения двух встречных бегущих тангенциальных волн, распространяющихся с угловыми скоростями  $\pm(\sigma/m)$ . Эти скорости являются фазовыми. Их величина получается из условия

$$\sigma t \pm m\theta = \text{const}. \quad (2)$$

Для неподвижного наблюдателя (в лабораторной системе отсчета) эти бегущие волны оказываются реально различимы:

$$z = I_m(kr) \cos(\sigma t \pm m\theta), \quad (3)$$

\* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 99-02-16-702).

поскольку абсолютная угловая скорость вперед бегущей волны (по направлению вращения) будет равна  $\sigma/m + \Omega$  ( $\Omega$  – угловая скорость вращения среды), а абсолютная угловая скорость для волны, бегущей в обратном направлении, равна  $\sigma/m - \Omega$ . Для каждого  $m$  при заданной  $\Omega$  определяется большое число различных  $\sigma/m$ , как положительных, так и отрицательных, присутствующих тангенциальным волнам одной и той же угловой длины  $2\pi/m$ , но с различным числом круговых узловых линий, локализация которых удовлетворяет условию

$$I_m(kr) = 0. \quad (4)$$

Эти волны объединяются в пары, содержащие по одной прямой волне ( $\omega > 0$ ) и соответственно обратной волне ( $\omega < 0$ ). Разность угловых скоростей волн внутри пары тем больше, чем больше  $\Omega$ . Корни уравнения

$$\sigma t \pm m\theta = 0 \quad (5)$$

определяют положение узловых радиусов, соответствующих тангенциальным волнам. Краевая задача здесь не имеет простого решения. Волновая структура может содержать симметричные и антисимметричные моды колебаний. Вращение вызывает расщепление мод, и решение состоит из сложной системы волн типа Кельвина и Пуанкаре, распространяющихся по направлению или против направления вращения.

Экспериментальное исследование таких волновых структур затруднено из-за высоких требований к метрологическому обеспечению, заключающемуся в невозможном характере измерений и необходимости высокой чувствительности при определении в первую очередь коллинеарной к оси вращения компоненты вектора локальной скорости. Решение данной проблемы связано с развитием оптических измерительных технологий [4, 5], применение которых для регистрации поверхностных волн составляет содержание настоящей работы.

**1. Описание эксперимента и обсуждение результатов.** 1.1. *Исследование волновой структуры поверхности вращающейся жидкости.* Возможность экспериментальных исследований в лабораторных условиях появилась с разработкой оптико-волоконного лазерного доплеровского измерителя 2D-вектора скорости в ортогональном координатном базисе, сформированном в двухпучковой дифференциальной конфигурации [6, 7]. Создание прибора позволило выполнить экспериментальные исследования структуры волн, возбуждаемых на поверхности вращающейся конденсированной среды (жидкости или твердого тела). Схема экспериментальной установки показана на рис. 1.

Одновременно измерялись коллинеарная оси вращения ( $v_z$ ) и тангенциальная ( $v_x$ ) компоненты вектора скорости. Чувствительность измерителя для осевой компоненты  $\gamma_z = \frac{f_{Dz}}{v_z} = 3 \text{ МГц} \cdot \text{м/с}$ , для тангенциальной –  $\gamma_x =$

$$= \frac{f_{Dx}}{v_x} = 0,108 \text{ МГц} \cdot \text{м/с} \text{ (здесь } f_{Dz} \text{ и } f_{Dx} \text{ – доплеровские сдвиги частот в } z \text{ и } x$$

измерительных каналах). Таким образом, чувствительность измерения осевой компоненты увеличена приблизительно в 30 раз по сравнению с чувствительностью при измерении тангенциальной составляющей. Высокое разре-

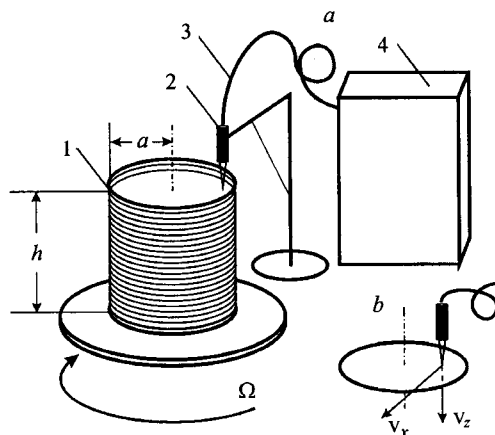


Рис. 1. Схема экспериментальной установки для измерения тангенциальной ( $v_x$ ) и осевой ( $v_z$ ) компонент вектора скорости на поверхности жидкости при вращении цилиндрического сосуда с водой (а) и ориентация в пространстве измеряемых компонент вектора скорости (б): 1 – цилиндрический сосуд с водой; 2 – оптико-волоконный зонд; 3 – оптическое волокно; 4 – 2D-векторный ЛДА

шение прибора позволило выявить динамическую волновую структуру на поверхности вращающейся жидкости.

На рис. 2, а показан пример аналоговых сигналов, отражающих изменение во времени  $v_x$  - и  $v_z$ -компонент вектора локальной скорости поверхностных волн в лабораторной системе координат. Аналоговый сигнал, соответствующий  $v_z$ -составляющей, представлен на рис. 2, б. Вверху приведен сигнал синхронизации с вращением сосуда. Эти сигналы не менялись при смещении зондирующего поля вдоль радиуса, что свидетельствует о наличии радиальных узловых линий в волновой структуре. На рис. 2, с представлен сигнал, соответствующий  $v_z$ -компоненте, в ситуации, когда угловая скорость встречной тангенциальной волны близка по величине скорости вращения сосуда.

В проведенных экспериментах наблюдались тангенциальные, стоячие во вращающейся системе координат волны с индексом от 2 до 8 в зависимости

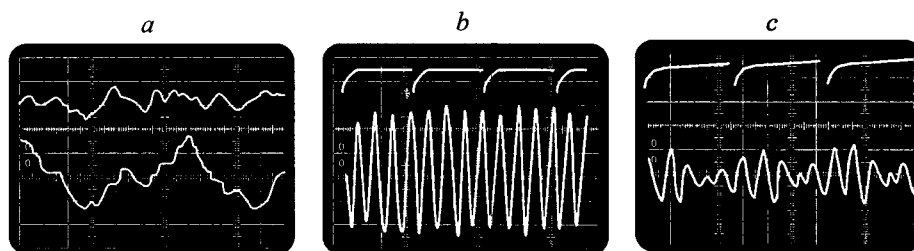
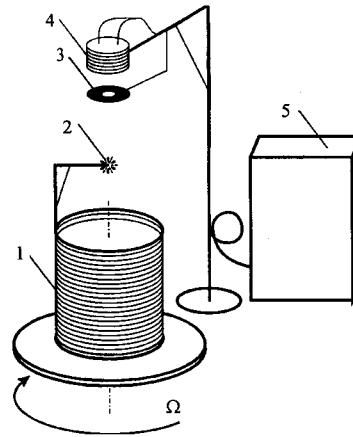


Рис. 2. Аналоговые сигналы, соответствующие тангенциальной ( $v_x$ ) и коллинеарной оси вращения ( $v_z$ ) компонентам вектора скорости поверхностных волн: а –  $v_x$  (вверху) и  $v_z$  (внизу) (масштаб по вертикали  $v_x - 15,5$  мм/с на клетку,  $v_z - 0,56$  мм/с на клетку, по горизонтали – 0,1 с на клетку); б –  $v_z$ -компонента скорости. Вверху – сигнал синхронизации с вращением цилиндрического сосуда (протяженность меток соответствует периоду вращения  $T = 1,33$  с). Масштаб по вертикали 0,56 мм/с; с –  $v_z$ -компонента скорости. Угловая скорость встречной тангенциальной волны близка по величине к скорости вращения среды

Рис. 3. Схема экспериментальной установки для измерения частоты тангенциальных волн: 1 – цилиндрический сосуд с водой; 2 – неподвижный во вращающейся системе отсчета источник света; 3 – полевая диафрагма; 4 – фотоприемник; 5 – осциллограф



от ширины сосуда  $a$ , толщины слоя жидкости  $h$  и частоты вращения  $\Omega$ , в частности, для достаточно больших глубин ( $h \approx 0,08$  м) при радиусе  $a = 0,04$  м и периоде вращения  $T = 1,221$  с в сосуде, наполненном водопроводной водой, наблюдались стоячие волны с индексом  $m = 5$  (пятилепестковая структура) и регистрировались пять периодов колебаний  $z$ -компоненты скорости за один полный оборот сосуда.

Для непосредственного измерения частоты стоячей тангенциальной волны использовался метод, реализация которого схематически показана на рис. 3.

Как известно, поверхность жидкости приобретает форму параболоида вращения. При отражении от поверхности световая волна испытывает воздействие сферического вогнутого зеркала, формирующего изображение точечного светового источника в плоскости диафрагмы. Мощность светового потока, попадающего на фотоприемник, зависит от конфигурации отражающей поверхности. При возникновении стоячей тангенциальной волны сферическая поверхность зеркала периодически с частотой волны искажается. При этом изображение размывается и мощность светового потока, попадающего на фотоприемник, периодически уменьшается на некоторую величину. Отсюда следует, что частота фотоэлектрического сигнала определяется частотой стоячей тангенциальной волны. Вид сигнала с выхода фотоприемника приведен на рис. 4.

Частота сигнала может быть измерена одним из стандартных способов. В данном случае она равна утроенному значению частоты аналогового сигнала при измерении скорости поверхности жидкости в  $z$ -направлении. Таким образом, измеренное значение  $v_e = 3m/T = 15/1,221 = 12,285$  Гц. Отсюда угловая скорость тангенциальных волн  $\omega_e$  может быть определена как  $\omega_e = \frac{4\pi}{m} v_e \approx 30,876$  рад/с.

Теоретическая оценка этой частоты следует из выражения [1]

$$\sigma^2 = 4\omega^2 + ghk^2 \quad (6)$$

с учетом краевых условий

$$kaI_m(ka) + \frac{2\Omega m}{\sigma} I_m(ka) = 0,$$

Рис. 4. Сигнал с выхода фотоприемника. Частота нижнего сигнала 12 Гц

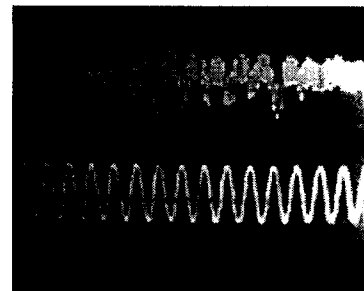




Рис. 5. Визуализированный при косом освещении динамический рельеф поверхностных волн (пятилучевая структура) (а). Амплитуда волны  $\sim 0,3$  мм. Качественное представление пятилучевой структуры динамического профиля поверхностных волн (без соблюдения масштаба) (b)

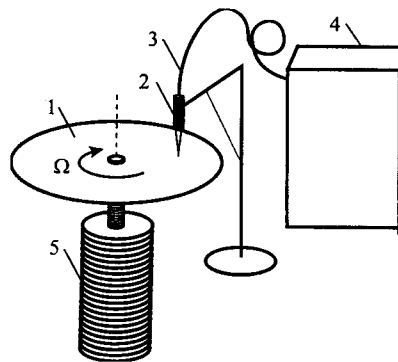
где  $a$  – радиус сосуда;  $g$  – ускорение свободного падения в поле силы тяжести;  $h$  – толщина слоя покоящейся жидкости;  $\Omega$  – угловая частота вращения сосуда.

При  $m = 5$ ,  $a = 0,04$  м,  $\frac{2\pi}{\omega} = 1,221$  с,  $h = 0,08$  м и  $ka = 6,55$  получаем  $\omega = \frac{\sigma}{m} = 29,086$  Гц. Таким образом, измеренное значение  $\omega_e$  находится в хорошем согласии с вычисленной теоретически  $\omega$ , причем  $\frac{\omega_e - \omega}{\omega_e} 100\% = 5,8\%$ .

На рис. 5, а показан визуализированный при косом освещении динамический рельеф поверхностных волн. Визуализация представляет серьезные проблемы. Применение классических методов (например, модификация в отраженном свете гильберт-преобразования [8]) вызывает значительные трудности из-за параболической формы среднего уровня поверхности, которую принимает жидкость при вращении. Визуализация с использованием косого освещения и соответствующей пространственной фильтрации позволяет выявить динамическую структуру поверхности, но при этом имеют место проекционные искажения. На рис. 5, а хорошо видны пятилучевая радиальная ( $m = 5$ ) и концентрическая структуры узловых линий, отражающих антисимметричную моду колебаний [7]. На рис. 5, б дано качественное представление пятилучевой структуры динамического профиля. Приведенные примеры поверхностных волн вращающейся жидкости соответствуют теоретическим моделям и подтверждают адекватность разработанных оптических методов этому классу гидродинамических задач.

1.2. *Исследование волновой поверхностной структуры вращающихся круглых пластин.* Исследование волновой структуры поверхности вращающихся круглых пластин со свободными краями выполнялось с помощью оптико-волоконного лазерного 2D-измерителя скорости. Функциональная схема экспериментальной установки, аналогичной показанной на рис. 1, представлена на рис. 6. В качестве объектов исследования использовались тонкие диски, изготовленные из различных материалов (алюминий, бронза, лавсан, картон). Скорость вращения менялась в пределах  $0 \div 5000$  об./мин. На рис. 7 приведены аналоговые сигналы, пропорциональные  $z$ -компоненте скорости, коллинеарной оси вращения. Рис. 7, а соответствует случаю, когда угловая

Рис. 6. Схема измерения тангенциальной изгибной волны 2D-векторным световолоконным ЛДА: 1 – тонкая пластина; 2 – оптоволоконный зонд; 3 – оптоволоконный кабель; 4 – измерительный блок; 5 – электрический двигатель



скорость встречной тангенциальной волны значительно отличается от угловой скорости вращения диска. Рис. 7, *b* иллюстрирует случай, когда угловая скорость тангенциальной волны почти совпадает с угловой скоростью вращения диска. При некоторых угловых скоростях частота аналогового сигнала уменьшается практически до нуля. Эта ситуация соответствует стационарной, в лабораторной системе отсчета, тангенциальной структуре волн, как и в случае вращающейся жидкости.

Примеры стационарных структур поверхностных волн, полученных методом теневой визуализации при косом освещении, приведены на рис. 8. Эти стационарные волновые структуры возникали, когда угловая скорость тангенциальной волны, бегущей в направлении, обратном вращению диска, оказывалась равной угловой скорости этого вращения.

В ситуации равенства угловой скорости вращения пластинки и угловой скорости обратной волны (резонанс угловых скоростей) амплитуда  $z$ -компоненты скорости прямой волны меньше порога регистрации. При изменении скорости вращения относительно резонансного значения появлялся сигнал, соответствующий  $z$ -компоненте скорости встречной волны, причем частота сигнала пропорциональна приращению угловой скорости вращения. Этот процесс, как и в экспериментах с жидкой средой, при визуализации отображался соответствующим угловым движением волновых структур относительно стационарного положения (см. рис. 8) со скоростью, пропорциональной приращению угловой скорости вращения относительно резонансного значения. Наблюдаемые явления могут служить иллюстрацией механического аналога оптического эффекта Саньяка [9], состоящего в том, что разность частот встречных световых волн, распространяющихся в кольцевом лазерном резонаторе, является однозначной функцией угловой скорости его вращения.

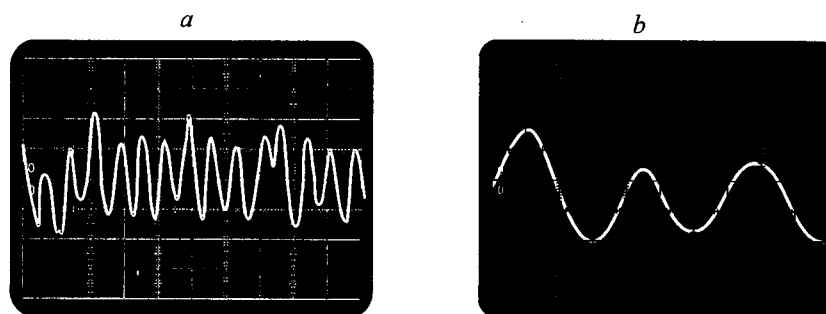


Рис. 7. Аналоговые сигналы  $z$ -компоненты вектора скорости от поверхности вращающегося диска. Частота вращения диска  $\approx 5000$  об./мин. Масштаб по вертикали 0,56 мм/с на клетку, по горизонтали – 0,1 с на клетку

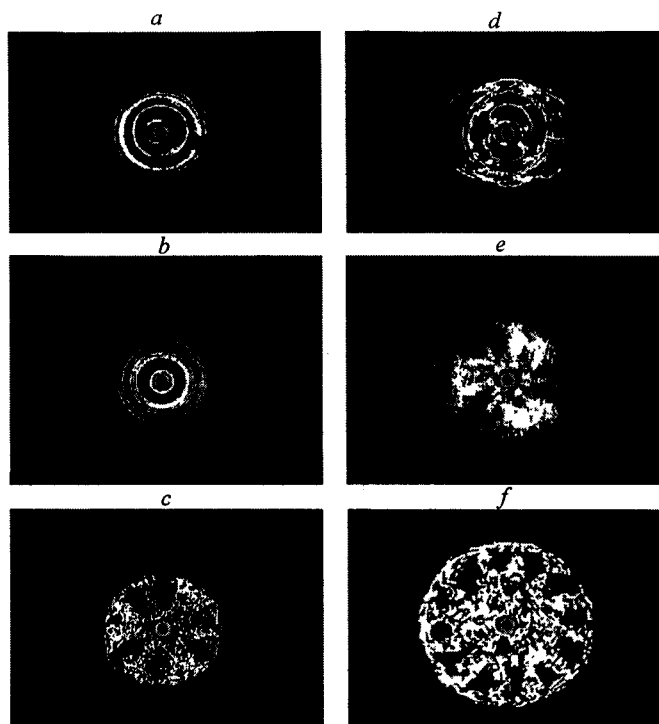


Рис. 8. Теневые картины с различным числом узловых окружностей и радиусов:  $a$  –  $\varnothing$  140 мм,  $\Omega \approx 700$  об./мин;  $b$  –  $\varnothing$  120 мм,  $\Omega \approx 600$  об./мин;  $c$  –  $\varnothing$  140 мм,  $\Omega \approx 3000$  об./мин;  $d$  –  $\varnothing$  150 мм,  $\Omega \approx 1900$  об./мин;  $e$  –  $\varnothing$  150 мм,  $\Omega \approx 2900$  об./мин;  $f$  –  $\varnothing$  200 мм,  $\Omega \approx 3000$  об./мин

Действительно, поверхность неподвижной конденсированной среды (жидкости или твердые тела) можно считать суперпозицией бесчисленного множества стоячих волн, каждая из которых есть результат наложения двух встречно направленных бегущих волн. Если среда приводится во вращение, то в лабораторной системе отсчета происходит расщепление этих бегущих волн по угловым скоростям. При этом энергия каждой из волн равна  $E_0$ . При вращении происходит параметрическая накачка встречной волны:  $\tilde{E}_{\text{встр}}(\Omega) = E_0 + L\Omega$ ,  $\tilde{E}_{\text{пр}}(\Omega) = E_0 - L\Omega$ , где  $L$  – момент количества движения волн;  $\Omega$  – вектор угловой скорости вращения. В результате встречная волна усиливается, прямая – ослабляется. В случае равенства угловых скоростей вращения и встречной волны (резонанс угловых скоростей) в лабораторной системе отсчета наблюдается стационарная волновая структура, соответствующая встречной тангенциальной волне. При изменении скорости вращения частота тангенциальной встречной волны изменяется как линейная функция приращения частоты вращения относительно резонансного значения угловой скорости. Это свойство в механических системах может применяться для измерения угловой скорости вращения и соответственно угла поворота. Кроме того, измерение резонансных значений частот тангенциальных волновых структур можно использовать для определения свойств параметров вращающейся конденсированной среды (вязкости, жесткости и др.), поскольку эти частоты и указанные параметры среды находятся в функциональной связи, аналитическое выражение которой определяется соответствующими физи-

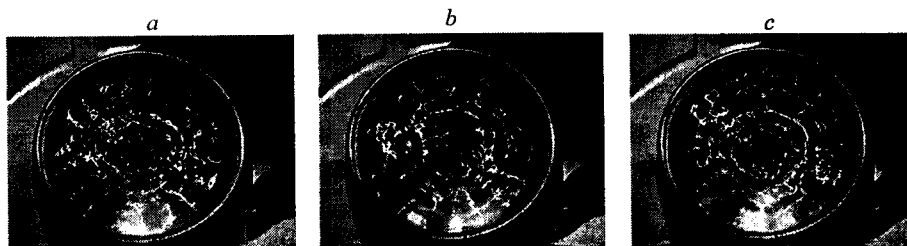


Рис. 9. Волновая структура поверхности жидкости, возникающая в цилиндрической симметричной системе под влиянием вибрации, коллинеарной оси

ческими моделями. Такие же диагностические возможности появляются в случае регистрации поверхностных волновых структур, возникающих в среде при параметрической накачке за счет энергии вибраций при определенных частотах. В качестве примера на рис. 9 показаны поверхностные волновые структуры, образующиеся на воде в цилиндрически симметричной системе при различных частотах вибраций в направлении, коллинеарном оси вращения. На рис. 9, *a–c* приведены примеры стоячих тангенциальных и радиальных волн с различным числом узловых радиусов и узловых окружностей. Как видно из рис. 8 и 9, сходные волновые структуры, содержащие тангенциальные и радиальные узловые линии, возникают в геометрически подобных средах при параметрической накачке, имеющей различную физическую природу.

**Заключение.** Методами высокоразрешающей лазерной оптико-волоконной анемометрии и теневой визуализации исследована волновая структура поверхности вращающейся конденсированной среды жидкости и твердых пластин в цилиндрически симметричной системе. Выявлен эффект параметрической накачки тангенциальной волновой структуры, соответствующей встречной бегущей волне. Результаты иллюстрируют в механике оптический эффект Саньяка.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сретенский Л. Н. Динамическая теория приливов. М.: Наука, 1987.
2. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле. М.: Физматгиз, 1959.
3. Бабаков И. М. Теория колебаний. М.: Гос. изд-во техн.-теор. лит., 1958.
4. Дубнищев Ю. Н., Ринкевичюс Б. С. Методы лазерной доплеровской анемометрии. М.: Наука, 1982.
5. Ринкевичюс Б. С. Лазерная диагностика потоков. М.: МЭИ, 1990.
6. Белоусов П. П., Белоусов П. Я., Дубнищев Ю. Н. Оптико-волоконный лазерный доплеровский измеритель  $2D$ -вектора скорости // Автотметрия. 1998. № 2. С. 8.
7. Белоусов П. П., Белоусов П. Я., Дубнищев Ю. Н. Регистрация динамической волновой структуры на поверхности вращающейся жидкости // Письма в ЖТФ. 1999. 25, № 4. С. 85.
8. Арбузов В. А., Дубнищев Ю. Н., Лебедев А. В. и др. Наблюдение крупномасштабных гидродинамических структур в вихревой трубке Ранка // Письма в ЖТФ. 1997. 23, № 23. С. 84.
9. Померанцев Н. М., Скроцкий Г. В. Физические основы квантовой гироскопии // УФН. 1970. 100, № 3. С. 362.