

УДК 681 : 518

В. Г. Щетинин

(Пенза)

РАСПОЗНАВАНИЕ ОБРАЗОВ  
НА МНОГОСЛОЙНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЯХ

Исследуется возможность снижения избыточности в многослойных нейронных сетях прямого распространения. Предложена процедура самоорганизации нейронных сетей оптимальной сложности. Приводятся экспериментальные результаты по распознаванию медицинских образов.

**Введение.** В соответствии с коннекционистской парадигмой в нейронных сетях (НС) прямого распространения, включающих сенсорный, скрытый и выходной слои, межнейронные (синаптические) связи должны быть случайными и избыточными [1–3]. Предполагается, что выход каждого нейрона в первом слое соединен со всеми входами каждого нейрона во втором слое. Благодаря этой парадигме, НС, обученные на выборке классифицированных примеров, способны эффективно решать задачи распознавания образов. Однако такое разнообразие связей существенно увеличивает вычислительные затраты на обучение НС. Кроме того, вследствие наличия большого количества межнейронных связей чрезвычайно трудно интерпретировать правила, по которым обученная НС вырабатывает решения. Уменьшая избыточность НС без существенного снижения ее точности, можно заметно упростить интерпретацию решающих правил, реализуемых обученной НС.

**Обзор методов.** Снизить избыточность НС позволяют известные принципы самоорганизации, в рамках которой необходимо создать условия для генерации структурных изменений и селекции лучших из них по некоторому критерию эффективности [3–6]. При этом число состояний НС должно быть адекватным числу распознаваемых состояний в соответствии с фундаментальным принципом Эшби (принципом необходимого разнообразия). Сложность синтезированной НС будет оптимальной, если необходимое разнообразие обеспечивается при минимальном количестве составляющих ее элементов.

Снижение избыточности достигается при помощи методов случайного поиска, в процессе которого шаг за шагом создаются структуры НС с меньшим числом ошибок распознавания. Поиск искомой структуры осуществляется в рамках одного ассоциативного слоя, состоящего из заданного числа нейронов. Процедура поиска завершается при достижении установленного числа неудачных попыток, направленных на снижение числа ошибок [4].

Вносимые извне ограничения приводят к тому, что искомая структура НС оказывается условно оптимальной.

В методе эвристической самоорганизации происходят эволюционные изменения в структуре НС. Сложность НС поэтапно увеличивается в каждом новом слое до тех пор, пока снижается число ошибок распознавания. В каждом слое генерируется множество частных структур НС и выбирается заданное число лучших из них. Благодаря использованию в известных критериях селекции принципа внешнего дополнения Бира, функция потерь (число ошибок распознавания) имеет минимум, который указывает на искомую структуру НС [5, 6]. Однако результаты эвристической самоорганизации зависят от субъективного выбора структуры критериев селекции [7].

В изложенных выше подходах дополнительные трудности возникают в случае, если пользователя интересует не только решение, предложенное обученной НС, но и интерпретация содержащихся в ней решающих правил (знаний) в простой и понятной форме. Одной из таких форм представления знаний могут быть, например, логические (символьные) правила типа *if-then*.

В пионерской работе Маккалока и Питтса [3] обученные НС описаны на языке автоматной логики, существенно упрощающей их реализацию и интерпретацию. Однако, несмотря на свою актуальность, задача обучения НС, изначально представленной системой автоматов, была исследована недостаточно детально и не нашла надлежащего решения. Ниже анализируется возможность многослойной самоорганизации НС оптимальной сложности на основе предложенного автором подхода [8, 9].

**Постановка задачи.** Свойства НС, имеющей  $m$  входов (сенсорных элементов)  $x_1, \dots, x_m$  и один выход  $y$ , описываются при помощи функции  $y = f(x)$ , где  $x = (x_1, \dots, x_m)$  –  $m$ -мерный вектор. Самоорганизация НС осуществляется на обучающей выборке, составленной из небольшого числа  $n$  независимых примеров, отнесенных к одному из двух классов по указаниям «учителя»  $y_i^0 \in \{0, 1\}$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Эффективность синтезируемых НС оценивается числом ошибок классификации обучающей выборки.

В рамках метода эвристической самоорганизации [5, 6] искомая НС представляется состоящей из сенсорного и нескольких ассоциативных слоев. Синтез ассоциативных слоев осуществляется с помощью опорной функции  $g(u_1, \dots, u_p)$  от аргументов  $u_1, \dots, u_p$  (обычно  $p = 2$ ). Опорная функция  $g(u_1, u_2)$  может принадлежать произвольному классу функций. С помощью заданной опорной функции в каждом слое  $r$  генерируются разнообразные варианты частных НС  $f_i^{(r)}$ .

Одним из возможных вариантов алгоритма самоорганизации является случай, когда в текущем слое  $r$  один из входов формального нейрона  $g(u_1, u_2)$  всегда соединен с выходом нейрона  $f_j^{(r-1)}$  предыдущего слоя, а другой – с сенсорным элементом  $x_k$ :

$$f_i^{(r)} = g(f_j^{(r-1)}, x_k), \quad r = 1, 2, \dots, i = 1, \dots, L_r, \quad j = 1, \dots, F, \quad k = 1, \dots, m, \quad (1)$$

где  $L_r$  – число нейронов, генерируемых в  $r$ -м слое;  $F$  – свобода выбора или число частных НС в  $(r-1)$ -м слое, лучших по величине некоторого критерия эффективности.

В первом слое генерируется  $L_1 = C_m^2$  нейронов, где  $C_m^2$  – число сочетаний по 2 из  $m$  входных сенсоров. При этом  $y_j^{(0)} = x_j$ ,  $j = 1, \dots, m$ . Далее при  $r = 2, 3, \dots$  каждый раз генерируется  $mF$  нейронов. Обычно величина  $F \approx 0,4L_1$ .

Отбор  $F$  лучших нейронов текущего слоя осуществляется с помощью критерия  $CR$ , реализация которого предполагает разбиение обучающей выборки  $\mathbf{W} = \{x^{(1)}, \dots, x^{(n)}\}$  на несколько непересекающихся подмножеств  $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \dots$  равной мощности. Таких подмножеств должно быть, как минимум, два:  $\mathbf{W} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$ . Это связано с тем, что в рамках известного метода самоорганизации реализуется эвристика, в соответствии с которой функция  $f^*$  искомой НС не зависит от того, на каком из подмножеств ( $\mathbf{A}$  или  $\mathbf{B}$ ) она синтезирована.

Для оценки эффективности частной НС, синтезированной независимо на подмножествах  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{B}$ , могут быть использованы элементы всей обучающей выборки  $\mathbf{W}$ . Эта эвристика выражается с помощью критериев несмещенностии  $b_u$  и регулярности  $\Delta$ :

$$b_u = |Y(\mathbf{W}/\mathbf{A}) - Y(\mathbf{W}/\mathbf{B})|, \quad (2)$$

$$\Delta = |Y(\mathbf{W}/\mathbf{A}) - Y^0| + |Y(\mathbf{W}/\mathbf{B}) - Y^0|, \quad (3)$$

где  $Y(\mathbf{W}/\mathbf{I}) = (f(x^{(1)}), \dots, f(x^{(n)}))^T$  –  $n$ -мерный вектор значений частной НС  $f$ , синтезированной на подмножестве  $\mathbf{I} = \mathbf{A}, \mathbf{B}$ ;  $Y^0 = (y_1^0, \dots, y_n^0)^T$  – заданный  $n$ -мерный вектор классификации (указания «учителя»).

Заметим, что эффективность НС, синтезированных на примерах подмножеств  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{B}$ , оценивается на всех обучающих примерах, включая те, которые по отношению к первым можно считать внешними. Таким образом, если НС синтезирована на подмножестве  $\mathbf{A}$ , то примеры подмножества  $\mathbf{B}$ , используемого для оценки ее эффективности, будут внешними. В связи с этим введем следующее

**Определение.** Критерии называются внешними, если для оценки эффективности частных НС, синтезированных на подмножествах  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{B}$ , используются соответственно точки подмножеств  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{A}$ .

Структура критериев (2) и (3) удовлетворяет этому определению. Использование подобных критериев позволяет реализовать известный принцип внешнего дополнения, предложенный Биром для исключения противоречий, обусловленных теоремой Геделя о неполноте аксиоматических систем.

Значения критериев несмещенностии и регулярности содержат неопределенную составляющую, обусловленную ошибками сенсорных элементов, влиянием неконтролируемых переменных и т. д. Поэтому для повышения помехоустойчивости выбора искомой НС вычисляется свертка критериев (2) и (3):  $CR = \alpha b_u + \beta \Delta$ , где  $\alpha, \beta$  – задаваемые извне коэффициенты.

При наращивании числа  $r$  слоев увеличивается сложность НС  $f_i^{(r)}$  и величина критерия  $CR_i^{(r)}$ ,  $i = 1, 2, \dots$ , проходит через точку минимума, указывающую на искомую НС. Процесс самоорганизации продолжается до тех пор, пока снижается число ошибок:  $CR_{\min}^{(r-1)} < CR_{\min}^{(r)}$ , где  $CR_{\min}^{(r)}$  – минимальное значение критерия в  $r$ -м слое.

Однако из-за влияния неопределенной составляющей, присутствующей в  $CR_i^{(r)}$ , точка минимума  $CR_{\min}^{(r)}$  может оказаться локальной. Поэтому для устранения возможного смещения структуры искомой НС используется следующее правило останова:

$$CR_{\min}^{(r+1)} > CR_{\min}^{(r)} + \delta, \quad (4)$$

где  $\delta > 0$  – задаваемая извне величина.

В слое  $r^*$ , в котором это условие выполняется, процедура самоорганизации завершается, и в качестве искомой выбирается НС  $f^*$ , для которой величина критерия  $CR_i^{(r^*)}$  будет минимальной.

Заметим, что синтезированная таким образом НС имеет минимальную сложность, поскольку она состоит из минимального числа слоев, нейронов и сенсорных элементов. Однако результаты самоорганизации остаются зависимыми от задаваемых извне параметров и, в частности, определяются выбором: 1) вариантов разбиения обучающей выборки на подмножества  $A, B$ ; 2) свободы  $F$  выбора решений; 3) коэффициентов свертки критериев регулярности и несмещенностии; 4) правила останова.

Ниже обсуждаются критерии самоорганизации, в которых устраняется влияние этих факторов.

**Основные результаты.** Для самоорганизации НС оптимальной сложности предложены внешние критерии, свободные от указанных недостатков [8, 9]. Их реализация сводится к определению числа ошибок  $\mu$ , допущенных на обучающей выборке различными вариантами НС.

**Утверждение 1.** Пусть известны числа  $\mu_i$ ,  $\mu_j$  и  $\mu_k$  ошибок распознавания, допущенных частными НС  $f_i^{(r)}$ ,  $f_j^{(r-1)}$  и сенсорным элементом  $x_k$ . При этом  $f_k^{(0)} = x_k$ ,  $k = 1, \dots, m$ . Тогда для селекции лучших НС  $r$ -го слоя достаточно проверить условие

$$\mu_i < \min(\mu_j, \mu_k). \quad (5)$$

Это условие выполняется в том случае, если структурные изменения, вносимые в  $r$ -м слое функцией  $g(f_j^{(r-1)}, x_k)$ , будут новыми, еще не существующими в НС  $f_i^{(r)}$ . По определению такие изменения образуют внешнее дополнение к НС  $f_j^{(r-1)}$ . В самом деле, если структурные изменения в НС  $f_i^{(r)}$  не были бы новыми (т. е. эти изменения были внесены ранее), число ошибок  $\mu$ , не удалось бы уменьшить. Из этого следует, что для селекции лучших НС, синтезированных в  $r$ -м слое, достаточно применить правило (5).

Синтезированная НС  $f_i^{(r)}$  удаляется из промежуточного слоя  $r$ , если это условие не выполняется. Удаление производится на том основании, что дальнейшее усложнение НС  $f_i^{(r)}$  путем включения в ее состав каких-либо новых сенсорных элементов не влечет за собой снижение числа ее ошибок. Иначе говоря, как бы мы не усложняли такую НС в последующих слоях, нам не удастся снизить число ее ошибок. Из этого следует, что все усилия, направленные на улучшение таких НС с помощью любого другого алгоритма обучения, например алгоритма с обратным распространением ошибки, не приведут к желаемому результату.

Использование предложенного критерия селекции позволяет модифицировать правило (1) образования частных НС и исключать влияние задаваемого параметра  $F$ . Вместо выбора  $F$  лучших нейронов в каждом слое, выбирается  $L_r$  нейронов, удовлетворяющих данному критерию селекции.

При увеличении числа слоев число  $\mu$ , ошибок будет снижаться до тех пор, пока все комбинации, обладающие свойством внешнего дополнения, не будут исчерпаны. Поэтому аналогично условию (4) можно сформулировать следующие правила останова.

**Утверждение 2.** Пусть  $L_r$  – количество всех нейронов  $r$ -го слоя, для которых выполняется условие (5). Пусть известно также число  $\mu_i^{(r)}$  ошибок каждого из этих нейронов. Тогда процедуру самоорганизации следует остановить в  $r^*$ -м слое, если выполняется одно из двух условий:  $\mu_i^{(r^*)} = 0, L_{r^*+1} = 0$ .

Процедура самоорганизации завершается, если первое условие выполняется хотя бы для одной из частных НС  $f_i^{(r^*)}$ . Очевидно, что если выполняется второе условие, при котором  $L_{r^*+1} = 0$ , тогда величина  $\mu_i^{(r^*)} > 0$ . В этом случае необходимо расширить состав сенсорных элементов  $x_1, \dots, x_m$  или модифицировать обучающую выборку.

При выполнении первого условия может оказаться, что число  $L_r > 0$ . В этом случае из нескольких НС  $f_i^{(r)}$ , имеющих одинаковую эффективность (одинаковое число ошибок), образуется коллектив нейронов. Число  $L_r$  нейронов в этом коллективе пропорционально сложности решаемой задачи распознавания. Так, например, в случае линейной разделимости классов требуется меньшее число нейронов, чем в случае нелинейной классификации.

При  $L_r > 0$  появляется возможность оценки согласованности коллективного решения, поэтому введем коэффициент  $\chi = l_1/L_r$ , где  $l_1$  – число НС, проголосовавших за принятое решение.

Очевидно, что чем ближе величина  $\chi$  к 1, тем большая степень согласованности и выше достоверность предлагаемого решения. Величина  $\chi$  будет максимальной в области тех значений вектора  $x$ , которые были представлены обучающей выборкой. За границами этой области величина коэффициента  $\chi$  снижается. Если его значение станет меньше некоторой заданной величины  $\chi_0 > 0,5$ , решение может оказаться недостоверным. Обычно величина  $\chi_0$  задается не менее 0,8. Анализируя, таким образом, соотношения между значениями  $\chi$  и  $\chi_0$ , можно оценивать качество обучения НС и принимать меры по его улучшению.

Выше отмечалась актуальность представления обученных НС в простой и доступной для понимания форме. Одной из таких форм является обучаемая матрица Штейнбуха, которой мы предлагаем воспользоваться для представления НС, синтезированной в классе логических функций.

В виде такой матрицы на рис. 1 представлена обученная НС, для синтеза которой использовались опорные функции  $g(u_1, u_2)$ , принадлежащие классу логических функций двух переменных. Вертикальные магистрали образованы сенсорами  $z_1, \dots, z_8$ , горизонтальные – выходами нейронов, реализующих логические функции  $g(u_1, u_2)$ . Кружочками на пересечениях вертикальных и горизонтальных магистралей обозначены соединения одного из сенсоров с входами  $u_1, u_2$  формального нейрона (темные кружочки – соединения сенсоров с входом  $u_1$ ). Горизонтальные магистрали активизируются при

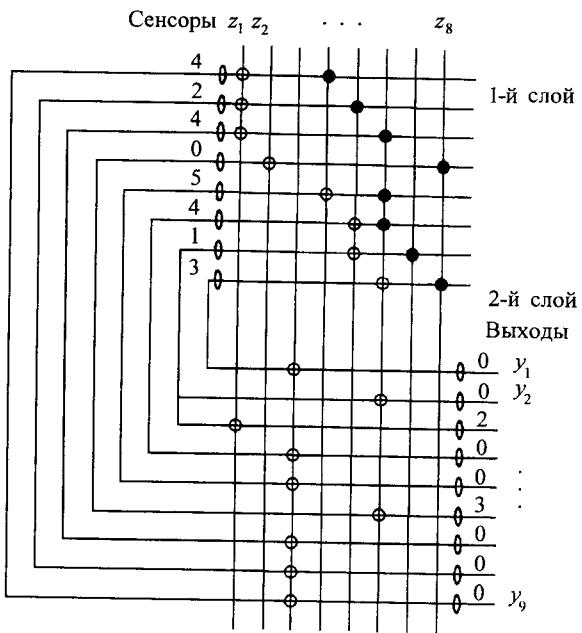


Рис. 1. Структура двухслойной булевой НС, имеющей восемь входов (вертикальных магистралей) и девять выходов (горизонтальных магистралей). Эллипсами обозначены нейроны

определенных состояниях вертикальных магистралей (сенсорных элементов).

Выходы нейронов первого слоя пересекаются ниже с вертикальными магистралью, образуя следующий слой. Начиная со второго слоя, допускается одно соединение вертикальной магистрали и входа  $u_2$  нейрона, вход  $u_1$  которого соединен с выходом нейрона предыдущего слоя. Горизонтальные магистрали в этом и остальных случаях могут расщепляться, как, например, показано на рис. 1. Девять нейронов второго слоя образуют выходы  $y_1, \dots, y_9$  и составляют искомый коллектив решающих правил.

В процессе самоорганизации устанавливаются связи между горизонтальными и вертикальными магистралью и определяются функции  $g_i$ , обозначенные на рис. 1 эллипсами и индексом  $i$ . В таблице приведены использованные в этой схеме логические функции  $g_0, \dots, g_5$  двух переменных  $u_1$  и  $u_2$ .

Табулированные значения логических функций  $g_i(u_1, u_2)$

Аргументы		Значения функции					
$u_1$	$u_2$	$g_0$	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$g_5$
0	0	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	1	0	1
1	1	1	0	1	1	1	0

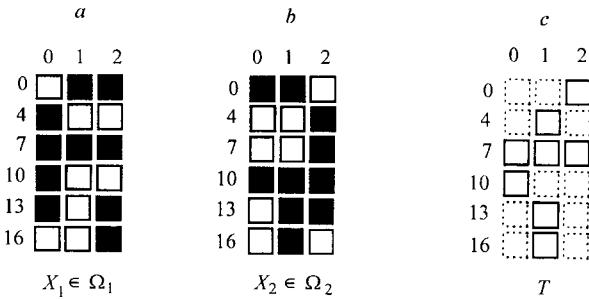


Рис. 2. Образы двух классов (*a* и *b*) из обучающей выборки. Векторы образов составлены из 18 бинарных элементов (активизированные состояния зачернены). После обучения вектор *T* включает восемь элементов (*c*)

**Практическое применение.** Разработанный метод использовался в медицине для дифференциальной диагностики заболеваний [8, 9]. В частности, НС была обучена распознаванию двух образов: инфекционного эндокардита и системной красной волчанки.

Обучающая выборка была представлена результатами  $m = 18$  клинико-лабораторных исследований. Клинические показатели, которые представлены ответами «да», «нет», кодировались логическими «1» и «0» соответственно. Количественные переменные предварительно квантизируются при помощи пороговой функции. Превышение порога кодируется «1» или «0» в зависимости от типа этой функции. Величина порога и тип функции выбираются из условия минимума числа ошибок распознавания, допускаемых квантизированной переменной.

Обучение НС осуществлялось на выборке из  $n = 36$  классифицированных примеров. На рис. 2, *a*, *b* представлены два бинарных образа  $X_1 \in \Omega_1$  и  $X_2 \in \Omega_2$ , включенных в обучающую выборку. Для распознавания заболеваний экспертами было предложено использовать 18 сенсорных элементов.

В результате самоорганизации синтезирована логическая НС, состоящая из двух слоев, восьми входов и девяти выходов. В ее первом слое содержится восемь, а во втором – девять нейронов.

Синтезированная НС представлена в виде обучаемой матрицы на рис. 1. В ее состав вошло всего восемь из предложенных сенсорных элементов (оставшиеся 10 элементов оказались неинформативными). На рис. 2, *c* показана искомая структура сенсорного вектора *T*, в которой сенсорные элементы обозначены квадратами двойной толщины.

Найденные решающие правила, реализуемые обученной НС, могут быть предварительно вычислены и представлены таблицей истинности для всех  $2^8$  комбинаций значений сенсоров  $z_1, \dots, z_8$ . Для каждой строки этой таблицы вычисляется коэффициент  $\chi$  согласованности, позволяющий контролировать достоверность предлагаемых решений.

Синтезированная НС обеспечивает безошибочное распознавание образов обучающей выборки. Ошибочных решений не было замечено на проверочной последовательности, включающей более 60 случаев.

**Заключение.** Разработанный метод многослойной самоорганизации позволяет синтезировать НС оптимальной сложности. Результаты самоорганизации не зависят от задаваемых извне параметров. Работоспособность метода подтверждается экспериментальными результатами, что позволяет сде-

лать вывод о возможности его применения для решения прикладных задач распознавания образов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Rosenblatt F.** Principles of Neurodynamics. Washington: Spartan, 1959.
2. **Горбань А. Н., Россиев Д. А.** Нейронные сети на персональном компьютере. Новосибирск: Наука, 1996.
3. **Principles of Self-Organization** /Eds. H. Foerster, G. Zoff. N. Y.: Pergamon Press, 1962.
4. **Растригин Л. А.** Адаптация сложных систем. Рига: Зинатне, 1981.
5. **Ивахненко А. Г.** Самообучающиеся системы распознавания и автоматического управления. Киев: Техника, 1969.
6. **Self-Organizing Method in Modeling: GMDH Type Algorithms** /Ed. S. Farlow. N. Y., Basel, 1984.
7. **Green D. G., Reichelt R.** Statistical behaviour of the GMDH algorithms // Biometrics. 1988. N 1. P. 49.
8. **Щетинин В. Г.** Самоорганизация минимальной нейронной сети // III Всерос. сем. «Нейроинформатика и ее приложения». Красноярск, 1996. С. 103.
9. **Schetinin V. G., Kostunin A. V.** Self-organization of neuron collective of optimal complexity // Proc. Int. Symp. NOLTA'96. Japan, 1996. P. 245.

Пензенский государственный  
технический университет,  
E-mail: [cnit@diamond.stup.ac.ru](mailto:cnit@diamond.stup.ac.ru)

Поступила в редакцию  
28 июля 1997 г.