РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

АВТОМЕТРИЯ

№ 1 2000

УДК 519.68

В. Ю. Корнилов

(Санкт-Петербург)

ПРОСТОЕ ИНВАРИАНТНОЕ ОПИСАНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ

Предлагается более простое решение задачи инвариантного к масштабу, сдвигу и повороту описания изображения, представленного функцией яркости в ограниченной области на плоскости. Упрощение достигается за счет использования для инвариантного к сдвигу описания периодической функции очень простого фазового инварианта.

В работе [1] предложено решение задачи инвариантного к масштабу, сдвигу и повороту описания изображения, представленного функцией яркости в ограниченной области на плоскости. Показано, что данная задача сводится к задаче инвариантного к сдвигу описания периодической функции. Для решения этой задачи использована введенная относительная фаза двух гармоник ряда Фурье. Применение предложенного метода вызывает ряд трудностей, связанных со сложностью определения относительной фазы и ее чувствительностью к шуму. В настоящей статье показано, что вместо относительной фазы можно использовать очень простой фазовый инвариант.

В соответствии с [1] нормированное по масштабу изображение $F(\rho,\varphi)$ представляется в полярной системе координат с началом в центре тяжести изображения. Затем функция $F(\rho,\varphi)$ разлагается по ρ в любой ряд с коэффициентами $F_s(\varphi), s=0,1,2,\ldots,$ которые являются периодическими функциями по φ.

Задача инвариантного к сдвигу описания периодической функции рассматривалась многими авторами [2–5]. Были предложены различные инварианты к сдвигу в виде выражений, составленных из комплексных коэффициентов ряда Фурье. В общем случае они не позволяют восстановить периодическую функцию.

Существует еще один простой инвариант к сдвигу:

$$c_m^{n/d}c_n^{-m/d}, \tag{1}$$

где c_m и c_n – комплексные коэффициенты, соответствующие гармоникам с номерами m и n разложения периодической функции в ряд Фурье, а d – наибольший общий делитель чисел m и n. Можно проверить инвариантность (1) к сдвигу. При сдвиге периодической функции по аргументу на величину Δ получаются новые коэффициенты: $c'_m=c_m\exp(-im\Delta)$, $c'_n=c_n\exp(-in\Delta)$. Подстановка в (1) дает

$$(c'_m)^{n/d}(c'_n)^{-m/d}=c_m^{n/d}\exp(-im\Delta n/d)c_n^{-m/d}\exp(in\,\Delta m/d)=c_m^{n/d}c_n^{-m/d}.$$

Набор инвариантов вида (1) также не позволяет восстановить периодическую функцию. Например, если функция состоит всего из двух гармоник, то имеется только один инвариант, по которому нельзя восстановить амплитуды гармоник. Следовательно, нужно сохранять амплитуды гармоник, которые инвариантны к сдвигу.

Из (1) можно получить простой фазовый инвариант.

Пусть периодическая функция представлена рядом Фурье

$$F(\varphi)=\sum_{k=0}^{\infty}A_k\sin(k\varphi+f_k).$$

Тогда для любых двух гармоник с номерами m и n, которым соответствует наибольший общий делитель d, инвариантно к сдвигу выражение

$$\left\{\frac{mf_n-nf_m}{2\pi d}\right\}=I_{mn}. \tag{2}$$

Здесь фигурные скобки означают операцию взятия дробной части.

Можно проверить инвариантность (2) к сдвигу. При сдвиге $F(\varphi)$ по φ на величину Δ получаются новые фазы: $f'_m=m\Delta+f_m$, $f'_n=n\Delta+f_n$. Подстановка в (2) дает

$$\left\{\frac{mf'_n-nf'_m}{2\pi d}\right\}=\left\{\frac{mn\Delta+mf_n-nm\Delta-nf_m}{2\pi d}\right\}=I_{mn}.$$

Фазовый инвариант (2) может заменить относительную фазу двух гармоник в [1].

Таблица фазовых инвариантов I_{mn} вместе с амплитудами A_k позволяет полностью и однозначно (с точностью до сдвига) восстановить периодическую функцию $F(\varphi)$.

Таким же образом могут быть описаны все функции $F_s(\varphi)$. Для инвариантного к повороту описания изображения необходимо определить взаимное расположение периодических функций $F_s(\varphi)$. Это можно сделать, связывая с помощью фазового инварианта (2) фазы гармоник из разных функций $F_s(\varphi)$. В результате получается четырехмерная таблица фазовых инвариантов для всевозможных пар гармоник семейства функций $F_s(\varphi)$. Такая таблица инвариантов вместе с амплитудами гармоник функций $F_s(\varphi)$ дает полное и однозначное инвариантное описание изображения $F(\rho,\varphi)$.

Таблица фазовых инвариантов избыточна. Это способствует разработке эффективных алгоритмов восстановления изображения в условиях шумов.

При практических расчетах вместо разложения $F(\rho,\varphi)$ в ряд по ρ можно просто разделить изображение по концентрическим окружностям с фиксированными радиусами $F(\rho_1,\varphi)$, $F(\rho_2,\varphi)$,.... Полученные периодические функции следует описывать так же, как и $F_s(\varphi)$.

Предложенные фазовые инварианты могут быть использованы для инвариантного описания контурных объектов. Для этого контур объекта следует представить в виде периодической функции от параметра (см. [4, 6]).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Корнилов В. Ю.** Инвариантное описание изображения // Автометрия. 1996. № 2. С. 71.
2. **Тимофеев А. В.** Системы инвариантного опознавания и их реализация методами когерентной и некогерентной оптики // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1971. № 6. С. 155.
3. **Шведов А. М., Шмидт А. А., Якубович В. А.** Инвариантные системы признаков в распознавании образов // АиТ. 1979. № 3. С. 131.
4. **Arbter K., Snyder W. E., Burkhardt H., Hirzinger G.** Application of affine-invariant fourier descriptors to recognition of 3-d objects // IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 1990. **12**, N 7. P. 640.
5. **Granlund G. H.** Fourier preprocessing for hand print character recognition // IEEE Trans. on Computers. 1972. **21**, N 2. P. 195.
6. **Krzyzak A., Leung S. Y., Suen C. Y.** Reconstruction of two-dimensional patterns from fourier descriptors // Machine Vision and Applicat. 1989. N 2. P. 123.

Военный инженерно-космический университет

Поступило в редакцию 22 ноября 1998 г.