

УДК 681.3.06

**С. И. Вяткин, Б. С. Долговесов, А. В. Есин, А. А. Жигач,  
С. Е. Чижик, Р. А. Щербаков**

*(Новосибирск)*

### **ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНО ЗАДАННЫХ ОБЪЕКТОВ**

Обсуждается проблема синтеза изображений фотореалистичного качества в реальном времени. Рассматриваются новые способы задания свободных форм без аппроксимации их полигонами или патчами. Предлагается рекурсивный алгоритм деления объектного пространства с маскированием невидимых поверхностей и эффективный способ проективного преобразования для генерации изображений с перспективой. Показана возможность визуализации массивов трехмерных скалярных данных. Приводятся примеры изображений, полученных при моделировании работы алгоритма с разными способами задания объектов.

**Введение.** Компьютерная графика реального времени, ориентированная на визуализацию трехмерных сцен, достигла на сегодняшний день существенных успехов. И хотя достигнут достаточно высокий реализм отображаемых сцен в реальном времени, существует ряд задач (например, отображение больших районов местности), где требуется хранить и визуализировать сцены, содержащие существенно большее число полигонов, чем реализовано в современных системах. Так, задача отображения горных районов местности требует для исходного описания сотни тысяч полигонов. С другой стороны, если для точного моделирования форм корпусов автомобилей, самолетов, подводных лодок и т. д. требуются тысячи сплайн-поверхностей (криволинейных участков, заданных полиномиальными функциями), то в случае задания полигонами потребуются десятки, а то и сотни тысяч многоугольников. Кроме того, полигональная трехмерная графика со сканированием полигонов в плоскости изображения не является трехмерной в полном смысле этого слова. Информация, которая предоставляется пользователю в таком подходе, неполная. Главное — это отсутствие информации о глубине объекта. В этом случае имеется в виду не отсутствие  $Z$ -координаты точки поверхности, а отсутствие информации о луче, проходящем сквозь объект.

В настоящее время в ряде работ [1–6] исследуются функциональные способы описания визуализируемых объектов, позволяющие существенно в сравнении с полигональным заданием сократить объем баз данных для определенного класса объектов. Однако отображение в реальном времени объек-

тов, заданных таким способом, связано с существенным ростом требуемых вычислений из-за высокого порядка описывающих функций.

В данной работе приводятся результаты некоторых исследований по моделированию системы, в которой, наряду с полигональным, предлагается использование задания объектов свободными формами в виде вещественных и скалярных функций и объемных областей воксельных массивов. Исследована возможность визуализации объемов, ограниченных свободными формами. Для визуализации предлагается использовать рекурсивный алгоритм растривания с делением объектного пространства и многоуровневым маскированием с учетом перспективы.

**Способы задания свободных форм объектов.** Характерной особенностью предлагаемых способов задания свободных форм, во-первых, является то, что основными примитивами выбраны поверхности второго порядка – квадрики. Примитив-квадрик – основа для построения всех остальных объектов. Квадрик определяется с помощью вещественной непрерывной описывающей функции трех переменных  $(x_1, x_2, x_3)$  в виде  $F(X) \geq 0$ . Рассматриваются квадрики как замкнутые подмножества евклидова пространства  $E_n$ , определяемые описывающей функцией  $F(X) \geq 0$ , где  $F$  – непрерывная вещественная функция;  $X = (x_1, x_2, x_3)$  – задаваемая координатными переменными точка в  $E_n$ . Здесь  $F(X) > 0$  задает точки внутри квадрика,  $F(X) = 0$  – точки на границе и  $F(X) < 0$  – точки, лежащие снаружи и не принадлежащие квадрiku. На базе квадриков строится первый класс свободных форм с использованием вещественных функций возмущения. Класс свободных форм такого типа выгодно применять при синтезе искусственных (рукотворных) объектов. Во-вторых, предлагается второй класс свободных форм с использованием скалярных функций возмущения относительно базовой плоскости или квадрика, например, для генерации рельефа местности или скульптурных моделей.

*Функции возмущения в неявном виде.* Предлагается описывать сложные геометрические объекты, задавая функцию отклонения (второго порядка) от базового квадрика в виде

$$F(x, y, z) = A_{11}x^2 + A_{22}y^2 + A_{33}z^2 + A_{12}xy + A_{13}xz + A_{23}yz + \\ + A_{14}x + A_{24}y + A_{34}z + A_{44} \geq 0.$$

На базе квадриков строятся свободные формы. Свободная форма есть композиция базового квадрика и возмущения  $F'(x, y, z) = F(x, y, z) + R(x, y, z)$ , где функция возмущения  $R(x, y, z)$  находится следующим образом:

$$R(x, y, z) = \begin{cases} Q^2(x, y, z) & \text{при } Q(x, y, z) > 0; \\ 0 & \text{при } Q(x, y, z) \leq 0, \end{cases}$$

$Q(x, y, z)$  – возмущающий квадрик.

В качестве  $Q$  также может рассматриваться возмущенный квадрик (свободная форма). Другими словами, композиция базового квадрика и функции отклонения является новой функцией возмущения, т. е. производной для другого базового квадрика. Так как  $\max[Q + R] \leq \max[Q] + \max[R]$ , это

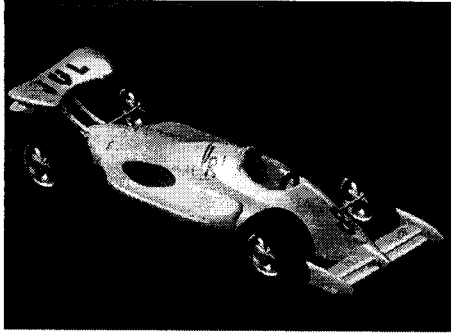


Рис. 1. Сцена, описанная свободными формами с аналитическими функциями возмущения, требующая в 500 раз меньше информации по сравнению с заданием ее полигонами

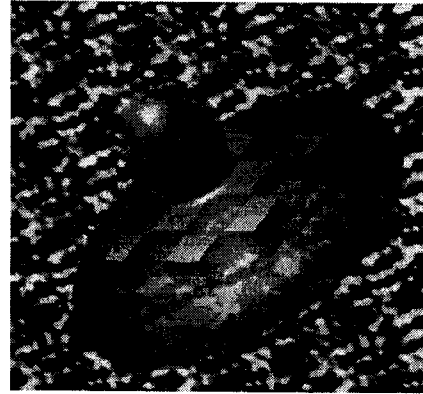


Рис. 2. Полупрозрачная поверхность, описанная четырьмя функциями второго порядка, заполненная трехмерной текстурой

означает, что для оценки максимума  $Q$  на некотором интервале необходимо вычислить максимум функции возмущения на этом же интервале. Получающаяся поверхность будет гладкой (рис. 1), и потребуется небольшое количество функций возмущения для создания сложных форм поверхностей. На рисунке показан результат моделирования объекта сцены с помощью свободных форм, на описание которого потребовалось 4 Кбайт информации, что в 500 раз меньше полигонального описания, которое составило бы 2 Мбайт информации. Таким образом, задача конструирования объекта сводится к задаче деформации поверхности квадрата нужным образом, а не к аппроксимации его примитивами (полигонами или патчами, представленными  $B$ -сплайновыми поверхностями). Кроме того, при решении описывающей функции в виде неравенства  $F(X) \geq 0$  можно визуализировать не только поверхность, но и внутреннюю структуру объекта (рис. 2).

*Функции возмущения в скалярном виде.* Предлагается описывать сложные геометрические объекты, задавая (в скалярном виде) функцию отклонения от базовой поверхности второго порядка или (в простейшем виде) от базовой плоскости. Рельеф местности является частным случаем таких объектов и задается с помощью базовой плоскости и функции возмущения, которая определена в бесконечно длинном параллелепипеде. Значения функции возмущения задаются в поперечном сечении параллелепипеда двумерной таблицей высот. В качестве базовой поверхности можно использовать

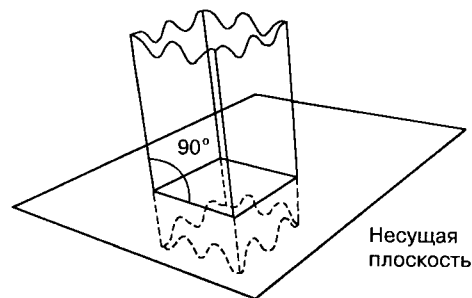


Рис. 3. Область определения функции возмущения

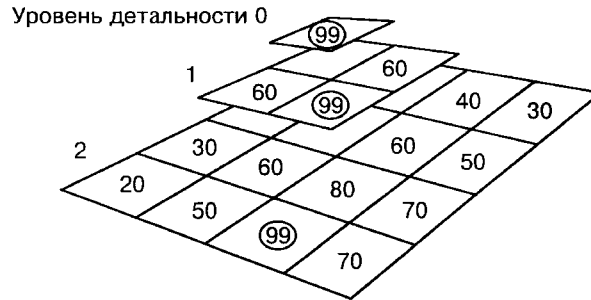


Рис. 4. Карты высот различных уровней детальности

плоскость, тогда направление нормали несущей плоскости должно совпадать с продольным направлением параллелепипеда – области определения функции возмущения (рис. 3).

Поскольку во время растризации необходимо оценивать максимум функции на трехмерном или одномерном интервале, то для эффективности вычислений предварительно составляются карты уровней детальности. Исходные данные образуют уровень  $n$ , если размерность сетки равна  $2^n \times 2^n$ . Данные для уровня  $n - 1$  получаются выбором максимума из четырех смежных значений уровня  $n$ , остальные три далее не учитываются, т. е. получаем размерность сетки  $2^{n-1} \times 2^{n-1}$ . Нулевой уровень состоит из единственного значения – максимума по всей карте высот. Процесс подготовки карт уровней детальности схематично изображен на рис. 4.

При определении максимума возмущения вычисляется характерный размер проекции текущего интервала, в зависимости от которого выбирается уровень детальности. Для большего интервала соответственно выбирается более грубое приближение исходной функции. Если требуется более точное представление, то производится билинейная или бикубическая интерполяция значений высот, составляющих последний уровень детальности. На рис. 5 показан результат моделирования рельефа местности без предварительной триангуляции с билинейной интерполяцией значений высот. На рис. 6 приведен результат моделирования объекта со скалярной функцией возмущения относительно цилиндра с бикубической интерполяцией значений высот.

**Проективное преобразование.** Применение проективного преобразования экстраполирует алгоритм растризации на пирамидальные объемы, что позволяет синтезировать изображения с перспективой. В трехмерном пространстве точке с декартовыми

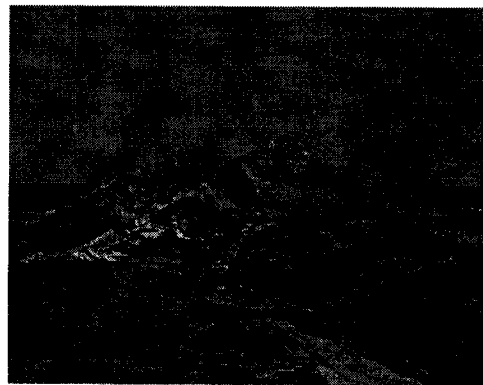


Рис. 5. Горный ландшафт на основе одной плоскости и сетки высот разрешением  $200 \times 200$

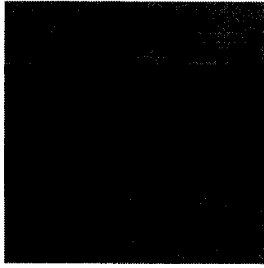


Рис. 6. Пример объекта со скалярной функцией возмущения относительно базового квадрата

ми координатами  $(x, y, z)$  соответствует бесконечное множество однородных координат  $(x', y', z', a)$  таких, что  $x = x'/a, y = y'/a, z = z'/a$ , т. е. однородные координаты определяются с точностью до общего ненулевого множителя. Представляет интерес матрица преобразования, действующая на однородные координаты следующим образом:

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_m \\ y_m \\ z_m \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \\ a_p \end{pmatrix} \quad \text{или} \quad (C)(M) = (P),$$

где  $(C)$  – матрица преобразования;  $(M)$  – однородные координаты точки пространства  $M$ ;  $(P)$  – соответствующие по отображению координаты в  $P$ . В рамках проективной геометрии доказывается теорема о том, что проективное отображение пространства  $M$  на пространство  $P$  однозначно определяется заданием пяти пар соответствующих по отображению точек при условии, что из пяти точек, задаваемых в пространстве  $M$ , никакие четыре не лежат в одной плоскости. Выбираем пять пар таких опорных точек  $(M')$  и  $(P')$  (верхний индекс соответствует номеру пары) и составляем систему уравнений

$$(C)(M^i) = \rho^i(P^i),$$

где  $i = [1, \dots, 5]$ ;  $\rho^1, \rho^2, \rho^3$  и  $\rho^4$  – неизвестные множители;  $\rho^5 = 1$ . Решая эти уравнения, находим коэффициенты матрицы проективного преобразования  $(C)$ , которая в дальнейшем используется для трансформации геометрических примитивов.

**Способ растризации.** В данной работе использовался алгоритм многоуровневого отслеживания лучей [7], осуществляющий эффективный поиск элементов объема – вокселей, участвующих в формировании изображения. На первом шаге рекурсии исходная пирамида видимости разбивается на четыре меньшие подпирамиды в экранной плоскости. На этапе деления пространства по четверичному дереву совершаются сжатие в 2 раза и перенос на  $\pm 1$  по двум координатам. Если в уравнении квадрата  $Q(x, y, z) = 0$  значения переменных  $x, y, z$  меняются в пределах отрезка  $[-1, 1]$ , то

$$\begin{aligned} \max[|Q(x, y, z) - A_{44}|] &\leq \max F = \\ &= |A_{11}| + |A_{22}| + |A_{33}| + |A_{12}| + |A_{13}| + |A_{23}| + |A_{14}| + |A_{24}| + |A_{34}|. \end{aligned}$$

Заметим, что если  $|A_{44}| \leq \max[|Q(x, y, z) - A_{44}|] \leq \max F$ , то, возможно, существует точка  $M_0 = (x_0, y_0, z_0)$  ( $-1 < x_0, y_0, z_0 < 1$ ) такая, что  $Q(x_0, y_0, z_0) = 0$ . Если же  $\max F < |A_{44}|$ , то заведомо таких точек не существует.

ет, а знак коэффициента  $A_{44}$  различает расположение подпирамиды внутри или снаружи по отношению к поверхности квадрата  $Q = 0$  (если  $A_{44} \geq 0$ , тогда подпирамида находится внутри квадрата). На основании результатов этого теста осуществляется деление подпиримид, которые лежат внутри квадрата целиком или, возможно, частично, а заведомо внешние подпирамиды исключаются из обработки. Тест на пересечение подпиримид со свободными формами несколько отличается. Для базового квадрата тест на пересечение выглядит следующим образом: если  $((A_{44} + R) < 0) \&\& (|A_{11}| + |A_{22}| + |A_{33}| + |A_{12}| + |A_{13}| + |A_{23}| + |A_{14}| + |A_{24}| + |A_{34}| < -(A_{44} + R))$ , тогда подпирамида находится снаружи. Здесь  $R$  – максимум функции возмущения на текущем интервале;  $A_{ij}$  – коэффициенты квадратичной функции. Для функции возмущения проводится следующий тест: если  $(|A_{11}| + |A_{22}| + |A_{33}| + |A_{12}| + |A_{13}| + |A_{23}| + |A_{14}| + |A_{24}| + |A_{34}| < |A_{44}|)$ , тогда подпирамида находится снаружи области определения возмущения, где  $A_{ij}$  – коэффициенты квадратичной функции возмущения, и дополнительно вычисляется значение  $R$ , которое прибавляется к базовой функции. Если пересечение определено, то подпирамида подвергается следующему уровню рекурсии. Подпирамиды, не пересекающиеся с объектом, дальнейшему погружению в рекурсию не подлежат, что соответствует исключению из рассмотрения квадратных областей экрана, на которые данная подпирамида (следовательно, и поверхность объекта) не отображается (рис. 7). Деление пирамиды видимости ведется до тех пор, пока не достигается максимально установленный уровень рекурсии. Преимущество этой методики в том, что она позволяет на ранней стадии отбросить большие части пустого пространства. В процессе поиска вокселей, содержащих участки поверхности объекта, формирующие изображение, осуществляется обход пирамидального пространства по четверичному дереву, листья которого являются корнями двоичных деревьев. В процессе обхода дерева используется механизм маскирования в случае непрозрачных объектов. Метод многоуровневого отслеживания лучей позволяет эффективно и быстро определить принадлежность лучей разных уровней (пирамид) поверхностям и отбраковать области пространства вне объектов.

При визуализации поверхностей проверяется тест на принадлежность им лишь пересеченных вокселей (единичных элементов объема), внешние и внутренние воксели отбраковываются. Для того чтобы повысить реалистичность изображения и расширить класс отображаемых объектов (полупрозрачные структуры с внутренним распределением плотности, 3D текстуры), необходимо отображать внутреннюю полупрозрачную структуру объекта. Для этого в формировании изображения должны участвовать не только воксели, которые лежат на поверхности, но также и те, которые находятся внутри объекта. Следовательно, при делении объема внутренние части объекта не отбрасываются, для них проводится дальнейшая рекурсия алгоритма. Сканирование сцены по  $Z$ -координате, что соответствует

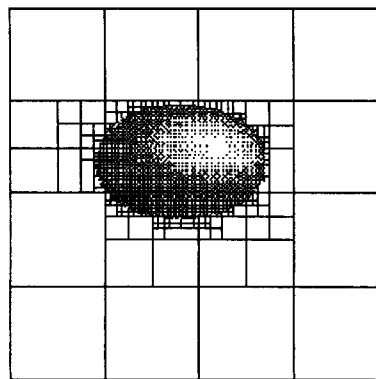


Рис. 7. Проекция подпиримид разных уровней пирамиды видимости на экранную плоскость

сканированию объема в глубину, не прерывается при встрече с поверхностью, а продолжается далее, пока полностью не просканируется объем или не накопится определенное значение прозрачности, большее некоторого порогового значения. Для уменьшения времени вычислений алгоритм адаптирован к быстрому прохождению однородных областей объектов, для которых совсем необязательно полностью сканировать объем, доходя до последнего уровня рекурсии, а следует «проскакать» пустые или однородные участки по Z-координате и сразу же вычислять цвет и общую прозрачность. Так как прохождение лучом пустого пространства не вносит вклада в конечное изображение, то скачок через пустое пространство способен обеспечить существенное ускорение обработки и не влияет на качество изображения.

**Вычисление цвета.** Вычисление всех составляющих цвета пиксела производится единообразно по следующей формуле:

$$C = (Q_{\text{ambi}} C_{\text{ambi}} + Q_{\text{diff}} C_{\text{diff}} + Q_{\text{spec}} C_{\text{spec}}) / (Q_{\text{ambi}} + Q_{\text{diff}} + Q_{\text{spec}}),$$

где "ambi" относится к характеристикам рассеянного излучения, а "diff" и "spec" – к диффузной и зеркальной частям отраженного света соответственно;  $C$  – компоненты цвета;  $Q$  – весовые коэффициенты. Вычисления компонент цвета производятся на основе векторной модели освещения. В расчетах участвуют четыре вектора: нормаль к поверхности ( $n$ ), вектор на источник освещения ( $l$ ), направление отраженного света ( $r$ ) и вектор на наблюдателя ( $v$ ):  $C_{\text{diff}} = (n, l) C_{\text{lite}} C_{\text{surf}}$  ( $C_{\text{lite}}$  – цвет источника;  $C_{\text{surf}}$  – цвет поверхности);  $C_{\text{spec}} = (r, v)^p C_{\text{lite}}$  ( $p$  – коэффициент шероховатости поверхности).

При моделировании прохождения света через полупрозрачные среды с целью уменьшения количества вычислений можно не учитывать преломление и затухание вторичных лучей. В случае когда остаются только отражение и затухание света на пути следования от объекта к глазу наблюдателя, формулу, по которой вычисляется цвет пиксела, можно выразить следующим образом:

$$P_{\lambda} = \sum_{n=0}^N I_{\lambda n} \Omega_n \prod_{m=0}^{n-1} (1 - \Omega_m),$$

где  $P_{\lambda}$  – конечный цвет пиксела, а  $\lambda$  может быть  $r$ ,  $g$  или  $b$  (т. е. красный, зеленый или синий соответственно);  $I_{\lambda n}$  – интенсивность в  $n$ -м вокселе, вычисленная по модели освещения Фонга;  $\Omega_n$  – непрозрачность  $n$ -го воксела;  $I_{\lambda 0}$  – отраженный свет от первой точки на луче сканирования;  $I_{\lambda N}$  – цвет фона и  $\Omega_N = 1$ . Преодоление порога можно отследить следующим образом: если на  $k$ -м шаге общая прозрачность  $(1 - \Omega_0)(1 - \Omega_1) \dots (1 - \Omega_{k-1})$  становится меньше некоторого  $\epsilon$ , то это значит, что вклад всех следующих за  $k$ -м вокселей будет малым и поэтому сканирование можно прекратить.

Чтобы учесть перспективу, следует внести поправку в алгоритм накопления цвета в пикселе. Дело в том, что размеры воксела в результате трансформации геометрических примитивов становятся зависимыми от координаты  $Z$ , поэтому при пересчете цвета в пикселе прозрачность воксела следует также пересчитывать с поправкой на изменение его длины.

**Заключение.** Проведенные исследования по объемно-ориентированной технологии визуализации позволили выявить ряд преимуществ как в способе задания сцен, так и в алгоритме растривания, ориентированных на реа-

лизацию в реальном времени. Переход от растривания в плоскости изображения к растриванию в объеме в сочетании с предлагаемыми способами задания объектов, хотя в целом и повышает объем вычислений, выполняемых в реальном времени, однако приводит к ряду положительных моментов, повышающих реализм отображаемых сцен. К основным положительным особенностям предлагаемого подхода следует отнести:

- эффективность метода растривания с многоуровневым маскированием, сочетающего простоту вычисления с быстрым поиском и отбраковкой областей, не занятых объектами сцены;

- уменьшение количества поверхностей для описания криволинейных объектов (задание объектов поверхностями свободных форм сокращает в 100 и более раз описание баз данных по сравнению с заданием их полигонами);

- снижение нагрузки на геометрический процессор и уменьшение потока данных от него в видеопроцессор;

- существенное упрощение построения рельефа местности, обусловленное тем, что не требуется предварительной триангуляции поверхностей и клипширования пирамидой видимости (для смены уровней детальности используется механизм, подобный выборке обычной текстуры [8]);

- время вычислений при генерации рельефа местности практически не зависит от разрешения карты высот, а зависит только от разрешения экрана;

- простоту решения задачи динамической коррекции дисторсии за счет предложенного метода проективного преобразования;

- возможность обработки воксельных массивов, ограниченных поверхностями свободных форм;

- простоту анимации и деформации сцен.

Перечисленные особенности предлагаемого подхода создают предпосылки к созданию нового класса компьютерных систем визуализации широкого применения [9]. Предварительные оценки показали, что для реализации систем желательна разработка двух заказных СБИС с интеграцией порядка 3 млн. транзисторов. Первый тип СБИС является конвейером однотипных процессоров, второй предназначен для вычисления цвета, тумана, текстуры и фильтрации пикселей. Система характеризуется высоким параллелизмом, однородностью и векторизованностью вычислений.

Предлагаемый алгоритм растривания в сочетании с возможностью визуализации произвольных поверхностей свободных форм и неоднородных объемных областей создает широкий спектр применения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Pasko A., Adzhiev V., Sourin A. et al. Function representation in geometric modeling: concepts, implementation and applications // *Visual Computer*. 1995. **11**, N 6. P. 429.
2. Savchenko V., Pasko A., Kunii T. et al. Function representation of solids reconstructed from scattered surface points and contours // *Computer Graphics Forum*. 1995. **14**, N 4. P. 181.
3. Pasko A. A., Savchenko V. V. Blending operations for the functionally based constructive geometry // *Set-theoretic Solid Modeling: Techniques and Applications (CSG 94 Conference): Proc., Information Geometers*. Winchester, UK, 1994. P. 151.
4. Sourin A., Pasko A., Savchenko V. Using real functions with application to hair modeling // *Computer & Graphics*. 1996. **20**, N 1. P. 11.



5. **Savchenko V. V., Pasko A. A., Kunii T. L. et al.** Feature based sculpting of functionally defined 3D geometric objects // *Multimedia Modeling. Towards Information Superhighway* /Eds. T. S. Chua, H. K. Pung, T. L. Kunii. Singapore: World Sci., 1995. P. 341.
6. **Savchenko V. V., Pasko A. A., Vyatkin S. I. et al.** New approach in geometric modeling: distributed and hardware implementation perspectives // *Internat. Conf. on Computers and Devices for Communs. CODEC-98. Calcutta, India, 1998.* P. 285.
7. **Вяткин С. И., Долговесов Б. С., Чижик С. Е.** Синтез виртуальной среды с рекурсивным делением объектного пространства // *Графикон'98: Тр. конф. М.: Изд. МГУ, 1998.* С. 119.
8. **Vyatkin S. I., Dolgovesov B. S., Ovechkin V. V. et al.** Photorealistic imaging of digital terrains, freeforms and thematic textures in realtime visualization system *Voxel-Volumes* // *GraphiCon'97. Moscow, 1997.* P. 121.
9. **Vyatkin S. I., Dolgovesov B. S., Yesin A. V. et al.** Voxel-Volumes volumes-oriented visualization system // *Internat. Conf. on Shape Modeling and Applications. Aizu-Wakamatsu, Japan, 1999: IEEE Computer Soc. Los Alamitos, California, 1999.* P. 234.

*Поступила в редакцию 29 сентября 1998 г.*

---

---

---

**Реклама продукции в нашем журнале – залог Вашего успеха!**