

УДК 681.3

Ю. Е. Воскобойников, В. Г. Белявцев

(Новосибирск)

НЕЛИНЕЙНЫЕ АЛГОРИТМЫ ФИЛЬТРАЦИИ ВЕКТОРНЫХ СИГНАЛОВ

Предлагаются два комбинированных фильтра для обработки векторных сигналов и полей. Проведенные исследования показали, что эти фильтры имеют лучшие характеристики по сравнению с другими часто используемыми фильтрами и их можно рекомендовать для фильтрации высокочастотных векторных сигналов, искаженных смесью импульсного и низкоамплитудного шумов. Приведен пример обработки экспериментального векторного поля скоростей в потоке.

Введение. В настоящее время довольно часто встречаются ситуации, когда приходится иметь дело с сигналами, имеющими несколько отдельных составляющих, каждая из которых несет определенную информацию о свойствах данного сигнала. Такие сигналы будем называть векторными, а сигналы, имеющие только одну составляющую, – скалярными.

Примером векторных сигналов могут служить цветные изображения, в которых любой цвет задается при помощи трех базовых цветов (красного, зеленого и синего), или сигналы, несущие информацию о скорости. В этом случае число составляющих определяется количеством проекций вектора скорости. Двумерные векторные сигналы (координаты каждого отсчета задаются точкой на плоскости) можно назвать векторными полями.

Векторные сигналы так же, как и скалярные, могут быть искажены случайными шумами различной природы, и поэтому встает задача фильтрации векторных полей. Естественным подходом к решению этой задачи является покомпонентная обработка, когда составляющие исходного векторного сигнала интерпретируются как отдельные скалярные сигналы. Для фильтрации скалярных сигналов, в том числе и изображений, можно использовать различные линейные и нелинейные алгоритмы [1–4], включая фильтры с адаптацией размеров апертуры [5]. К сожалению, такой подход к фильтрации векторных сигналов имеет существенный недостаток. Составляющие векторного сигнала в реальных ситуациях обычно коррелированы. Если осуществляется покомпонентная фильтрация, то эта корреляция не используется.

В работе [6] предложен векторный медианный фильтр и исследованы его свойства. Здесь же приведен наглядный пример, показывающий преимущества векторной фильтрации импульсного шума вблизи фронта сигнала по сравнению с покомпонентной медианной фильтрацией, для которой харак-

терно «дрожание» фронта отфильтрованного сигнала. Известно, что медианный фильтр (в том числе и векторный) хуже фильтрует нормально распределенный шум по сравнению с фильтром скользящего среднего. Поэтому в данной работе предлагаются комбинированные векторные алгоритмы фильтрации, которые свободны от этого недостатка и являются обобщением комбинированных скалярных фильтров работы [4].

Алгоритмы медианной фильтрации. Приведем некоторые сведения о медианной фильтрации, необходимые для дальнейшего изложения.

Выходным сигналом $f^M(i)$ скалярного медианного фильтра с размером апертуры $N_M = 2M + 1$ является медиана значений $f(i)$, попавших в апертуру фильтра, т. е.

$$f^M(i) = \text{MED}[f(i - M), \dots, f(i), \dots, f(i + M)]. \quad (1)$$

Значение $f^M(i)$ удовлетворяет условию

$$\sum_{j \in I(i)} |f^M(i) - f(j)| \leq \sum_{j \in I(i)} |f(k) - f(j)|, \quad (2)$$

где $f(k)$ – любое значение из попавших в апертуру фильтра; $I(i)$ – набор индексов: $I(i) = \{i - M, i - M + 1, \dots, i, i + 1, \dots, i + M\}$. Поэтому в качестве $f^M(i)$ берется одно из значений $f(j)$, $j \in I(i)$. Таким образом, возможна ситуация, когда выходной сигнал медианного фильтра равен входному. Если это имеет место, то такой сигнал называют корневым сигналом для этого фильтра. Корневые сигналы служат одним из основных инструментов исследования медианных фильтров, поскольку они в определенном смысле характеризуют «полосу пропускания» фильтра. Известно [6], что:

– сигнал типа «ступеньки» (присутствует скачкообразное изменение уровня сигнала) является корневым сигналом для любого медианного фильтра;

– любой сигнал конечной длины после неоднократной медианной фильтрации становится корневым сигналом.

Перейдем к векторному сигналу $F(i)$, состоящему из m компонент: $f_1(i), f_2(i), \dots, f_m(i)$. Для такого сигнала «расстояние» $d(F(i), F(j))$ между двумя отсчетами $F(i), F(j)$ можно установить, используя различные нормы векторного пространства, например:

$$\begin{aligned} d_1(F(i), F(j)) &= \sum_{k=1}^m |f_k(i) - f_k(j)|, \\ d_2(F(i), F(j)) &= \left(\sum_{k=1}^m (f_k(i) - f_k(j))^2 \right)^{1/2}, \\ d_\infty(F(i), F(j)) &= \max_k |f_k(i) - f_k(j)|. \end{aligned} \quad (3)$$

Выходным сигналом векторного медианного фильтра (сокращенно ВМФ) с размером апертуры $N_M = 2M + 1$ является значение

$$F^M(i) \in \{F(j), j \in I(i)\}, \quad (4)$$

которое удовлетворяет условию

$$\sum_{j \in I(i)} d(F^M(i), F(j)) \leq \sum_{j \in I(i)} d(F(k), F(j)), \quad (5)$$

где $F(k)$ – любое значение из попавших в апертуру фильтра. Условие (4) является необходимым для совпадения $F^M(i)$ с одним из значений $F(j), j \in I(i)$.

В дальнейшем для векторной медианной фильтрации будет использовано обозначение

$$F^M(i) = \text{VM}[F(i-M), \dots, F(i), \dots, F(i+M)]. \quad (6)$$

Векторные медианные фильтры с расстояниями $d_1(\cdot), d_2(\cdot)$ имеют следующие свойства [6]:

- векторный сигнал «ступенчатого» типа является корневым;
- повторная фильтрация конечного векторного сигнала приводит к получению корневого сигнала.

Известно [6], что векторные медианные фильтры гораздо хуже подавляют нормально распределенные шумы по сравнению с векторным фильтром скользящего среднего (ВФСС), выходной сигнал которого определяется как

$$F^A(i) = \text{VA}[F(i-M), \dots, F(i), \dots, F(i+M)] = \frac{1}{2M+1} \sum_{j \in I(i)} F(j). \quad (7)$$

Поэтому, следуя работе [4], введем в рассмотрение комбинированные векторные фильтры, в определенной степени объединяющие достоинства ВМФ (сохранение контрастных деталей и значительное подавление импульсных шумов) и ВФСС (хорошая фильтрация «низкоамплитудного», не обязательно нормально распределенного шума).

Комбинированные векторные фильтры. Определим выходной сигнал первого комбинированного векторного фильтра (ВКФ1) как

$$F^{K1}(i) = \text{VA}[F(j): j \in I(i), d(F(j), F^M(i)) \leq C_F], \quad (8)$$

т. е. в этом случае усредняются исходные значения $F(j)$, попавшие в апертуру фильтра и «удаленные» от векторной медианы $F^M(i)$ не более чем на величину C_F .

Усредняемые значения $F(j)$ искажены шумом, и для уменьшения его влияния рассмотрим второй комбинированный векторный фильтр (ВКФ2). Выходной сигнал этого фильтра определяется как

$$F^{K2}(i) = \text{VA}[F^M(j): j \in I(i), d(F^M(j), F^M(i)) \leq C_F] \quad (9)$$

и отличается от сигнала предыдущего фильтра тем, что усредняются не исходные значения, а результат медианной фильтрации.

Величина C_F является «пороговым» значением для расстояния от $F^M(i)$ до отсчета сигнала, подвергающегося воздействию усредняющегося оператора. Эту величину можно задавать из числовых характеристик шума. Так, для скалярного сигнала величина C_F задается исходя из дисперсии искажений σ_η^2 , например $C_F = 3\sigma_\eta$ [4], т. е. из закона «трех сигм». Определим величину C_F для случая m -мерного векторного сигнала $F(j)$. Предположим, что компоненты η_k ($k = 1, 2, \dots, m$) векторного шума η независимы и подчиняются нормальному распределению с дисперсией σ_η^2 и «точный» сигнал локально стационарен (т. е. не содержит «ступенек»). Тогда для векторного зашумленного сигнала можно рекомендовать для заданных метрик следующие значения C_F :

$$d_1(\cdot): C_F = 3m\sigma_\eta, \quad (10)$$

$$d_2(\cdot): C_F = 3\sqrt{m}\sigma_\eta, \quad (11)$$

$$d_\infty(\cdot): C_F = 3\sigma_\eta. \quad (12)$$

З а м е ч а н и е. Обобщение изложенных алгоритмов для фильтрации векторных полей осуществляется достаточно просто: заменой «линейной» апертуры на «плоскую» апертуру, которая может иметь форму прямоугольника, круга, креста или другой плоской геометрической фигуры. Тогда введенные выше векторные операции выполняются над векторами, попавшими в эту апертуру.

Свойства комбинированных векторных фильтров. Важным свойством медианных фильтров является сохранение на выходе «ступенчатого» сигнала, что позволяет сохранить после фильтрации контрастные детали сигналов. Возникает вопрос: имеют ли это свойство комбинированные векторные фильтры (8), (9)? Для ответа на этот вопрос был проведен следующий вычислительный эксперимент.

Векторный сигнал $F(j)$ имел две проекции, содержащие две «ступеньки» единичной амплитуды, и этот сигнал являлся входным для следующих векторных фильтров: ВМФ, ВФСС, ВКФ1, ВКФ2 и векторный гибридный фильтр (ВГФ). Выходной сигнал ВГФ определялся как

$$F^\Gamma(j) = \text{VM} \left[\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M F(i-j), F(i), \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M F(i+j) \right]. \quad (13)$$

Сигнал $F^\Gamma(j)$ является векторной медианной величиной трех векторов: среднего вектора, вычисленного по векторам, находящимся слева от точки i , исходного вектора $F(i)$ и среднего вектора, вычисленного по векторам, находящимся справа от точки i . Размер апертуры для всех фильтров $2M + 1$, $M = 1, 2, 3, 4$. Для ВКФ1 и ВКФ2 величина C_F была принята равной 0,5. Результаты эксперимента показали, что:

– ВМФ, ВКФ1, ВКФ2, ВГФ сохраняют сигналы «ступенчатого» типа, т. е. такие сигналы являются корневыми;

– ВФСС существенно сглаживает сигнал «ступенчатого» типа.

Важной статистической характеристикой фильтра является способность подавлять (фильтровать) шумы различной природы. Для исследования этого

свойства у рассматриваемых фильтров был проведен следующий вычислительный эксперимент.

Двумерный случайный вектор $\eta(i)$ генерировался по следующему правилу:

$$\eta(i) = \begin{cases} \xi(i) & \text{с вероятностью } p; \\ \varepsilon(i) & \text{с вероятностью } (1-p). \end{cases}$$

Случайный вектор $\varepsilon(i)$ имел нулевое среднее и сумму дисперсий, равную σ_ε^2 , для двух его статистически независимых проекций, подчиняющихся

Т а б л и ц а 1

Вероятность p	Размеры апертуры	Типы фильтров				
		ВФСС	ВМФ	ВГФ	ВКФ1	ВКФ2
0,0	2 · 1 + 1	0,285	0,537	0,453	0,301	0,265
	2 · 2 + 1	0,161	0,325	0,362	0,163	0,135
	2 · 3 + 1	0,112	0,231	0,308	0,113	0,088
0,01	2 · 1 + 1	0,307	0,376	0,328	0,213	0,186
	2 · 2 + 1	0,178	0,233	0,266	0,115	0,099
	2 · 3 + 1	0,126	0,171	0,231	0,081	0,066
0,05	2 · 1 + 1	0,313	0,231	0,222	0,134	0,117
	2 · 2 + 1	0,181	0,141	0,194	0,071	0,061
	2 · 3 + 1	0,128	0,101	0,182	0,048	0,039
0,1	2 · 1 + 1	0,318	0,179	0,205	0,106	0,092
	2 · 2 + 1	0,183	0,108	0,2	0,056	0,06
	2 · 3 + 1	0,129	0,077	0,191	0,038	0,044
0,25	2 · 1 + 1	0,327	0,166	0,279	0,127	0,112
	2 · 2 + 1	0,193	0,093	0,265	0,049	0,044
	2 · 3 + 1	0,138	0,069	0,248	0,033	0,031
0,4	2 · 1 + 1	0,325	0,226	0,351	0,211	0,195
	2 · 2 + 1	0,192	0,101	0,314	0,061	0,054
	2 · 3 + 1	0,138	0,072	0,282	0,035	0,034

Таблица 2

Вероятность p	Размеры апертуры	Типы фильтров				
		ВФСС	ВМФ	ВГФ	ВКФ1	ВКФ2
0,0	2 · 1 + 1	0,285	0,561	0,466	0,299	0,281
	2 · 2 + 1	0,161	0,337	0,371	0,165	0,14
	2 · 3 + 1	0,112	0,229	0,316	0,114	0,085
0,01	2 · 1 + 1	0,307	0,391	0,334	0,211	0,197
	2 · 2 + 1	0,178	0,241	0,269	0,116	0,101
	2 · 3 + 1	0,126	0,168	0,233	0,08	0,061
0,05	2 · 1 + 1	0,313	0,235	0,218	0,133	0,118
	2 · 2 + 1	0,181	0,144	0,187	0,072	0,061
	2 · 3 + 1	0,128	0,101	0,176	0,049	0,038
0,1	2 · 1 + 1	0,318	0,178	0,192	0,107	0,093
	2 · 2 + 1	0,183	0,108	0,184	0,0057	0,046
	2 · 3 + 1	0,129	0,077	0,177	0,039	0,028
0,25	2 · 1 + 1	0,327	0,15	0,259	0,124	0,093
	2 · 2 + 1	0,193	0,088	0,25	0,05	0,039
	2 · 3 + 1	0,138	0,063	0,258	0,033	0,025
0,4	2 · 1 + 1	0,325	0,201	0,338	0,188	0,166
	2 · 2 + 1	0,192	0,089	0,306	0,057	0,044
	2 · 3 + 1	0,138	0,061	0,276	0,036	0,027

нормальному распределению, случайный вектор $\xi(i)$ имел нулевое среднее и сумму дисперсий $\sigma_{\xi}^2 \gg \sigma_{\epsilon}^2$. Такая модель позволяла моделировать импульсные шумы, появляющиеся в измерениях с вероятностью p .

Определим коэффициент ослабления шума отношением

$$K = \frac{\sum_{i=1}^{N_{\text{выб}}} d(F^{\Phi}(i), 0)}{\sum_{i=1}^{N_{\text{выб}}} d(\eta(i), 0)},$$

Таблица 3

Вероятность p	Размеры апертуры	Типы фильтров				
		ВФСС	ВМФ	ВГФ	ВКФ1	ВКФ2
0,0	2 · 1 + 1	0,285	0,54	0,458	0,368	0,267
	2 · 2 + 1	0,161	0,33	0,368	0,195	0,137
	2 · 3 + 1	0,112	0,24	0,312	0,129	0,093
0,01	2 · 1 + 1	0,307	0,375	0,333	0,26	0,187
	2 · 2 + 1	0,178	0,234	0,272	0,138	0,099
	2 · 3 + 1	0,126	0,176	0,235	0,093	0,069
0,05	2 · 1 + 1	0,313	0,236	0,237	0,163	0,123
	2 · 2 + 1	0,181	0,145	0,207	0,085	0,062
	2 · 3 + 1	0,128	0,105	0,197	0,038	0,042
0,1	2 · 1 + 1	0,318	0,185	0,228	0,129	0,102
	2 · 2 + 1	0,183	0,112	0,218	0,066	0,051
	2 · 3 + 1	0,129	0,081	0,211	0,043	0,033
0,25	2 · 1 + 1	0,327	0,187	0,311	0,158	0,142
	2 · 2 + 1	0,193	0,102	0,29	0,064	0,053
	2 · 3 + 1	0,138	0,073	0,265	0,041	0,033
0,4	2 · 1 + 1	0,325	0,262	0,377	0,252	0,241
	2 · 2 + 1	0,192	0,114	0,331	0,077	0,068
	2 · 3 + 1	0,138	0,087	0,296	0,045	0,041

где $F^\Phi(i)$ – выходной сигнал исследуемого фильтра; 0 – нулевой вектор. Очевидно, что чем меньше это отношение, тем лучше фильтрующие свойства того или иного алгоритма.

В табл. 1 приведены значения K для пяти исследуемых фильтров при $d(\cdot) = d_2(\cdot)$, для разных значений p (вероятности появления импульсного шума) и различных размеров апертуры. В табл. 2 приведены значения K при $d(\cdot) = d_1(\cdot)$, а в табл. 3 – при $d(\cdot) = d_\infty(\cdot)$. Объем выборки $N_{\text{выб}}$ равен 10000, а «пороговое» значение C_F для комбинированных фильтров задавалось выражениями (10)–(12). Дисперсия $\sigma_\xi^2 = 10$, а $\sigma_\xi^2 = 10000$. Анализ таблиц, в которых наименьшие значения K выделены полужирным шрифтом, показывает, что даже в отсутствие импульсных шумов ($p = 0$) предлагаемые комби-

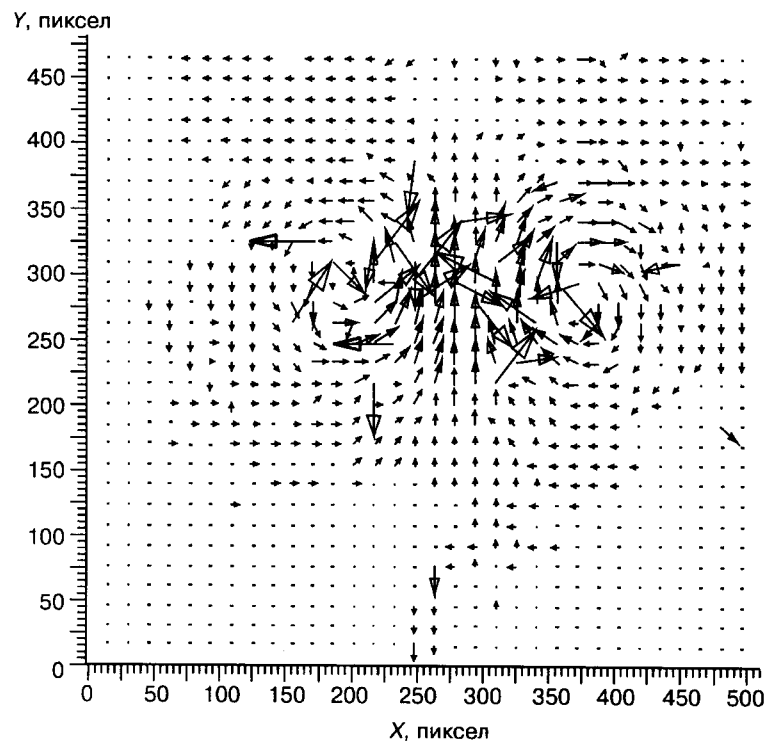


Рис. 1. Исходное векторное поле скоростей потока

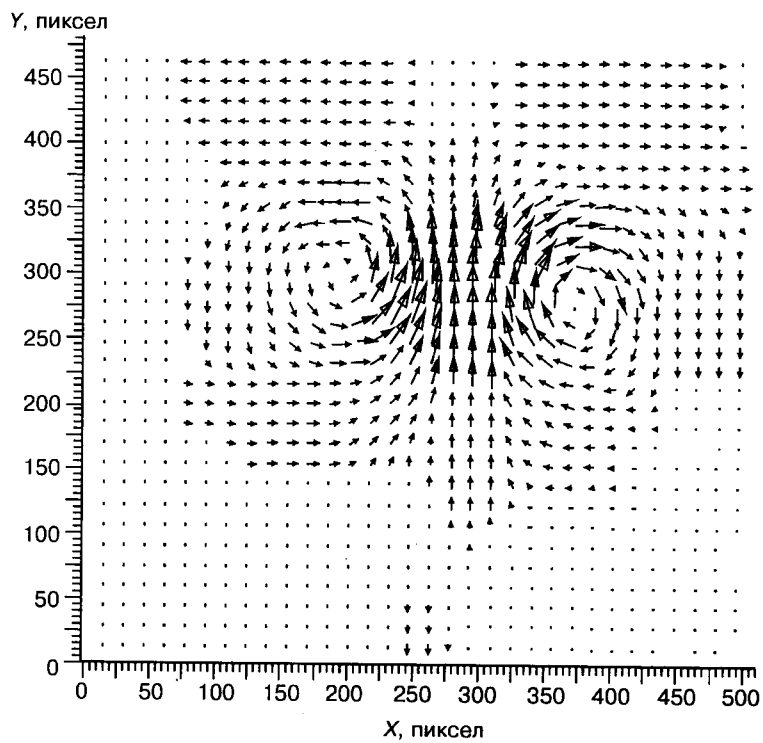


Рис. 2. Векторное поле скоростей после фильтрации ВКФ2

нированные ВКФ1 и ВКФ2 имеют меньшие значения K среди других рассматриваемых фильтров. При появлении импульсных шумов ВКФ1 и ВКФ2 имеют существенно меньшие значения K .

Таким образом, проведенные исследования показали хорошие фильтрующие свойства предложенных векторных комбинированных алгоритмов, сочетающиеся с возможностью сохранять контрастные «детали» (высоко-частотные составляющие) обрабатываемого векторного сигнала.

Обработка векторных полей скоростей потоков. В последние десятилетия широкое применение в экспериментальных исследованиях полей скоростей получил так называемый PIV-метод (particle image velocimetry method) [8]. Сущность этого метода заключается в том, что в точно определенные моменты времени t и $t + \Delta t$ фиксируется на пленку расположение в потоке специально введенных маркированных частиц. После соответствующей цифровой обработки координат этих частиц получают векторы скоростей [9]. К сожалению, ограниченный объем данных, используемых для вычисления таких векторов, обуславливает появление «аномальных» векторов, процент которых весьма высок (5–15 %). Типичное «исходное» векторное поле скоростей приведено на рис. 1 [9]. Для фильтрации этих аномальных векторов скорости был использован ВКФ2. Результат фильтрации представлен на рис. 2. Видно существенное улучшение точности вычисления полей скоростей по данным PIV-метода.

Заключение. Проведенные исследования и обработка реальных данных позволяют рекомендовать векторные комбинированные фильтры (8), (9) для фильтрации векторных сигналов, содержащих контрастные «детали» и искаженных смесью импульсного и низкоамплитудного шумов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хуанг Т. С. Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений. М.: Радио и связь, 1984.
2. Bovik A., Huang T., Munson D. A generalization median filtering using linear combinations of order statistics // IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process. 1983. ASSP-31, N 6. P. 1342.
3. Lee Y. H., Kassam S. Generalized median filtering and related nonlinear filtering techniques // IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process. 1985. ASSP-33, N 3. P. 672.
4. Бронников А. В., Воскобойников Ю. Е. Комбинированные алгоритмы нелинейной фильтрации зашумленных сигналов и изображений // Автометрия. 1990. № 1. С. 21.
5. Воскобойников Ю. Е., Белявцев В. Г. Алгоритмы фильтрации изображений с адаптивной размерами апертуры // Автометрия. 1998. № 3. С. 18.
6. Astola J., Ngavisto P., Neuvo Y. Vector median filter // Proc. IEEE. 1990. 78, N 4. P. 678.
7. Gallagher N. C., Wise Ir., Wise G. L. A theoretical analysis of the properties of median filters // IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process. 1981. ASSP-29, N 6. P. 1136.
8. Willert C. E., Gharib M. Digital particle image velocimetry // Experiments in Fluids. 1991. 10, N 1. P. 181.
9. Воскобойников Ю. Е., Иванов М. С., Кисленко Н. П., Мосейчук О. Н. Эффективные алгоритмы вычисления и обработки полей скоростей по изображениям частиц в потоке // Автометрия. 1996. № 3. С. 34.

Поступила в редакцию 15 марта 1999 г.