РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

АВТОМЕТРИЯ

№ 5 1999

УДК 519.68

В. Ю. Корнилов

(Санкт-Петербург)

АФФИННО-ИНВАРИАНТНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ И КОНТУРА

Найдено инвариантное к аффинному преобразованию однозначное представление изображения в виде счетного набора чисел, позволяющее полностью восстановить изображение с точностью до аффинного преобразования.

В настоящее время нет аффинно-инвариантного представления изображения в виде счетного набора чисел, позволяющего полностью восстановить изображение с точностью до аффинного преобразования.

Известные инвариантные признаки изображений представлены в обзоре [1]. В [2] была решена задача инвариантного к повороту представления изображения.

В данной статье с помощью аффинной нормализации задача аффинно-инвариантного представления изображения сводится к задаче инвариантного к повороту представления изображения. В качестве примера показано использование аффинной нормализации для аффинно-инвариантного представления контура.

Под изображением понимается заданная на плоскости функция яркости $F(x, y)$, отличная от нуля в ограниченной области.

Для аффинной нормализации используется центральный момент второго порядка, называемый в теоретической механике моментом инерции относительно оси. Предварительно начало координат переносится в центр тяжести изображения с координатами (x_0, y_0). Направление оси, проходящей через начало новой системы координат, задается единичным вектором $\mathbf{e} = (e_x, e_y)$. Расстояние от произвольной точки (x, y) до оси равно $|e_x y - e_y x|$. Момент инерции изображения относительно оси равен

$$J(\mathbf{e}) = \iint_{-\infty}^{\infty} (e_x y - e_y x)^2 F(x + x_0, y + y_0) dxdy = J_{xx} e_x^2 - 2J_{xy} e_x e_y + J_{yy} e_y^2,$$

где

$$J_{xx} = \iint_{-\infty}^{\infty} y^2 F(x + x_0, y + y_0) dxdy, \qquad J_{xy} = \iint_{-\infty}^{\infty} xyF(x + x_0, y + y_0) dxdy,$$

$$J_{yy} = \iint_{-\infty}^{\infty} x^2 F(x + x_0, y + y_0) dxdy.$$

Из теоретической механики известно, что поворотом системы координат можно добиться $J_{xy} = 0$. Сжимая или растягивая изображение по новым осям x и y, можно получить $J_{xx} = 1$ и $J_{yy} = 1$. Тогда для любой оси $J(\mathbf{e}) = 1$. Удовлетворяющее последнему условию изображение будет называться нормализованным. Следует отметить, что аффинному преобразованию нормализации соответствует матрица с положительным определителем.

Пусть $F_n(x, y)$ – нормализованное изображение $F(x, y)$, $F'(x, y)$ – изображение, полученное из $F(x, y)$ путем аффинного преобразования с положительным определителем матрицы, $F'_n(x, y)$ – нормализованное изображение $F'(x, y)$.

Утверждение. Изображения $F_n(x, y)$ и $F'_n(x, y)$ могут отличаться только поворотом.

Доказательство. Данные изображения связаны аффинным преобразованием с положительным определителем матрицы. Как известно, аффинное преобразование может быть представлено в виде последовательности преобразований сжатия или растяжения по двум перпендикулярным направлениям, сдвига, зеркального отражения и поворота. Изображения нормализованы, поэтому сжатий, растяжений и сдвига нет. В силу положительности определителя матрицы аффинного преобразования также нет зеркального отражения. Остается только поворот.

Из утверждения следует, что задача аффинно-инвариантного представления изображения сводится к задаче инвариантного к повороту однозначного представления нормализованного изображения. Последняя задача решена в [2]. Согласно [2], любому изображению однозначно соответствует инвариантное к повороту представление в виде счетного набора чисел, позволяющее полностью восстановить изображение с точностью до поворота. Подобный счетный набор чисел для нормализованного изображения и является инвариантным к аффинному преобразованию однозначным представлением изображения. Восстановленное нормализованное изображение с точностью до аффинного преобразования соответствует изображению. Для однозначности представления изображения на аффинное преобразование накладывается одно ограничение – положительность определителя матрицы.

Предложенная аффинная нормализация может быть использована для аффинно-инвариантного представления контура. Различие заключается в том, что при вычислении момента инерции интеграл нужно брать не по площади, а вдоль контура. Нормализованный контур следует известными методами представить в виде периодической функции от параметра. Задача инвариантного к сдвигу однозначного представления периодической функции также решена в [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Wood J.** Invariant pattern recognition: a review // Pattern Recognition. 1996. N 1.

2. **Корнилов В. Ю.** Инвариантное описание изображения // Автометрия. 1996. № 2. С. 71.

Поступила в редакцию 13 января 1999 г.