

УДК 534.22

Р. М. Тазиев, Е. А. Колосовский, А. С. Козлов

(Новосибирск)

### ОПТИМИЗАЦИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ДАТЧИКОВ ДАВЛЕНИЯ НА ПОВЕРХНОСТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛНАХ В $\alpha$ -КВАРЦЕ

Представлена простая полуаналитическая модель для расчета локальной чувствительности ПАВ-резонатора, размещенного в произвольной точке поверхности мембраны из кварца, к внешнему давлению и радиальному обжатию внешними силами. Это позволило провести тройную оптимизацию схемы двухканального дифференциального сенсора давления и достичь максимальной чувствительности путем соответствующего размещения ПАВ-резонаторов на поверхности мембраны, выбора лучшего среза и направления ПАВ в кристалле при одновременной минимизации влияния температурных и обжимающих воздействий. Теоретические расчеты находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными для различных срезов кварца. Обнаружены численно срезы кварца одновременно с высокой чувствительностью к внешнему давлению, низкой чувствительностью к радиальному обжатию мембраны и с нулевыми температурными коэффициентами ухода частоты ПАВ-резонаторов.

**Введение.** Материал  $\alpha$ -кварц широко применяется при конструировании устройств на поверхностных акустических волнах (ПАВ). С целью уменьшения чувствительности устройств на ПАВ к статическим внешним механическим и температурным воздействиям используется ряд срезов  $\alpha$ -кварца [1–3]. Один из них – так называемый STC-срез – предложен автором работы [4], другой – TG-срез – авторами работы [5]. Устройства на ПАВ в этих срезах нечувствительны к всестороннему радиальному обжатию и имеют чувствительность к динамическим температурным изменениям на порядок меньше по величине, чем хорошо известный STX-срез кварца [4, 5]. Однако для использования ПАВ-резонаторов в датчиках давления мембранного типа необходимо иметь ориентации с наибольшей чувствительностью к давлению и наименьшей чувствительностью к всестороннему радиальному обжатию мембран. Данному вопросу и посвящена настоящая работа.

Решение задачи распространения ПАВ в предварительно деформированной среде разбивается на два этапа: расчет полей деформации в пластинках, нагруженных внешними силами, и расчет характеристик распространения ПАВ в предварительно деформированных средах с помощью линеаризованных уравнений. Когда среда подвергнута постоянной однородной деформации, уравнения движения и граничные условия, записанные в терминах эффективных упругих постоянных, могут быть решены непосредственно. В

случае пространственно неоднородных деформаций эффективные упругие постоянные среды зависят от координат и прямое решение задачи становится невозможным. Тогда метод возмущений является наиболее подходящим для расчета малых изменений скорости акустической волны. С его помощью можно исследовать также влияние неоднородных полей напряжений на распространение поверхностной волны, когда активная область ПАВ-устройства простирается за пределы значительных изменений полей упругих напряжений в мембране.

Основной задачей подобных исследований является определение деформированного состояния пластины (мембраны), которое в существенной мере зависит от геометрии пластины и конструкции устройства, фиксирующего эту пластину. В последнее время для устранения и объяснения некоторых расхождений между теоретическими и экспериментальными данными о чувствительности ПАВ-устройств к ускорению и динамическим температурным изменениям используется метод конечных элементов для вычисления реального распределения полей упругих напряжений в области пластины, где размещается ПАВ-устройство [6, 7].

Нами получено и численно анализируется общее выражение, связывающее относительное изменение скорости ПАВ с внешним статическим давлением, приложенным к поверхности мембраны, а также со всесторонним и диаметрально симметричным обжатием анизотропной мембраны. Относительное изменение скорости находится методом возмущений [8, 9]. Все необходимые градиенты смещений, обусловленные внешними силами, получены аналитически для каждой точки мембраны. Таким образом, можно вычислить изменение частоты ПАВ-резонатора в любой локальной точке поверхности мембраны.

Задача достижения максимальной чувствительности к внешнему давлению ПАВ-сенсора рассматривается в общей постановке: выбор места расположения ПАВ-резонаторов на поверхности круглой кварцевой пластины и выбор среза и направления распространения ПАВ в кварце.

При произвольном направлении распространения ПАВ, используя аналитическое выражение для относительного изменения частоты резонатора, мы оптимизировали расположение двух резонаторов на ПАВ с целью достижения максимальной чувствительности датчика к прикладываемому к поверхности мембраны внешнему давлению. Следует отметить, что в случае всестороннего радиального обжатия по контуру круглой анизотропной пластины полученные выражения для компонент тензора напряжений такие же, как и для изотропной пластины, т. е. эти компоненты не зависят от координат. Однако для пары диаметрально симметричных сил обжатия пластины анизотропия среды играет существенную роль, и как результат этого компоненты тензора напряжений отличаются от аналогичных для изотропной пластины. Поэтому необходимо обязательно учитывать всестороннее радиальное обжатие жестко закрепленной мембраны из-за температурного расширения датчика.

Показано, что существует ряд срезов в кварце, имеющих как высокую чувствительность к давлению, так и малую чувствительность к всестороннему радиальному обжатию по контуру мембраны для дифференциального датчика давления на ПАВ. Для круглых кварцевых пластин результаты даны в виде карт изолиний чувствительности к давлению для дифференциального датчика давления на ПАВ как функции анизотропии кристалла. Сопоставляя эти данные с контурными картами изолиний чувствительности при всесто-

роннем обжати мембраны и контурными картами изолиний температурных коэффициентов задержки и коэффициента электромеханической связи ПАВ, можно выбрать оптимальный срез и направление распространения волны в кварце для конструирования датчика давления на ПАВ, что и исследовано в настоящей работе.

**Распространение ПАВ в предварительно деформированной среде** описывается уравнениями движения для малых динамических полей волны, накладываемых на основное поле деформации среды. Метод возмущений [8, 9] приводит к относительному изменению скорости волны  $V$ :

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{\int_V u_{i,j}^* \hat{C}_{ijkl} u_{k,l} dv}{2\rho_0 \omega_0^2 \int_V u_i^* u_i dv}, \quad (1)$$

$$\hat{C}_{ijkl} = T_{ik} \delta_{jl} + C_{ijklmn} E_{mn} + C_{ijmi} W_{l,n} + C_{injl} W_{j,n},$$

где  $\hat{C}_{ijkl}$  – эффективные упругие константы, зависящие от величины предварительной деформации среды;  $C_{ijkl}$  – упругие постоянные;  $\rho_0$  – плотность кристалла;  $T_{ij}$ ,  $E_{ij}$ ,  $W_{i,j}$  – тензор напряжений, тензор деформаций и градиенты вектора смещения соответственно;  $C_{ijklmn}$  – нелинейные константы жесткости третьего порядка;  $u_i$  – невозмущенное (до приложения статического давления) решение для поверхностной волны с фазовой скоростью  $V_0$  и угловой частотой  $\omega_0$ ;  $u_{i,j} = \partial u_i / \partial a_j$  ( $a_j$  – орты локальной системы координат, развернутой относительно кристаллографической). Выражение (1) в дальнейшем определяет чувствительность пьезодатчика [10].

**Нагруженная внешним давлением мембрана ПАВ-датчика.** Рассмотрим тонкую круглую пьезоэлектрическую пластинку толщиной  $h$  и радиусом  $R$ , которая жестко фиксирована по периметру и поверхность которой однородно нагружена давлением  $P$ . Поскольку пластинка тонкая, то деформация предполагается плоской. Компоненты тензора плоской деформации поверхности мембраны, обусловленные однородным давлением  $P$  одной из ее поверхностей, следующие [11]:

$$\begin{aligned} E_{11} &= \frac{3}{8} \left( \frac{R}{h} \right)^2 \frac{P}{C} \left\{ 1 - 3 \left( \frac{a_1}{R} \right)^2 - \left( \frac{a_2}{R} \right)^2 \right\}, \\ E_{22} &= \frac{3}{8} \left( \frac{R}{h} \right)^2 \frac{P}{C} \left\{ 1 - 3 \left( \frac{a_2}{R} \right)^2 - \left( \frac{a_1}{R} \right)^2 \right\}, \\ E_{12} &= -\frac{3}{4} \left( \frac{R}{h} \right)^2 \frac{P}{C} \left( \frac{a_1}{R} \frac{a_2}{R} \right). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $E_{11}$ ,  $E_{22}$  и  $E_{12}$  – компоненты тензора деформации;  $C$  – константа, состоящая из следующей комбинации упругих постоянных:  $C = (3(A_{11} + A_{22}) + 2(A_{12} + 2A_{66}))/8$ , где  $A_{ij} = C_{ij} - C_{i3} C_{j3} / C_{33}$ ,  $i, j = 1, 2, 6$ . Другие компоненты

тензора деформации могут быть получены из условия свободной поверхности  $T_{3i} = 0$ :

$$\begin{pmatrix} C_{33} & C_{34} & C_{35} \\ C_{43} & C_{44} & C_{45} \\ C_{53} & C_{54} & C_{55} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{33} \\ 2E_{23} \\ 2E_{13} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} C_{31} & C_{32} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{56} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{11} \\ E_{22} \\ 2E_{12} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Выражение (1) является функцией девяти компонент градиента вектора смещения среды. Однако предположения о плоской деформации и отсутствии центра вращения пластинки сводят выражение (1) к функции только от трех компонент тензора деформации:  $E_{11}$ ,  $E_{12}$ ,  $E_{22}$ .

В численных расчетах нами использованы материальные постоянные кварца из работ [12, 13]. Для простоты предполагаем, что ПАВ-устройство имеет размеры достаточно малые, чтобы можно было пренебречь влиянием пространственной зависимости тензоров напряжений в мембране на фазовую скорость ПАВ. Тогда из (1) и (2) получим выражение для локального относительного изменения скорости ПАВ [14]:

$$\frac{1}{A} \frac{\Delta V}{V_0} = \gamma_0 + \gamma_1 \left( \frac{a_1}{R} \right)^2 + \gamma_2 \left( \frac{a_2}{R} \right)^2 + \gamma_3 \left( \frac{a_1}{R} \frac{a_2}{R} \right), \quad (4)$$

из которого можно вычислить смещение частоты ПАВ-резонатора в произвольной локальной точке мембраны. Здесь коэффициенты  $\gamma_i$  зависят от материальных постоянных кристалла как явно, так и неявно через параметры ПАВ. Они могут быть рассчитаны на ЭВМ для произвольного среза и направления распространения волны в кварце (нормировочный коэффициент  $A = P(R/h)^2$  выбирается таким, чтобы выражение (4) было справедливо для произвольных размеров мембраны).

Для достижения максимальных значений чувствительности ПАВ-резонатора предварительно следует отыскать все локальные экстремумы функции (4). Легко можно показать, что один из них находится в центре мембраны с координатами  $a_1 = 0$ ,  $a_2 = 0$ . Две другие экстремальные координаты находятся на контурной линии мембраны и отыскиваются из выражения

$$\operatorname{tg} 2\theta = \gamma_3 / (\gamma_1 - \gamma_2). \quad (5)$$

Здесь параметр  $\theta$  задает координаты контурной линии мембраны:  $a_1 = R \cos \theta$  и  $a_2 = R \sin \theta$ . В результате получаем три экстремальных значения чувствительности  $\Delta V/V_0$ . Для ПАВ-датчика с одним ПАВ-резонатором (одноканальная схема) следует выбрать только одно максимальное значение. Для двухканального дифференциального сенсора (см. схему на рис. 1, а) выбираются такие два значения, чтобы абсолютная величина их разницы была максимальной. Это позволяет достичь максимальной чувствительности ПАВ-сенсора давления. Координаты этих экстремальных значений являются местом расположения ПАВ-резонаторов на поверхности мембраны. Двухканальная дифференциальная схема сенсора предпочтительнее одноканальной, поскольку она не только повышает чувствительность датчика в целом,

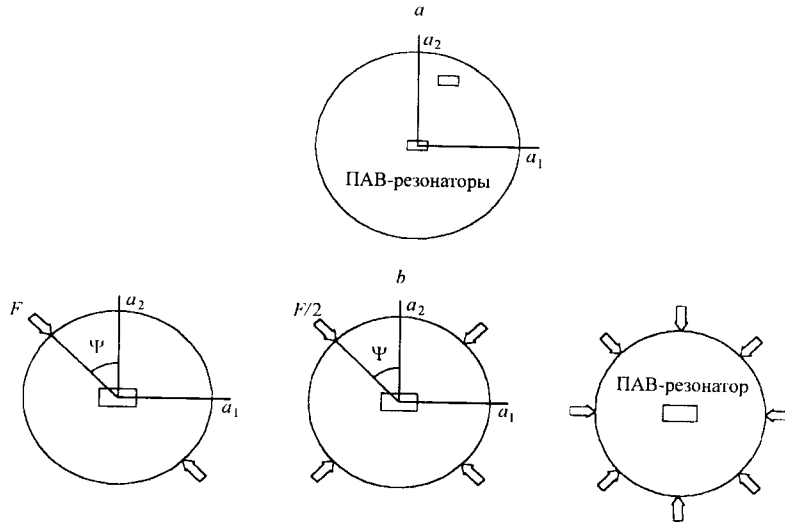


Рис. 1. Схема двухканальной дифференциальной структуры сенсора с коллинеарными направлениями распространения ПАВ в резонаторах (а) и схемы воздействия на круглую кварцевую пластинку одной–двух пар ортогональных диаметрально симметричных сил и всестороннего радиального обжатия (б)

но и существенно компенсирует влияние изменения температуры на ПАВ-датчик давления [10].

**Радиальное обжатие тонких анизотропных круглых пластин.** Компоненты тензора напряжений для этой задачи в случае изотропной тонкой круглой пластины получены аналитически [1]. Однако для анизотропной среды данная задача должна решаться уже численно с помощью метода конечных элементов [7]. Представляется, что для двумерных систем, таких как тонкая пластинка, возможен более приемлемый подход на основе теории функций комплексной переменной. Известно, что эта задача сводится к задаче отыскания двух аналитических функций  $F_1$  и  $F_2$ , которые могут быть представлены следующим образом [10]:

$$\begin{aligned}
 F_1(z_1) &= \sum_m A_m P_{1m}(z_1), \quad m=0,1,2,3,\dots, \\
 F_2(z_2) &= \sum_m B_m P_{2m}(z_2), \\
 P_{jm} &= (\eta_j + Q_j)^m + (\eta_j - Q_j)^m, \quad j=1,2, \\
 \eta_j &= \frac{z_j}{(1 - i\mu_j)R}, \quad Q_j = \left[ \eta_j^2 - \frac{(1 + i\mu_j)}{(1 - i\mu_j)} \right]^{1/2},
 \end{aligned} \tag{6}$$

где  $z_1 = a_1 + \mu_1 a_2$ ;  $z_2 = a_1 + \mu_2 a_2$  ( $\mu_1$  и  $\mu_2$  – комплексные постоянные, зависящие только от упругих постоянных материала пластинки,  $R$  – радиус

мембраны). Неизвестные  $A_m$  и  $B_m$  определяются из граничных условий на контурной граничной линии круглой пластинки:

$$2\operatorname{Re}[F_1(z_1) + F_2(z_2)] = - \int Y_n dt = f_1(t), \quad (7)$$

$$2\operatorname{Re}[\mu_1 F_1(z_1) + \mu_2 F_2(z_2)] = \int X_n dt = f_2(t),$$

где  $X_n, Y_n$  – проекции внешней нагружающей силы обжатия  $F$  мембраны на координатные оси  $a_1$  и  $a_2$ ;  $t$  – параметр контурной граничной линии круглой пластинки.

Компоненты тензора напряжений внутри круга выражаются через производные функций  $F_1$  и  $F_2$ :

$$\begin{aligned} T_{11} &= 2\operatorname{Re}[\mu_1^2 F_1'(z_1) + \mu_2^2 F_2'(z_2)], \\ T_{22} &= 2\operatorname{Re}[F_1'(z_1) + F_2'(z_2)], \\ T_{12} &= -2\operatorname{Re}[\mu_1 F_1'(z_1) + \mu_2 F_2'(z_2)]. \end{aligned} \quad (8)$$

На рис. 1, *b* схематично изображены три исследованные нами ситуации радиального обжатия. Случай всестороннего радиального обжатия анизотропной пластинки самый простой, поскольку для него компоненты тензора напряжений  $T_{ij}$  постоянны, как в изотропной пластинке:

$$T_{11} = T_{22} = F/(2Rh), \quad T_{12} = 0. \quad (9)$$

Следовательно, возможно простое по сравнению с [7] решение анизотропной задачи в виде рядов (6). Исследование решения показало, что для центральной окрестности пластинки при вычислении  $F_1(z_1)$  и  $F_2(z_2)$  достаточно учесть два–три члена ряда. Вблизи же границы число членов возрастает.

Для полноты рассмотрения необходимо упомянуть следующее. При радиальном обжатии анизотропной пластинки строгое решение в общем случае может быть получено с помощью изящного приема, на который впервые обратил внимание Савин [15]. Он предложил воспользоваться известной формулой Шварца [16], которая восстанавливает аналитическую функцию внутри круга по ее вещественной части, заданной на контуре круга. Применительно к нашей задаче окончательные выражения для функций (6) записываются так:

$$\begin{aligned} F_1(z_1(\xi)) = F_1(\xi) &= \frac{1}{4\pi(\mu_2 - \mu_1)} \int_0^{2\pi} [\mu_2 f_1(t) - f_2(t)] \frac{e^{i'' + \xi}}{e^{i''} - \xi} dt, \\ F_2(z_2(\xi)) = F_2(\xi) &= \frac{-1}{4\pi(\mu_2 - \mu_1)} \int_0^{2\pi} [\mu_1 f_1(t) - f_2(t)] \frac{e^{i'' + \xi}}{e^{i''} - \xi} dt. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь  $f_1, f_2$  – компоненты сил обжатия (7);  $t$  – параметр контурной граничной линии некоторой области (она одна и та же для всех трех областей:  $z, z_1$  и  $z_2$ );  $z_j(\xi)$  – конформное преобразование, отражающее внутреннюю об-

ласть круга  $|\xi| < 1$  во внутреннюю область эллипсов  $z_j = a_1 + \mu_j a_2$ . (Следует отметить, что в (6) и (10) вся информация об упругой анизотропии среды содержится только в двух постоянных:  $\mu_1$  и  $\mu_2$ .)

Таким образом, имея при любом срезе распределение напряжений в круглой анизотропной пластине, обжимаемой по краю, можно решить последнюю задачу – выбор среза, минимально чувствительного к такого рода обжатиям. Оптимизацией выбора среза, максимально чувствительного к деформациям мембраны, а также ориентацией и расположением пары ПАВ-резонаторов, работающих по дифференциальной схеме, достигается полная оптимизация ПАВ-датчика давления.

**Численные результаты и их обсуждение.** На рис. 2 для одно- и двухканального (дифференциального) сенсоров представлены двумерные карты изолинии максимальных значений чувствительности ПАВ к давлению как функции углов Эйлера: среза подложки  $\Phi$  и  $\theta$  и направления распространения волны  $\Psi$ . Отметим, что для каждого из значений углов Эйлера  $\Phi$ ,  $\theta$  и  $\Psi$  местоположения двух резонаторов были оптимизированы таким образом, чтобы достичь максимальной чувствительности, согласно выражениям (4), (5). С учетом данной оптимизации (обозначим ее как «оптимизация 1») нами шаг за шагом полностью исследован весь набор срезов и направлений распространения ПАВ в кварце с дискретным значением по углу в  $10^\circ$ . При таком выборе угловой дискретности чувствительность ПАВ-устройства оказалась достаточно гладкой функцией этих трех эйлеровых углов. Для численных расчетов нами использовались следующие параметры кварцевой мембраны:  $h = 1$  мм,  $R = 10$  мм,  $P = 10^6$  кПа. Обнаружено, что существует ряд срезов кварца с чувствительностью к давлению почти вдвое большей, чем в хорошо известном STX-срезе  $\alpha$ -кварца с углами Эйлера  $\Phi = 0$ ;  $\theta = 132,75$ ;  $\Psi = 0^\circ$ . Представляется, что наиболее подходящим для использования является срез с углами  $\Phi = 0$ ,  $\theta = 140^\circ$  и направлением распространения ПАВ в  $40^\circ$  относительно оси X кварца с чувствительностью  $3,5 \cdot 10^{-11}$  Па $^{-1}$ . Оптимизи-

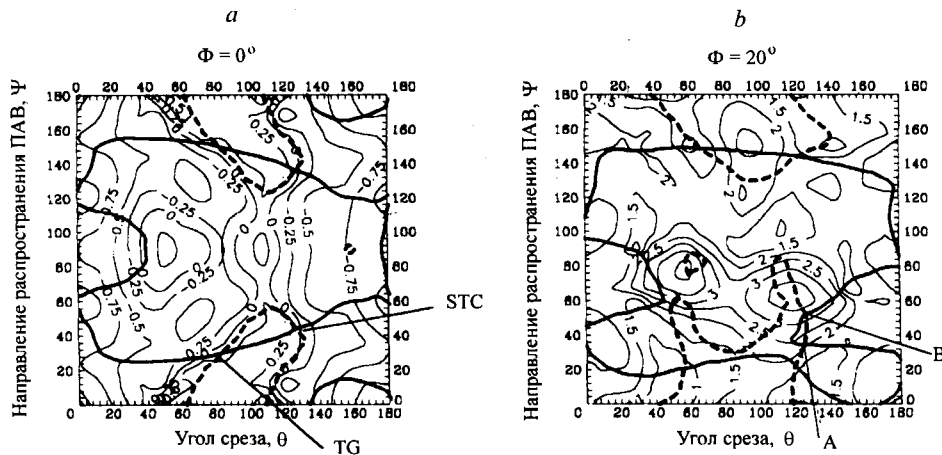


Рис. 2. Контурные изолинии чувствительности к давлению для одноканального (ПАВ-резонатор в центре мембраны) (а) и для двухканального сенсора на ПАВ (b): жирная сплошная кривая – нулевая изолиния ТКЗ ПАВ, штриховая – изолиния нулевой чувствительности ПАВ к радиальному всестороннему обжатию мембраны

зация по выбору лучшего среза анизотропной подложки (обозначим ее как «оптимизация 2») для двухканальной реализации датчика давления позволяет в 8–10 раз повысить чувствительность датчика по сравнению с оптимизированным одноканальным сенсором. В этом можно убедиться, сравнивая значения рельефа приведенных на рис. 2 контурных изолиний чувствительности к внешнему давлению для одно- и двухканального сенсоров.

Вместе с тем необходимым условием качественной работы сенсора является требование слабой чувствительности к температурным изменениям и всестороннему обжатию анизотропной мембраны. Были рассчитаны контурные карты изолиний чувствительности ПАВ к всестороннему обжатию мембраны и изолиний температурных коэффициентов задержки (ТКЗ) волны первого порядка. Сопоставляя эти карты друг с другом (методом наложения), можно выбрать оптимальные срезы и направления распространения ПАВ в кварце с целью достижения максимальной чувствительности к внешнему давлению и минимальной чувствительности к радиальным внешним механическим воздействиям устройства, фиксирующего мембрану, т. е. минимизировать влияние изменений температуры. Обозначим эту процедуру как «оптимизация 3».

Результат такой оптимизации отражен на рис. 2, где в точках пересечения сплошной жирной и штриховой кривых находятся рабочие срезы, нечувствительные как к изменению температуры, так и к всестороннему радиальному обжатию мембраны одновременно. Авторы таким способом нашли хорошо известные срезы кварца: TG-срез и STC-срез. На рис. 2, *b* видно, что существуют еще по крайней мере два среза, обладающие вышеупомянутыми свойствами при углах Эйлера  $\Phi = 20, \theta = 127, \Psi = 55^\circ$  и  $\Phi = 20, \theta = 125, \Psi = 36^\circ$ . Из рис. 3, *a, b*, где приведены коэффициенты электромеханической связи, заключаем, что эти срезы вполне пригодны для возбуждения ПАВ, поскольку для них коэффициенты электромеханической связи велики и равны 0,04 и 0,05 % соответственно. И наконец, из сравнения изолиний чувствительности к давлению на рис. 2, *a, b* видно, что значения чувствительности двухканального сенсора на ПАВ к внешнему давлению для этих срезов равны  $3,6 \cdot 10^{-11}$  и  $2,3 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$  соответственно, что больше анало-

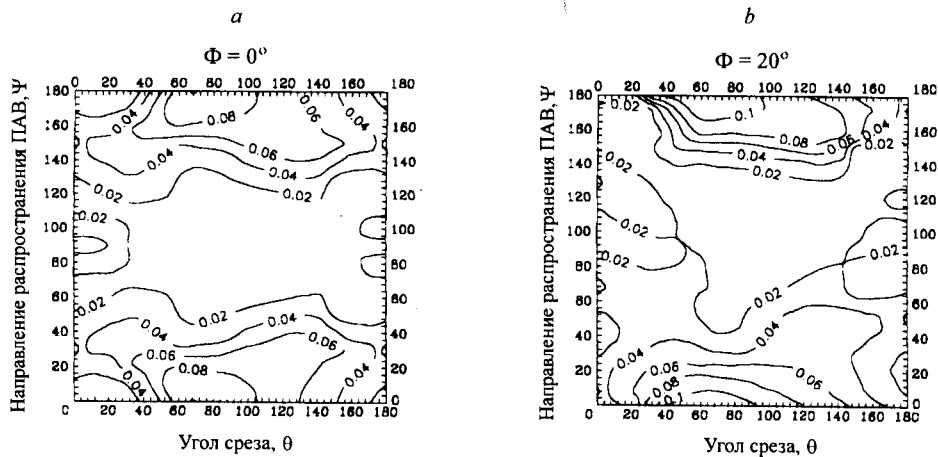


Рис. 3. Контурные изолинии коэффициента электромеханической связи ПАВ в  $\alpha$ -кварце для двух срезов с углами Эйлера: *a* –  $\Phi = 0$  и *b* –  $\Phi = 20^\circ$



гичных значений для одноканального сенсора приблизительно в 15 раз. Эти значения чувствительности реализуются при следующих положениях ПАВ-резонаторов на поверхности мембраны: один из них расположен с координатами центра резонатора  $(0; R)$ , а другой – с  $(R; 0)$  для среза с углами Эйлера  $\Phi = 20, \theta = 127$  и  $\Psi = 55^\circ$ . Для среза с углами Эйлера  $\Phi = 20, \theta = 125, \Psi = 36^\circ$  центры ПАВ-резонаторов расположены на поверхности с координатами  $(0,4R; -0,9R)$  и  $(0,9R; 0,4R)$  соответственно.

Следует отметить, что все резонаторы располагаются на граничной контурной линии мембраны и ни один из них не находится в центре мембраны. И этому есть вполне объяснимая причина, а именно: относительное изменение скорости ПАВ в любой локальной точке мембраны, обусловленное приложенным к ее поверхности внешним давлением, можно, согласно (4), записать в виде, зависящем от координат  $a_1, a_2$ :

$$\Delta V/V_0 = \beta_{11}T_{11}(a_1, a_2) + \beta_{22}T_{22}(a_1, a_2) + \beta_{12}T_{12}(a_1, a_2). \quad (11)$$

При всестороннем радиальном обжатии мембраны аналогичная формула для чувствительности не зависит от координат (9):

$$\Delta V/V_0 = \beta_{11}T_{11} + \beta_{22}T_{22}. \quad (12)$$

Здесь  $\beta_{ij}$  – коэффициенты, зависящие только от материальных констант пластинки. Сравнивая оба выражения, можно предположить, что для одноканальной реализации сенсора на ПАВ не существует срезов, которые обладали бы как максимальной чувствительностью к внешнему давлению, так и минимальной чувствительностью к радиальному обжатию мембраны. Скорее, в кварце существуют срезы и направления распространения волны со слабой чувствительностью как к давлению, так и к радиальному обжатию мембраны, и наоборот. Действительно, численные результаты, представленные на рис. 2, а, подтверждают, что для ПАВ-резонатора, расположенного в центре мембраны, слабая чувствительность к радиальному обжатию мембраны сочетается со слабой чувствительностью к внешнему давлению мембраны (жирный пунктир практически совпадает с нулевой изолинией чувствительности к давлению).

Естественно, при представлении результатов встает вопрос об их верификации. Точки на пересечении нулевых изолиний (см. рис. 2, а), обозначенные символами TG и STC, в точности соответствуют известным [4, 5] TG-срезу и STC-срезу кварца, широко используемым в приложениях ПАВ-резонаторов с весьма малой чувствительностью к давлению и радиальному обжатию мембраны. В конечном итоге это позволяет минимизировать влияния различных внешних механических воздействий на стабильность частоты ПАВ-резонаторов.

Правильность нашей модели расчета проверялась также путем сопоставления с результатами других авторов. На рис. 4, а, б показана зависимость относительного ухода частоты ПАВ-резонатора от азимутального угла приложенных радиальных сил обжатия для ST-среза и STC-среза кварца. Кривые 1 и 2 (см. рис. 1, б) рассчитаны для одной и двух пар диаметрально симметричных сил обжатия мембраны с амплитудой  $F$  и  $F/2$  соответственно. Сплошные линии относятся к чисто анизотропной модели для тензора напряжений  $T_{ij}$ . Штриховые линии соответствуют результатам, полученным

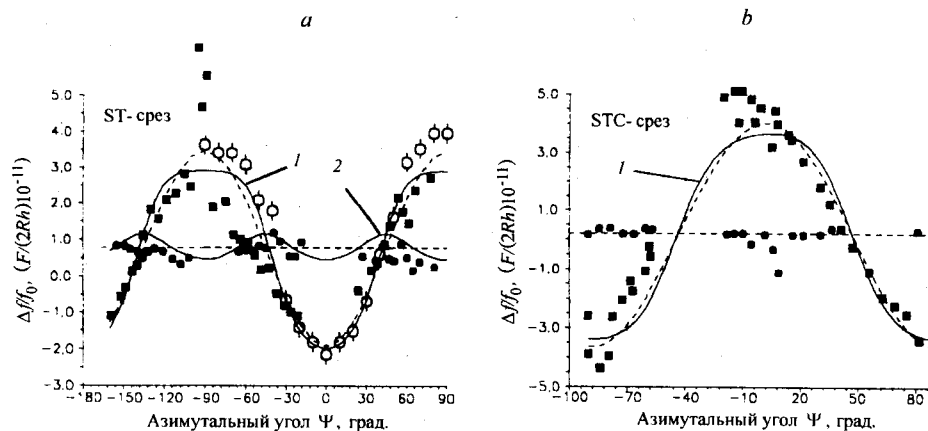


Рис. 4. Графики зависимости коэффициента частота резонатора–сила обжатия от азимутального угла  $\Psi$  для резонатора на ПАВ, расположенного в центре мембраны ST-среза (а) и STC-среза кварца (b): светлые кружки – экспериментальные данные из [1]; темные квадраты и кружки – экспериментальные данные из [7] для одной и двух ортогональных диаметрально симметричных пар сил обжатия пластинки соответственно

нами с учетом изотропной модели тензора напряжений  $T_{ij}$ , предложенной в [1], но коэффициенты  $\beta_{ij}$  в (11) рассчитывались с учетом полной анизотропии  $\alpha$ -кварца. Видно неплохое соответствие между изотропной и анизотропной моделями расчетов, а также численными результатами и экспериментальными данными из [1, 7]. Две пары диаметрально симметричных сил (см. рис. 4) уже фактически моделируют всестороннее обжатие (горизонтальная штриховая прямая).

Нами были изготовлены мембраны и измерены характеристики датчиков (см. таблицу, мембраны 1–3). Данные же по мембранам 4, 5 были взяты из работы [10]. Хорошее совпадение рассчитанных и экспериментальных

Сравнение экспериментальных и численных значений чувствительности ПАВ-резонаторов для кварцевых мембран

Номер мембраны	Толщина, мм	Диаметр, мм	Расстояние между центрами резонаторов, мм	Центральная частота резонатора, МГц	Подложка ( $\alpha$ -кварц)	Экспериментальная относительная чувствительность, Па <sup>-1</sup> · 10 <sup>-12</sup>	Теоретическая относительная чувствительность, Па <sup>-1</sup> · 10 <sup>-12</sup>
1	2	9	4	310	Y,X-срез	60	75,4
2	2	9	4	310	ST,X-срез	20,2	24
3	1,1	12	4,8	360	ST,X-срез cut	90	100
4	0,38	12,7		130	Y,X-срез	2700	2770
5	0,25	10	3,8	105	Y,X-срез	1400	1300

данных, приведенных в таблице, является аргументом в пользу корректности принятой модели расчета датчиков давления на ПАВ мембранного типа.

**Заключение.** Представленная простая полуаналитическая модель расчета локальной чувствительности ПАВ-резонатора, размещенного в произвольной точке поверхности мембраны из кварца, впервые позволила провести полную оптимизацию сенсора давления с учетом анизотропии. Обнаружены численно срезы кварца одновременно с высокой чувствительностью к внешнему давлению и низкой чувствительностью к радиальному обжатию мембраны и с нулевыми температурными коэффициентами ухода частоты ПАВ-резонаторов. Теоретические расчеты для различных срезов кварца находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Sinha B. K., Tanski W. J., Lukaszek T., Ballato A.** Influence of biasing stresses on the propagation of surface waves // *J. Appl. Phys.* 1985. **57**, N 3. P. 767.
2. **Theobald G., Hauden D.** Theoretical analysis of dynamic thermal effects in SAW devices // *Proc. 38th Ann. Freq. Contr. Symp.* 1984. IEEE Cat. 84CH2068-8. P. 294.
3. **Ballandras S., Bigler E.** Experimental study of SAW quartz cuts with low sensitivity to dynamical thermal effects // *Electron. Lett.* 1991. **27**, N 26. P. 1343.
4. **Sinha B. K.** A stress and temperature compensated orientation and propagation direction for surface acoustic wave devices // *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelect. Freq. Contr.* 1987. **34**, N 1. P. 64.
5. **Bigler E., Theobald G., Hauden D.** SAW quartz cuts with low stress and temperature sensitivity // *Electron. Lett.* 1987. **23**, N 10. P. 514.
6. **Sinha B. K., Locke S.** Acceleration and vibration sensitivity of SAW devices // *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelect. Freq. Contr.* 1987. **34**, N 1. P. 29.
7. **Ballandras S., Bigler E.** New results for the characterization of SAW sensitivity to mechanical stresses using finite element analysis // *IEEE Ultrason. Symp. Proc.* 1991. **1**. P. 425.
8. **Tiersten H. F., Sinha B. K.** A perturbation analysis of the attenuation and dispersion of surface waves // *J. Appl. Phys.* 1978. **49**, N 1. P. 87.
9. **Tiersten H. F., Baumhauer J. C.** Nonlinear electroelastic equations for small fields superposed on a bias // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1973. **54**, N 4. P. 1017.
10. **Малов В. В.** Пьезорезонансные датчики. М.: Атомиздат, 1989.
11. **Лехницкий С. Г.** Решение задачи о плоской деформации для анизотропной упругой эллипсоидальной пластины // *ДАН СССР.* 1937. **15**, № 2. С. 527.
12. **Bechmann R., Ballato A. D., Lukaszek T. J.** Higher order temperature coefficients of the elastic stiffness and compliances of alpha-quartz // *Proc. IRE.* 1962. **50**, N 6. P. 1812.
13. **Thurston R. N., McSkimmin H. J., Andreatch P.** Third-order elastic constants of quartz // *J. Appl. Phys.* 1966. **37**, N 1. P. 267.
14. **Taziev R. M., Kolosovsky E. A., Kozlov A. S.** Deformation-sensitive cuts for surface acoustic waves in  $\alpha$ -quartz // *IEEE Inter. Freq. Contr. Symp. Proc.* 1993. P. 660.
15. **Савин Г. Н.** Некоторые задачи теории упругой анизотропной среды // *ДАН СССР.* 1939. **23**, № 3. С. 217.
16. **Лаврентьев М. А., Шабат Б. В.** Методы теории функций комплексного переменного. М.: Физматгиз, 1958.

*Поступила в редакцию 13 января 1998 г.*