

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ  
А В Т О М Е Т Р И Я

---

№ 1

1999

УДК 621.391

С. В. Гангнус, А. В. Скрипаль, Д. А. Усанов

(Саратов)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЙ ОБЪЕКТА  
С ПОМОЩЬЮ ОПТИЧЕСКОГО ГОМОДИННОГО МЕТОДА

Показана возможность восстановления характеристик сложного движения объекта в гомодинной интерференционной системе. Метод основан на использовании фурье-представления функции, характеризующей движения объекта. Представлены экспериментальные результаты по восстановлению формы движения несинусоидально вибрирующего зеркала.

**Введение.** Известна группа гетеродинных методов измерения перемещений [1–3], в которых используются два лазера. Основная трудность при их реализации – обеспечение стабильности частоты лазеров. В [4, 5] для измерения абсолютного расстояния до перемещающегося объекта предложен полупроводниковый лазер, работающий на двух частотах.

Другая группа – это гомодинные интерференционные методы с использованием одного лазера. Измерительная интерференционная система в этом случае реализуется, как правило, по схемам интерферометров Фабри – Перо, Майкельсона и Маха – Цендера. Регистрируемый сигнал в таких системах имеет достаточно сложную форму, и поэтому восстановление по нему характеристик движения объекта оказывается непростой задачей. Для дешифровки выходного интерференционного сигнала предложены различные методы [1, 6–8], большинство из которых построено в предположении, что объект колеблется на одной частоте.

В данной работе предлагается метод обработки сигнала, позволяющий восстанавливать вид функции колебаний объекта, движущегося по негармоническому закону. В разд. 1 представлена теория метода. В разд. 2 приведены результаты моделирования и эксперимента.

**1. Теоретическое рассмотрение.** 1.1. *Восстановление формы движения объекта по интерференциальному сигналу.* Переменная составляющая интерференционного сигнала имеет вид [9]:

$$I(t) = A \cos\left(\theta + \frac{4\pi}{\lambda} f(t)\right), \quad (1)$$

где  $A$  – амплитудный коэффициент, зависящий от интенсивностей интерферирующих лучей и передаточной характеристики регистрирующей аппаратуры (например, фотодетектора);  $t$  – время;  $\theta$  – фаза сигнала;  $\lambda$  – длина волны

лазера;  $f(t)$  – функция, характеризующая продольные движения объекта, которая в общем случае может быть представлена в виде

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} c(v) \exp(i2\pi v t) dv. \quad (2)$$

Здесь  $c(v) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) \exp(-i2\pi v \tau) d\tau$ ;  $v$  – частота.

Далее мы будем рассматривать нормированную переменную составляющую интерференционного сигнала:

$$U(t) = \cos\left(\theta + \frac{4\pi}{\lambda} f(t)\right). \quad (3)$$

Нормированный интерференционный сигнал  $U(t)$  вычисляется по формуле

$$U(t) = (2I(t) - (A_{\max} + A_{\min})) / (A_{\max} - A_{\min}), \quad (4)$$

где  $A_{\max}$  и  $A_{\min}$  – максимальное и минимальное значения интерференционного сигнала, полученного при перемещении объекта более чем на  $\lambda/4$ . (Пусть  $\theta = 0$ . Если  $f(t) = 0$ , то  $I(t) = A * 1 = A_{\max}$ , а  $U(t) = 1$ . Если  $f(t) = \lambda/4$ , то  $I(t) = A * (-1) = A_{\min}$ , а  $U(t) = -1$ .)

Если априори не известно, что величина смещения объекта более чем  $\lambda/4$ , то необходимо провести калибровку установки с помощью тестового объекта, совершающего перемещение более чем на  $\lambda/4$ , и из полученного интерференционного сигнала взять значения  $A_{\max}$  и  $A_{\min}$ .

Проведем дифференцирование нормированного интерференционного сигнала (выражение (3)) с учетом представления (2):

$$\frac{dU(t)}{dt} = -\sin\left(\theta + \frac{4\pi}{\lambda} f(t)\right) \int_{-\infty}^{+\infty} i \frac{8\pi^2 v}{\lambda} c(v) \exp(i2\pi v t) dv \quad (5)$$

и введем в рассмотрение функцию  $S(t)$  следующего вида:

$$S(t) = \frac{\frac{dU(t)}{dt}}{|1 - U^2(t)|^{1/2}} = \int_{-\infty}^{+\infty} i \frac{8\pi^2 v}{\lambda} c(v) \exp(i2\pi v t) dv. \quad (6)$$

Для определения знака функции  $\sqrt{1 - U^2(t)}$  используется следующая процедура. По значениям функции  $U(t)$  (рис. 1, a) вычисляем значение функции  $\sqrt{1 - U^2(t)}$ . Знак квадратного корня в первой точке задаем произвольно (например, «+», рис. 1, c). Определяем знак производной  $U'(t)$  (рис. 1, b). Затем при построении функции  $\sqrt{1 - U^2(t)}$  изменяем ее знак на противоположный в точках, где производная  $U'(t)$  равна нулю (см. рис. 1, c). Из рисунка видно, что в некоторых точках (например, в точках  $t = A$  и  $t = B$ ) имеется разрыв функции  $\sqrt{1 - U^2(t)}$ . Тогда, используя условие непрерывности этой

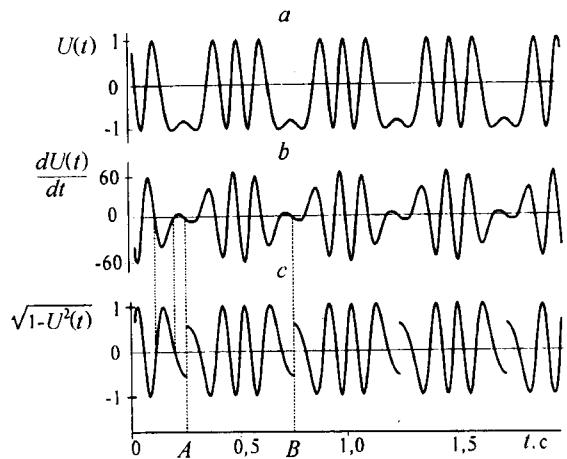


Рис. 1. Процедура определения знака квадратного корня: *a* – нормированная переменная составляющая интерференционного сигнала  $U(t) = \cos(4\pi * 0,8 * \sin(2\pi f(t)))$ ,  $f = 1$  Гц; *b* – производная интерференционного сигнала; *c* –  $\sqrt{1 - U^2(t)}$

функции, изменяем знак функции  $\sqrt{1 - U^2(t)}$  на участках, лежащих между двумя разрывами (например, участок  $[A, B]$ ), на противоположный. Выполнение этой процедуры приводит к получению непрерывной функции  $\sqrt{1 - U^2(t)}$  с учетом знака.

Сравнивая интегральные представления функций  $f(t)$  и  $S(t)$  (выражения (2) и (6)), можно заметить, что спектральные плотности этих функций отличаются множителем  $i \frac{8\pi^2 v}{\lambda}$ . Таким образом, построив на основе экспериментальных данных функцию  $S(t)$ , можно определить амплитуды  $c(v)$  на частотах  $v$  подлежащей определению функции  $f(t)$ , характеризующей движение объекта:

$$c(v) = \frac{\lambda}{i8\pi^2 v} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\tau) \exp(-i2\pi v\tau) d\tau, \quad (7)$$

и, используя представление (2), восстановить саму функцию  $f(t)$ .

В приведенном алгоритме определения знака функции  $\sqrt{1 - U^2(t)}$  делается произвольное предположение о ее знаке в первой точке  $t = 0$  ( $+\sqrt{1 - U^2(0)}$  или  $-\sqrt{1 - U^2(0)}$ ). Это приводит к тому, что мы можем определить только вид функции, описывающей движения объекта, но не направление движения. Однако предлагаемый нами метод может быть использован для контроля параметров периодических движений, например негармонических вибраций, в тех случаях, когда неопределенность в направлении движения объекта не является практически значимым фактором, а интерес представляет только величина смещения объекта.

Определить направление движения можно с помощью методов сдвига фазы [9, 10]. В [9] направление движения объекта определяется по направле-

нию смещения интерференционных полос. В методе сдвига фазы, предложенном в [10], используются два луча с ортогональной поляризацией.

Рассмотрим частный случай, когда объект совершает сложное, но периодическое колебательное движение. Функция, описывающая такое движение объекта, может быть представлена в виде ряда Фурье:

$$f(t) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \sin(2\pi kvt + \varphi_k), \quad (8)$$

где  $v$  – основная частота вибраций объекта;  $c_k$  и  $\varphi_k$  – амплитуда и фаза механических вибраций на частоте  $kv$ . Для этого случая

$$S(t) = -\frac{\frac{dU(t)}{dt}}{[1 - U^2(t)]^{1/2}} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{8\pi^2 kv}{\lambda} c_k \cos(2\pi kvt + \varphi_k). \quad (9)$$

Функцию  $S(t)$  можно представить в виде разложения в ряд Фурье:

$$S(t) = \sum_{k=1}^{\infty} b_k \cos(2\pi kvt + \varphi_k). \quad (10)$$

Тогда, вычисляя коэффициенты ряда Фурье  $b_k$  функции  $S(t)$ , можно определить соответствующие спектральные составляющие  $c_k$  сложного периодического движения объекта (6) из соотношения

$$c_k = \frac{\lambda b_k}{8\pi^2 kv} \quad (11)$$

и восстановить вид  $f(t)$ .

Следует отметить, что в ряде случаев при определении знака функции  $S(t)$  разрыв функции  $\sqrt{1 - U^2(t)}$  может оказаться на уровне шумов измерительной системы. Для устранения неопределенности такого рода необходимо проводить восстановление формы  $f(t)$  при различных фазах интерференционного сигнала  $\theta$ .

**1. 2. Восстановление движения объекта с использованием двух интерференционных сигналов.** Восстановить движение объекта с учетом направления движения можно с помощью двух интерференционных сигналов, один из которых имеет фазовую задержку на  $\pi/2$  по сравнению с другим:

$$I_1(t) = A \cos\left(\theta + \frac{4\pi}{\lambda} f(t)\right), \quad (12)$$

$$I_2(t) = A \cos\left(\pi/2 + \theta + \frac{4\pi}{\lambda} f(t)\right) = -A \sin\left(\theta + \frac{4\pi}{\lambda} f(t)\right). \quad (13)$$

В (12) и (13) использованы одинаковые амплитудные коэффициенты. Это означает, что обеспечена идентичность измерительных каналов каждого интерференционного сигнала.

Рассмотрим функцию  $S(t)$  вида

$$\begin{aligned}
 S(t) = \frac{\frac{dI_1(t)}{dt}}{I_2(t)} &= -\frac{-A \sin\left(\theta + \frac{4\pi}{\lambda} f(t)\right) \int_{-\infty}^{+\infty} i \frac{8\pi^2 v}{\lambda} c(v) \exp(i2\pi vt) dv}{-A \sin\left(\theta + \frac{4\pi}{\lambda} f(t)\right)} = \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} i \frac{8\pi^2 v}{\lambda} c(v) \exp(i2\pi vt) dv. \tag{14}
 \end{aligned}$$

По сравнению с рассмотренным выше методом в этом случае нет необходимости в реализации дополнительной процедуры по определению знака функции  $\sqrt{1 - U^2(t)}$ . Знак функции  $S(t)$  зависит от знака производной интерференционного сигнала  $I'_1(t)$  и знака второго интерференционного сигнала  $I_2(t)$ .

Сравнивая выражения (6) и (14), видим, что они совпадают. Поэтому дальнейшее восстановление неизвестной функции движения объекта  $f(t)$  проводят по аналогии с рассмотренным ранее. В этом случае восстанавливается и направление движения объекта. Однако реализация метода требует значительного усложнения схемы экспериментальной установки и процедуры измерений.

**2. Моделирование и эксперимент.** Предлагаемый способ определения формы функции движения объекта достаточно просто осуществить с помощью цифровой обработки сигнала на ЭВМ. Трудность при реализации данного метода связана с необходимостью вычисления производной. Чтобы уменьшить, например, влияние шума на результат вычисления производной, ее значения необходимо вычислять по нескольким соседним отсчетам (точкам) исходного интерференционного сигнала [11].

Нами было проведено моделирование восстановления функции движения объекта по предложенному методу с применением одного интерференционного сигнала. В ходе моделирования задавалась функция  $f(t)$ , характер-

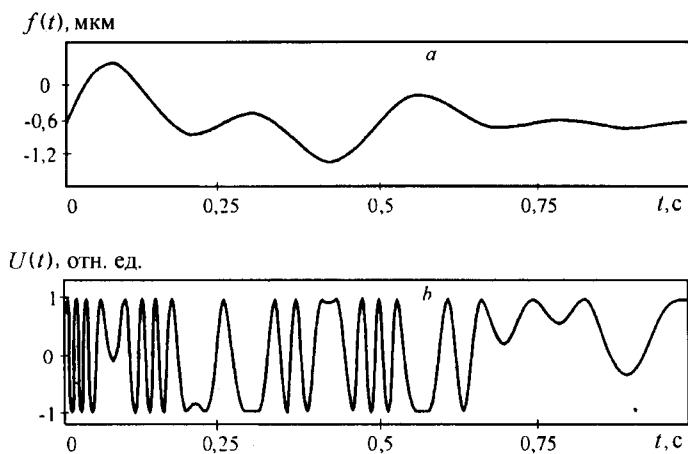


Рис. 2. Заданная функция движения объекта (а) и рассчитанный по ней интерференционный сигнал (б)

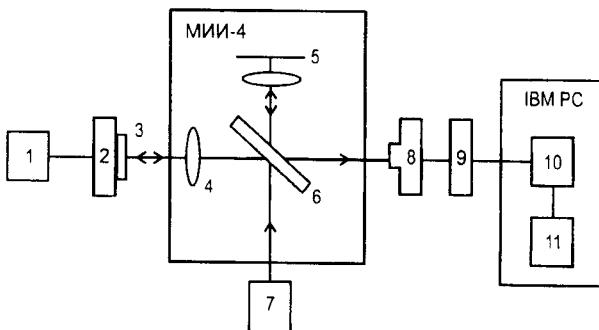


Рис. 3. Схема экспериментальной установки

ризующая продольное движение объекта (рис. 2, *a*). По ней рассчитывался интерференционный сигнал согласно (3). Его форма приведена на рис. 2, *b*. Затем решалась обратная задача: восстановление функции движения объекта по интерференционному сигналу. Проведенное моделирование подтвердило возможность определения вида функции, описывающей движения объекта, предложенным методом. Было получено совпадение рассчитанной и исходной форм движения объекта с относительной погрешностью менее 1 %. Также было установлено, что для вычисления производной необходимо использовать четыре или более точек.

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 3. В эксперименте применялся микроинтерферометр МИИ-4 в качестве гомодинной интерференционной системы. Исследуемым объектом было зеркало 3, специальным образом закрепленное на пьезокерамической пластинке 2, колебания которой возбуждались генератором 1 (ГЗ-56/1). Крепление зеркала обеспечивало его негармоническую вибрацию [12]. Источником излучения 7 был Не–Не–лазер (ЛГН-113). Интерференционный сигнал получался на выходе микроинтерферометра, оптическая схема которого включала: микрообъектив 4, опорное зеркало 5, светофильтрующую пластину 6. Интерференционный сигнал регистрировался точечным фотодетектором (ФД-265) 8, помещенным в плоскости изображения интерференционной картины. Через усилитель

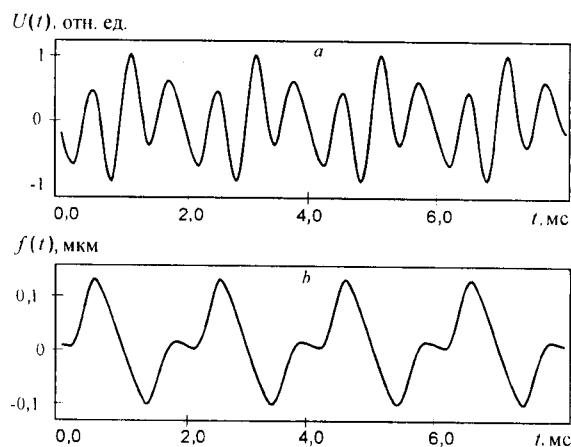


Рис. 4. Экспериментальный интерференционный сигнал (*a*) и восстановленное движение зеркала (*b*)

литель (У4-28) 9 и аналого-цифровой преобразователь 10 сигнал, снимаемый с фотодетектора, поступал для обработки на ЭВМ 11.

В эксперименте использовалось зеркало, совершающее колебание с амплитудой более чем  $\lambda/4$ . Для этого плавно увеличивалась амплитуда колебаний зеркала при повышении напряжения, подаваемого с генератора 1 на пьезокерамическую пластинку 2. Увеличение амплитуды проводилось до тех пор, пока не начинался процесс увеличения числа интерференционных пиков.

На рис. 4, *a* представлена форма интерференционного сигнала, полученного при отражении оптического излучения от несинусоидально вибрирующего зеркала. По полученному интерференционному сигналу проводилось восстановление функции колебания зеркала. На рис. 4, *b* приведена восстановленная форма колебаний исследуемого объекта по описанной выше методике.

**Заключение.** Таким образом, предложен метод восстановления движения объекта в гомодинной системе, основанный на одновременном измерении временной зависимости интерференционного сигнала и его производной. Использование предложенного способа обработки сигнала позволяет расширить область применения оптического гомодинного метода для исследования формы негармонических колебаний объекта.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Suemoto Y.** Laser heterodyne and homodyne measurements of impulsive displacement // Opt. Commun. 1990. **75**, N 3–4. P. 201.
2. **Takahashi N., Kakuma S., Ohba R.** Active heterodyne interferometric displacement measurement using optical feedback effects of laser diode // Opt. Eng. 1996. **35**, N 3. P. 802.
3. **Lin Y. J., Pan C. L.** Precision displacement measurement by active laser heterodyne interferometry // Appl. Opt. 1991. **30**, N 13. P. 1648.
4. **Suzuki T., Sasaki O., Maruyama T.** Absolute distance measurement using wavelength-multiplexed phase-locked laser diode interferometry // Opt. Eng. 1996. **35**, N 2. P. 492.
5. **Ishii T., Onodera R.** Two-wavelength laser diode interferometry that uses phase-shifting techniques // Opt. Lett. 1991. **16**. P. 1523.
6. **Усанов Д. А., Скрипаль А. В., Вагарин В. А., Васильев М. Р.** Гомодинные методы измерения // Зарубеж. радиоэлектрон. 1995. № 6. С. 135.
7. **Jin W., Zhang L. M., Uttamchandani D., Culshaw B.** Modified J1 ... J4 method for linear readout of dynamic phase changes in a fiber-optic homodyne interferometer // Appl. Opt. 1991. **30**, N 31. P. 4496.
8. **Wang Y., Chiang F.-P.** New moire interferometry for measuring three-dimensional displacements // Opt. Eng. 1994. **33**, N 8. P. 2654.
9. **Wang Z., Graca M. S., Bryanston Cross P. J., Whitehouse D. J.** Phase-shifted image matching algorithm for displacement measurement // Opt. Eng. 1996. **35**, N 8. P. 2327.
10. **Jin G., Bao N.** Applications of a novel phase-shift method using a computer-controlled polarization mechanism // Opt. Eng. 1994. **33**, N 8. P. 2733.
11. **Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1978.
12. **Usanov D. A., Skripal A. V., Kurenkova O. N.** Laser vibrodiagnostics of nonhomogeneous materials // Measurement. 1993. **11**, N 3. P. 257.

Поступила в редакцию 25 июня 1998 г.