РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

АВТОМЕТРИЯ

№ 5 1998

УДК 535.241.13 : 534

А. С. Задорин

(Томск)

МОДУЛЯЦИЯ СВЕТА ПРЕРЫВИСТЫМИ АКУСТИЧЕСКИМИ СИГНАЛАМИ

Предложена математическая модель динамической оптической передаточной функции (ДОПФ) акустооптического модулятора (АОМ), управляемого прерывистым сигналом, т. е. сигналом с огибающей типа Rect(t/τ) и произвольной внутриимпульсной модуляцией. Установлено, что в течение короткого времени фронта ДОПФ τ' к дифракционному полю $\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t)$ на выходе АОМ добавляется световой пучок со сдвинутой несущей частотой. Величина этого сдвига линейно увеличивается по мере отклонения от направления синхронизма. Указанный пучок формируется фронтом акустического пакета и, интерферируя с основным, изменяет динамику $\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t)$. Приведены расчетные графики, показывающие, что при управляющем сигнале прямоугольной формы интерференционный процесс проявится в асимметрии зависимости $\mathbf{E}_1(t)$. Показано, что при длительности фронтов $\tau_ф$ управляющего сигнала, значительно превышающих τ', влиянием указанного пучка на поле $\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t)$ можно пренебречь.

Использование акустооптического взаимодействия (АОВ) для модуляции света звуком основано, как известно, на зависимости амплитуды дифракционного поля от направления, частоты, мощности и других параметров акустической волны, динамически перестраиваемых сигналом $U(t)$ [1]. При этом быстродействие и другие показатели акустооптических модуляторов (АОМ) определяются скоростью переходных процессов (ПП) формирования дифракционного поля $\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t)$ на выходе АОМ. В связи с необходимостью оптимизации динамических показателей АОМ важное значение приобретает разработка математической модели процесса АОВ в поле пакета ультразвукового излучения $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$. Такая модель должна основываться на решении соответствующей дифракционной задачи, для которой пакет $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$ является подвижным рассеивающим объемом. В этой задаче граничные условия для $\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t)$ фиксируются на двух смежных границах пакета, что указывает на принципиально двумерный характер решения $\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t)$. Тем не менее для расчета $\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t)$, как правило, используются одномерные решения, полученные в приближении «замытых» поперечных границ пакета [1–3]. Указанное обстоятельство ограничивает применимость данной модели узкополосными сигналами, не позволяя анализировать динамику $\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t)$ в поле широко используемых на практике прерывистых сигналов (ПС), т. е. сигналами $U(t)$ с огибающей типа Rect(t/τ) и произвольной внутриимпульсной модуляцией [1]. В данной работе получено решение для $\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t)$, свободное от указанного выше ограничения.

Прежде всего заметим, что световое поле $\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t)$ на выходе изопланарного акустооптического модулятора в общем случае связано с полем $\mathbf{E}_0(\mathbf{r}, t)$ на входе соотношением [4]

$$E_1(\mathbf{r}, t) = \int_S \int_{-\infty}^{t} E_0(\mathbf{r}', t')h'(\mathbf{r}-\mathbf{r}', t-t')d\mathbf{r}'\, dt',$$

где $\mathbf{r}, \mathbf{r}'$ – пространственные координаты в пределах апертуры пучков; $h'(\mathbf{r}, t)$ – функция Грина, определяющая напряженность электрического поля на выходном зрачке АОМ, создаваемую δ-импульсом точечного источника на входе. Если $\mathbf{E}_0(\mathbf{r})$ не зависит от времени, то последнее соотношение упрощается:

$$E_1(\mathbf{r}, t) = \int_S E_0(\mathbf{r}')h(\mathbf{r}-\mathbf{r}', t)d\mathbf{r}'. \qquad (1)$$

Входящую сюда динамическую весовую функцию

$$h(\mathbf{r}-\mathbf{r}', t) = \int_0^{\tau} h'(\mathbf{r}-\mathbf{r}', t-t')dt' \qquad (2)$$

будем называть динамической функцией рассеяния (ДФР) [4]. Согласно (1), (2), ДФР зависит от параметров акустического пучка, закона модуляции и полностью определяет свойства АОМ. Применив к (1) преобразование Фурье по пространственным и временным координатам и выразив спектры пространственных частот опорного и дифрагированного пучков через соответствующие угловые спектры $\mathbf{E}_0(\theta_0)$ и $\mathbf{E}_1(\theta_1, f)$, получим

$$\mathbf{E}_1(\theta_1, f) = \mathbf{E}_0(\theta_0)H_f(\delta K), \qquad (3)$$

где θ_α – угол между волновым вектором $\mathbf{k}_\alpha$ плоской волны из спектра пучка и его осью $\mathbf{N}_\alpha$ $(\alpha = 0, 1)$; $H_f(\delta K)$ – временной спектр динамической оптической передаточной функции (ДОПФ) $H(\delta K)$ системы; δK – аргумент H_f, связанный с частотой f и углом θ_0. Углы θ_0 и θ_1 также зависят друг от друга и частоты f. При малых вариациях f и θ_0 эти зависимости можно аппроксимировать линейными членами ряда Тейлора:

$$\theta_1 = Af + B\theta_0, \qquad (4)$$

$$\delta K = Cf + D\theta_0, \qquad (5)$$

где A, B, C, D – коэффициенты, определяемые свойствами среды взаимодействия и геометрией АОВ. Из (3)–(5) следует, что переходные процессы в поле дифрагированной волны дальней зоны формально определяются соотношением

$$E_1(\theta_1, t) = \mathcal{F}^{-1}\left\{E_0\left(\theta_0 = \frac{\theta_1}{B} - \frac{A}{B}f\right)H_f\left(\delta K = \left(C - \frac{AD}{B}\right)f + \frac{D}{B}\theta_1\right)\right\}, \quad (6)$$

где оператором $\mathcal{F}^{-1}\{\ldots\}$ обозначено обратное преобразование Фурье по времени. Выражение (6) сводит задачу расчета поля $\mathbf{E}_1(\theta_1, t)$ к отысканию ДОПФ $H(t, \delta K)$ системы и коэффициентов A, B, C и D. Для определения указанных параметров рассмотрим следующую модель. В безграничной однородной немагнитной кристаллической среде без потерь в направлении лучевой нормали $\mathbf{q}_e$ со скоростью V распространяющийся ПС $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$ возмущает диэлектрическую проницаемость среды ε как $\varepsilon = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon U_m(\mathbf{r}, t)$. Здесь $U_m(\mathbf{r}, t)$ – распределение комплексной амплитуды пакета. В области, освещаемой монохроматическим пучком света $\mathbf{E}_0(\mathbf{r})$, это возмущение приведет к модуляции самого пучка $\mathbf{E}_0(\mathbf{r}, t)$ и в режиме брэгговского АОВ к связи $\mathbf{E}_0(\mathbf{r}, t)$ с дифрагированным пучком $\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t)$. Представим поля $\mathbf{E}_0(\mathbf{r}, t)$, $\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t)$, $U_m(\mathbf{r}, t)$ соответствующими частотно-угловыми спектрами $\mathbf{E}_0(\omega, \mathbf{k}_0)$, $\mathbf{E}_1(\omega, \mathbf{k}_1)$ и $U_m(\Omega, \mathbf{K})$, полагая при этом, что последняя зависимость разделяется по переменным Ω и $\mathbf{K}$, т. е. $U_m(\Omega, \mathbf{K}) = F(\Omega)S_m(\mathbf{K})$. Здесь $F(\Omega)$ и $S_m(\mathbf{K})$ – частотный и угловой спектры ультразвукового пакета. Для распределений $\mathbf{E}_0(\omega, \mathbf{k}_0)$, $\mathbf{E}_1(\omega, \mathbf{k}_1)$ акустооптическая связь будет выражаться в том, что в возмущенной области амплитуды их составляющих будут являться медленно изменяющимися функциями координаты $\mathbf{r}$. Учитывая это обстоятельство, а также полагая, что поляризация волн постоянна в пределах $\mathbf{E}_0(\omega, \mathbf{k}_0, \mathbf{r})$, $\mathbf{E}_1(\omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{r})$, подставим данные выражения в волновое уравнение для напряженностей электрических полей. В результате, приравнивая члены с равными частотами, получим систему уравнений в частных производных для $\mathbf{E}_0(\omega, \mathbf{k}_0, \mathbf{r})$, $\mathbf{E}_1(\omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{r})$:

$$i\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \operatorname{grad} E_1(\omega + \Omega, \theta_1)\exp(-i\mathbf{k}_1\mathbf{r})d\theta_1 =$$

$$= \xi_1 \int\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int S_m(K)F(\Omega)E_0(\omega, \theta_0)\exp[i(\mathbf{K} - \mathbf{k}_0)\mathbf{r}]dKdfd\theta_0, \quad (7)$$

$$i\int\limits_{-\infty}^{\infty} \operatorname{grad} E_0(\omega - \Omega, \theta_0)\exp(-i\mathbf{k}_0\mathbf{r})d\theta_0 =$$

$$= \xi_0 \int\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int S_m(K)F(f)E_1(\omega, \theta_1)\exp[i(\mathbf{K} - \mathbf{k}_1)\mathbf{r}]dKdfd\theta_0, \quad (8)$$

где

$$\xi_\alpha = \frac{\omega_0^2\varepsilon_0\mu_0(\mathbf{e}_1 \cdot \Delta\varepsilon \cdot \mathbf{e}_0)}{2(\mathbf{e}_1 \cdot B_\alpha \cdot \mathbf{e}_0)}, \qquad B_\alpha = (2\Gamma \cdot \mathbf{k}_\alpha - \Gamma\mathbf{k}_\alpha - \mathbf{k}_\alpha\Gamma); \quad (9)$$

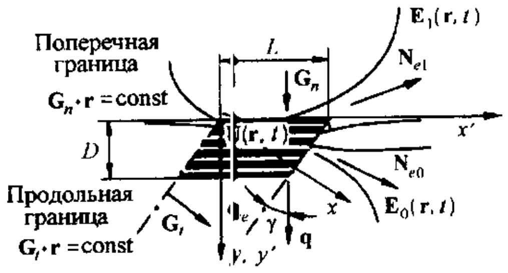

Рис. 1. Взаимная ориентация пучков при АОВ

Г – единичный вектор, направленный вдоль $\mathrm{grad}E_{0,1}$; $\mathbf{e}_0, \mathbf{e}_1$ – векторы поляризации опорного и дифрагированного пучков. Индекс α здесь и далее пробегает значения 0, 1. Граничные условия системы (7), (8) для точечного опорного поля и взаимной ориентации взаимодействующих пучков, соответствующей рис. 1, имеют вид:

$$E_0(x=0)=1, \qquad E_1(x=0)=0, \tag{10а}$$

$$E_0(y=0)=1, \qquad E_1(y=D)=0, \tag{10б}$$

где x, y – координаты, отсчитываемые соответственно вдоль нормалей $\mathbf{G}_n$ и $\mathbf{G}_t$; D – пространственный размер пакета в продольном направлении (см. рис. 1). Система (7), (8) приводится к обыкновенным дифференциальным уравнениям, если известна ориентация векторов $\mathrm{grad}E_{0,1}$. Выделим два альтернативных варианта освещения пакета $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$. В первом случае точечный пучок $\mathbf{E}_0(\mathbf{r})$ проходит в возмущенную область через продольную границу пакета и порождает дифрагированный пучок, удовлетворяющий (10а), а во втором – через поперечную границу $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$ и возбуждает поле, удовлетворяющее второму граничному условию (10б). В дальнейшем данные световые пучки будем называть соответственно t- и n-пучками, а их волновые параметры помечать индексами t и n. Векторы $\mathrm{grad}E_{\alpha t}(\omega, \theta_\alpha)$ могут быть отличными от нуля лишь в области локализации пакета $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$. Причем если эта область заполнена однородным монохроматическим звуковым полем, то на ее передней границе данные векторы всегда направлены по нормали [1–3]. В рассматриваемом случае границы поля $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$ можно аппроксимировать плоскостями $\mathbf{G}_n \cdot \mathbf{r} = \mathrm{const}$ и $\mathbf{G}_t \cdot \mathbf{r} = \mathrm{const}$ (см. рис. 1). Тогда областью взаимодействия плоских волн t-спектров $E_{\alpha t}(\omega, \theta_\alpha)$ с частотно-угловыми составляющими акустического поля будет являться бесконечный плоский слой с нормалью $\mathbf{G}_t$. Следовательно,

$$\mathrm{grad}E_{\alpha t}(\omega, \theta_\alpha) = \mathbf{G}_t \, \frac{dE_{\alpha t}(\omega, \theta_\alpha)}{dx}, \tag{11}$$

где x – координата, отсчитываемая вдоль $\mathbf{G}_t$. Аналогично находим направление $\mathrm{grad}E_{\alpha n}(\omega, \theta_\alpha)$ для плоских волн n-пучка:

$$\mathrm{grad}E_{\alpha n}(\omega, \theta_\alpha) = \mathbf{G}_n \, \frac{dE_{\alpha n}(\omega, \theta_\alpha)}{dy}. \tag{12}$$

Здесь y – координата, отсчитываемая вдоль $\mathbf{G}_n$.

Определим дифракционное псле t-пучка в линейном режиме АОВ. Для этого подставим (11), (12) в (7) и приравняем амплитуды волн с одинаковыми пространственными зависимостями на плоскостях $\mathbf{G}_t \cdot \mathbf{r} = \text{const}$ и $\mathbf{G}_n \cdot \mathbf{r} = \text{const}$ соответственно. В результате получим

$$\frac{d}{dx} E_{1t}(\omega + 2\pi f, \theta_1) = -i\xi_1 \int\int_{-\infty}^{+\infty} S_m(K_\tau) F(f) E_0(\omega, \theta_0) \exp(i\Delta\mathbf{K}_t \cdot \mathbf{r}) dK_\tau df, \tag{13а}$$

$$\frac{d}{dy} E_{1n}(\omega + 2\pi f, \theta_1) = -i\xi_1 \int\int_{-\infty}^{+\infty} S_m(K_\tau) F(f) E_0(\omega, \theta_0) \exp(i\Delta\mathbf{K}_n \cdot \mathbf{r}) dK_\tau df, \tag{13б}$$

где $f = 2\pi\Omega$, K_τ – частота и тангенциальная компонента вектора $\mathbf{K}$ монохроматической составляющей звуковой волны из углового спектра $S_m(\mathbf{K})$; $\Delta\mathbf{K}_{t,n}$ – вектор фазовой расстройки с модулем $\Delta K_{t,n}$, направленный вдоль векторов $\mathbf{G}_{t,n}$ (рис. 2):

$$\Delta\mathbf{K}_{t,n} = \mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_{1t,n} + \mathbf{K} = \Delta K_{t,n} \mathbf{G}_{t,n}. \tag{14}$$

Для отыскания частотного спектра ДОПФ $H_f(f, 0)$ необходимо положить:

$$E_0(\omega, \theta_0) = \delta(\omega - \omega_0) E_0(\theta_0),$$

где $E_0(\theta_0) = 1$ – угловой спектр δ-источника. Кроме того, следует выразить векторы $k_{1t,n}$, $\Delta\mathbf{K}_{t,n}$ через переменные интегрирования f, K_τ и угол θ_1, т. е. определить коэффициенты A, B, C, D в соотношениях (4), (5). Для t-пучка эти коэффициенты определим аналогично [3]. С этой целью годографы векторных функций $\mathbf{k}_{\alpha t,n}$ и $\mathbf{K}$ в (14) вблизи частоты синхронизма f_0 представим формулами Френе, умножим результат векторно сначала на $\mathbf{G}_t$, а затем на лучевую нормаль $\mathbf{N}_{1et}$ дифрагированного пучка. В итоге после

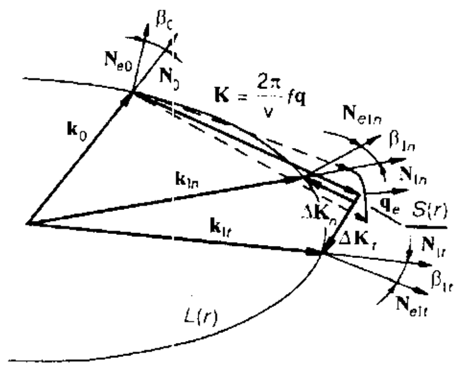

Рис. 2. Векторная диаграмма для n- и t-пучков

интегрирования по K_τ получим уравнение для частотного спектра t-пучка в дальней зоне:

$$\frac{d}{dx}H_{ft}(f,\theta_1)=-i\xi_1 U(x)F(f-f^0)E_0(\theta_{0t})\exp(i\Delta K_t(f,\theta_1)x), \tag{15}$$

где

$$\left.\begin{aligned}\theta_{0t}(f,\theta_1)&=-\frac{A_t}{B_t}(f-f_0)+\frac{1}{B_t}\theta_1,\\ \Delta K_n(f,\theta_1)&=\left(C_t-\frac{A_tD_t}{B_t}\right)(f-f_0)+\frac{D_t}{B_t}\theta_1;\end{aligned}\right\} \tag{16}$$

$$\left.\begin{aligned}A_t&=\frac{\lambda_0}{Vn_1}\frac{|\mathbf{q}_e\cdot\mathbf{q}|}{|\mathbf{q}_e\times\mathbf{N}_{e1}|}\cos\beta_1, & B_t&=\left(\frac{\cos\beta_1}{\cos\beta_0}\right)\frac{|\mathbf{q}\times\mathbf{N}_{e1}|\cdot n_0}{|\mathbf{q}_e\times\mathbf{N}_{e1}|\cdot n_1},\\ C_t&=-\frac{2\pi}{V}\frac{|\mathbf{q}_e\cdot\mathbf{N}_{e1}|}{|\mathbf{q}_e\times\mathbf{N}_{e1}|}, & D_t&=\frac{2\pi n_0}{\lambda_0\cos\beta_0}\frac{|\mathbf{N}_{e1}\times\mathbf{N}_{e0}|}{(\mathbf{q}_e\times\mathbf{N}_{e1})};\end{aligned}\right\} \tag{17}$$

$U_t(x)$ – распределение амплитуды звукового пучка вдоль нормали $\mathbf{G}_t$. Интегрируя (15) по x от 0 до $L\times\cos\gamma$, с учетом (10а) определим спектр ДОПФ t-пучка:

$$H_{ft}(f,\theta_1)=-i\xi_1 F(f-f_0)S_m(\Delta K_t(f,\theta_1))\exp\left[i\Delta K_t(f,\theta_1)\frac{L}{2}\right]. \tag{18}$$

Применив далее к (18) обратное преобразование Фурье по времени, получим $H_t(t,\theta_1)=\mathcal{F}^{-1}\{H_{ft}(f,\theta_1)\}$. Поле n-пучка определим в сопровождающей пакет $\mathbf{U}(\mathbf{r},t)$ системе координат x', y', связанной с лабораторной системой x, y-преобразованием:

$$\left.\begin{aligned}y'&=y-Vt,\\ t'&=t,\end{aligned}\right\}$$

где y – координата, отсчитываемая вдоль $\mathbf{q}^0$. Точку $y'=0$ совместим с задней границей пакета (см. рис. 1). В подвижных координатах процесс дифракции n-пучка в принципиальном плане полностью совпадает с рассмотренным выше процессом АОВ t-пучка. Различия здесь связаны с изменением ориентации граничной плоскости и соответствующим поворотом вектора $\mathrm{grad}E_n(\omega,\theta_\alpha)$, а также с увеличением скорости V_τ перемещения опорного пучка по данной плоскости в $\zeta=|\mathbf{q}\times\mathbf{N}_0|/(\mathbf{q}\cdot\mathbf{N}_0)$ раз ($V_\tau=\zeta V$). Если (14) подставить в (13б) и выполнить преобразования, использованные при выводе (15), то указанные выше различия формально проявятся как

$$\frac{d}{dy'}H_{fn}(f,\theta_1)=-i\xi_1 U(y)S_m\left(\frac{2\pi f}{V_\tau}\right)E_0(\theta_{0n})\exp(i\Delta K_n(f,\theta_1)y'), \tag{19}$$

где

$$\left.\begin{aligned} \theta_{0n}(f,\theta_{1t}) &= -\frac{A_n}{\zeta f^0 B_n} f + \frac{1}{B_t}\theta_1, \\ \Delta K_n(f,\theta_1) &= \frac{1}{\zeta f^0}\left(C_n - \frac{A_n D_n}{B_n}\right) f + \frac{D_n}{B_n}\theta_1; \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

$$\left.\begin{aligned} A_n &= \frac{\cos\beta_1}{\mathbf{q}\cdot\mathbf{N}_{e1}} \frac{f_0\lambda_0}{Vn_1}, & B_n &= \left(\frac{\cos\beta_1}{\cos\beta_0}\right)\frac{(\mathbf{q}\cdot\mathbf{N}_{e0})n_0}{(\mathbf{q}\cdot\mathbf{N}_{e1})n_1}, \\ C_n &= \frac{2\pi}{V\cos\gamma}\frac{|\mathbf{q}_e\times\mathbf{N}_{e1}|}{\mathbf{q}_0\cdot\mathbf{N}_{e1}}, & D_n &= -\frac{2\pi n_0}{\lambda_0\cos\beta_0}\frac{|\mathbf{N}_{e1}\times\mathbf{N}_{e0}|}{(\mathbf{q}\cdot\mathbf{N}_{e1})}; \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

$U_t(y)$ – огибающая звукового пакета. Интегрируя (19) по y' от 0 до D с учетом (10б) и переходя к исходной системе координат, находим

$$H_n(t,\theta_1) = \mathcal{F}^{-1}\{H_{fn}(f,\theta_1)\},$$

где

$$H_{fn}(f,\theta_1) = -i\xi_1 S_m\left(\frac{2\pi f}{\zeta V}\right) F\left(\frac{V\Delta K_t(f,\theta_1)}{2\pi}\right)\exp\left(\Delta K_t(f,\theta_1)\,\frac{D}{2}\right). \tag{22}$$

Выражение для результирующей ДОПФ $H(t,\theta)$ формируется из найденных выше решений $H_t(t,\theta)$ и $H_n(t,\theta)$. Если обозначить через t' момент перехода точечного опорного пучка линии пересечения смежных граничных плоскостей пакета $\mathbf{U}(\mathbf{r},t)$, то

$$H(t,\theta_1) = \begin{cases} H_t(t,\theta_1), & t < t', \\ H_n(t,\theta_1), & t > t'. \end{cases} \tag{23}$$

Последние соотношения вместе с формулами (6), (17) и определяют искомую динамику углового распределения поля дифрагированного пучка в дальней зоне. Согласно (23), основной особенностью модуляции света акустическими ПС является сложный характер дифракционного поля, складывающегося из n- и t-световых пучков. Первый из них формируется одним из фронтов пакета $\mathbf{U}(\mathbf{r},t)$ и обычно не учитывается в расчетах, так как считается, что [1–3]

$$H(t,\theta_1) = H_t(t,\theta_1). \tag{24}$$

В соответствии с (22) такое предположение оправдано, если

$$H_t(t,\theta_1) = H_n(t,\theta_1). \tag{25}$$

Рассмотрим условия, при которых выполняются (24), (25). Для этого, воспользовавшись заменой переменных

$$f' = \frac{V\Delta K_n(f,\theta_1)}{2\pi} = \frac{V}{2\pi f^0 \zeta}\left(C_n - \frac{A_n D_n}{B_n}\right) f + \frac{V D_n}{2\pi B_n}\theta_1,$$

а также формулами (16), (17), (20), (21), приведем соотношения (18), (22) к виду:

$$\left.\begin{aligned} H_{ft}(f',\theta_1) &= -i\xi_1 S_m(A'f - B'\theta_1)F(f)\exp\left(\frac{(A'f - B'\theta_1)L}{2}\right), \\ H_{fn}(f',\theta_1) &= -i\xi_1 S_m(A'f' + B'\theta_1)F(f')\exp\left(\frac{\pi D}{V} f'\right), \end{aligned}\right\} \tag{26}$$

где

$$A' = \frac{2\pi(\mathbf{q}\cdot\mathbf{N}_{e0})\cos\gamma}{V|\mathbf{q}_e\times\mathbf{N}_{e0}|}; \qquad B' = \frac{|\mathbf{N}_{e0}\times\mathbf{N}_{e0}|\cdot|\mathbf{k}_1^*|\cos\gamma}{|\mathbf{q}_e\times\mathbf{N}_{e0}|\cos\beta_1}. \tag{27}$$

Линейные по частоте слагаемые экспоненциальных множителей данных соотношений определяют временные задержки соответствующих световых сигналов. Принцип причинности, ограничивающий эти задержки, требует равенства указанных слагаемых. В таком случае различие между ДОПФ пучков оказывается связанным со знаками сомножителей при переменной θ зависимости $S_m(f,\theta_1)$, определяющей частотную и угловую селективности данных функций. При этом рассматриваемый член описывает смещение $\pm\delta f$ спектров $H_{ft}(f,\theta_1)$, $H_{0n}(f,\theta_1)$ относительно частоты синхронизма и линейные фазовые множители $\exp(\pm i\delta f t)$ соответствующих ДОПФ при увеличении угла дифракции. В физическом плане указанные множители выражают вариацию доплеровской частоты дифрагированного пучка по его угловому спектру. Ясно, что увеличение частоты может происходить лишь в период формирования переднего фронта ДОПФ, когда пакет $\mathbf{U}(\mathbf{r},t)$ приближается к опорному пучку $\mathbf{E}_0(\mathbf{r})$. Во время формирования заднего фронта при $t>t'$ рассеивающий объем удаляется от светового пучка, поэтому и доплеровская добавка должна иметь отрицательный знак. В соответствии с (23) момент времени t' как раз и разделяет области t- и n-пучков. Таким образом, изложенная модель может служить физической интерпретацией соотношения (23) для результирующей ДОПФ и указанных выше различий в спектрах $H_{ft}(f,\theta_1)$, $H_{fn}(f,\theta_1)$. Связь между этими спектрами, согласно (26), (27), имеет вид:

$$H_{fn}(f,\theta_1) = H_{ft}(f,\theta_1,-D_t)\exp\left(-\frac{D_t L}{2B_t}\theta\right), \tag{28}$$

где $H_{ft}(f,\theta_1,-D_t)$ – спектр t-пучка, рассчитанный при отрицательном угловом коэффициенте D_t. Полученное выражение позволяет значительно упростить расчет ДОПФ, избежав прямого вычисления ДОПФ $H_n(f,\theta_1)$ по формуле (22) и связанных с ней коэффициентов (21). Возможность замены соотношения (22) формулой (28) подтвердилась и в ходе проведенных нами расчетов динамики $E_1(t,\theta)$. Теперь, подставляя (28) в (23), видим, что упрощенная формула (24) полностью совпадает с (23) при $\theta_1 = 0$. В соответствии с (26), (27) не будет различий в амплитудном профиле ДПФ t- и n-пучков и при точечном опорном поле $\mathbf{E}_0(\mathbf{r})$, когда пучки не перекрываются во времени и не могут интерферировать. При других значениях угла θ_1 и апертуры опорного поля d эти пучки в течение $\tau' \approx d/V$ накладываются друг на друга. В пределах данного промежутка амплитуды составляющих углового спектра $E_1(t,\theta_1)$ являются результатом интерференции двух смещенных по частоте пучков и могут значительно отличаться от амплитуды каждого из них. Наибольших проявлений данного эффекта следует ожидать при равных апертурах пучков. Максимальная апертура n-пучка d' пропорциональна длительности фронта ДОПФ при ПС прямоугольной формы, т. е. $d_n \approx L(\mathbf{q} \cdot \mathbf{N}_0)$, поэтому общая апертура $\mathbf{E}_0(\mathbf{r})$, отвечающая наиболее контрастной интерференционной картине, оказывается равной $d' \approx 2d_n$. Если при этом длительность пакета τ превысит величину d'/V, то наложение t- и n-пучков окажется возможным лишь в течение одного из фронтов $E_1(t,\theta_1)$, а факт интерференции пучков наглядно проявится в асимметрии отклика $E_1(t,\theta_1)$ на управляющий сигнал $U(t)$ с прямоугольной огибающей. В литературе описаны экспериментальные наблюдения данного эффекта во всех режимах дифракции, однако соответствующая математическая модель предложена лишь для сильного АОВ [1, 2]. Полученные выше формулы (18), (22), (23) позволяют легко моделировать асимметричный отклик $E_1(t,\theta_1)$ и в режиме слабого АОВ. Некоторые из соответствующих расчетных результатов представлены на рис. 3 и 4. Здесь в процентном выражении даны значения $I_1(t,\theta_1)/I_0$ относительной интенсивности дифракции светового пучка $\lambda = 0{,}63$ мкм в АОМ со звукопроводом из кристалла $LiNbO_3$ X-среза, возбуждаемым продольным акустическим пакетом с прямоугольной огибающей мощностью 1 Вт и несущей частотой 500 МГц. Апертуры опорного и акустического пучков были выбраны равными $d = 0{,}02$ мм и $2 \times 0{,}3$ мм соответственно. Значения угла θ_1 на рисунках даны в долях λ/d. Длительность сигнала τ на рис. 3, 4 равна 3 и 15 нс соответственно.

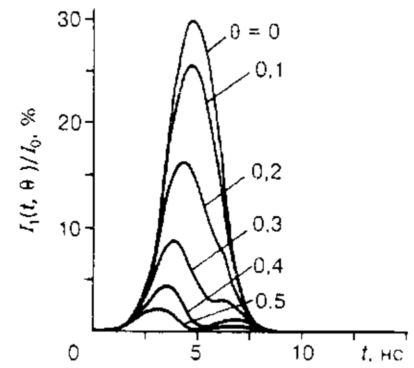

Рис. 3. Отклик $I_1(t,\theta)/I_0$ в $LiNbO_3$ при $d = d'$

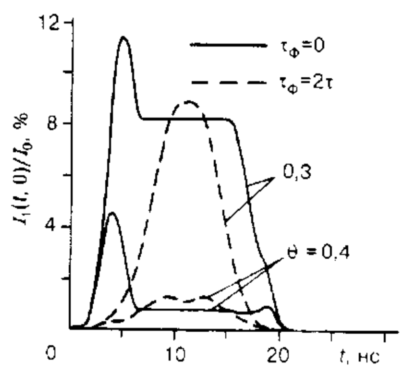

Рис. 4. Зависимость формы отклика от $\tau_ф$

Определим пределы применимости описанной модели. Для этого заметим, что любой реальный сигнал $U(t)$ всегда ограничен некоторым промежутком времени τ, т. е. является финитным. В таком случае $U(t) = U(t)\mathrm{rect}(t/\tau)$, следовательно, $U(t)$ можно рассматривать как ПС с некоторой внутриимпульсной модуляцией, а его воздействие на световое поле может быть описано с помощью приведенных выше формул. Внутриимпульсная модуляция при этом может значительно сгладить фронты сигнала $U(t)$ и снизить таким образом уровень n-пучка в общем дифракционном поле. С этой точки зрения можно сделать вывод о том, что при длительности фронтов $\tau_{ф}$, значительно превышающих время существования n-пучка: $\tau' \approx d_n/V$, его влиянием на форму $I_1(t,\theta_1)$ можно пренебречь и расчет отклика следует проводить по упрощенной формуле (24). Этот вывод подтверждается и расчетными данными рис. 4, на котором представлены динамические зависимости $I_1(t,\theta_1)$ для идеально прямоугольного сигнала и сигнала с $\tau_{ф} = 2\tau'$. Как видим, обсуждавшийся выше эффект асимметрии кривых $I_1(t,\theta_1)$ практически не обнаруживается уже при $\tau_{ф} = 2\tau'$. Из приведенных на рис. 3, 4 данных следует, что условия экспериментального наблюдения n-пучка $d \approx 2L(\mathbf{q} \cdot \mathbf{N}_0)$ достаточно сложно реализовать на практике ввиду необходимости достижения высокого качества управляющего сигнала и малого размера апертуры опорного пучка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Балакший В. И., Парыгин В. Н., Чирков Л. Е.** Физические основы акустооптики. М.: Радио и связь, 1985.
2. **Parygin V. N.** Anisotropic Bragg diffraction of light on travelling acoustic impulse // Acoustoopt. Research. and Developments. Leningrad, 1990. P. 122.
3. **Задорин А. С., Шарангович С. Н.** Особенности модуляции света звуком в оптически активной среде // Автометрия. 1989. № [illegible]. С. 10.
4. **Смоктий О. И., Фабриков В. А.** Методы теории систем и преобразований в оптике. Л.: Наука, 1989.

Поступила в редакцию 19 июня 1997 г.