

**ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ**

УДК 681.3

**В. В. Абрамов, В. С. Киричук, В. П. Косых, Г. И. Перетягин,  
С. А. Попов***(Новосибирск)***РЕКОНСТРУКЦИЯ ТРЕХМЕРНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ  
ПО ДВУМ ПРОЕКЦИЯМ ПРИ ОТСЛЕЖИВАНИИ КАМЕРОЙ  
ЗАДАННОЙ ТОЧКИ СЦЕНЫ**

Исследован частный случай реконструкции трехмерной поверхности по стереопаре, полученной в условиях, когда оптические оси камер лежат в одной плоскости. Предполагается, что неизвестны координаты главной точки камер и ориентация снимков относительно базовой плоскости. Показано, что в длиннофокусном приближении по паре изображений можно получить оценки углов разворота камер относительно базовой плоскости, тогда как для оценивания положения главной точки двух изображений недостаточно. В то же время в аффинном приближении удается оценить положение главной точки. Приведены результаты восстановления рельефа участка земной поверхности по стереопаре, полученной с искусственного спутника Земли.

**Введение.** Исследованию проблем, возникающих при реконструкции трехмерных поверхностей по их проективным изображениям, полученным из различных точек наблюдения, посвящено большое количество работ. При известных внутренних параметрах съемочных камер (фокусное расстояние, координаты пересечения фокальной плоскости оптической осью, неортогональность и разномасштабность осей) и известном их расположении (возможно, относительном) в пространстве задача сводится к поиску сопряженных точек на изображениях и их обратному проецированию в трехмерное евклидово пространство. Если положение камер в пространстве неизвестно, возникает задача определения параметров их взаимного ориентирования (внешних параметров). В основе большинства подходов к решению этой задачи лежат соотношения координат сопряженных точек, приведенных в [1]. Исследованию наиболее сложного случая, когда неизвестны как внутренние, так и внешние параметры камер, посвящен ряд работ, опубликованных в последние годы, в частности [2–5].

Цель данной работы состоит в исследовании частного случая, когда неизвестными являются только некоторые из внешних и внутренних параметров. Задача такого типа возникает при восстановлении рельефа по нескольким снимкам участка земной поверхности, полученным с искус-

ственного спутника Земли. При получении снимков оптическая ось регистрирующей камеры направлена в одну и ту же точку пространства, причем координаты спутника относительно этой точки в момент регистрации известны с высокой точностью, поэтому из внешних параметров неизвестными оказываются только углы поворота камер вокруг своих оптических осей. Из внутренних параметров неизвестно только смещение начала координат плоскости изображения относительно оптической оси камеры.

1. **Модель.** Рассмотрим сначала задачу восстановления поверхности, заданной в трехмерном евклидовом пространстве, по двум изображениям. В исходной системе координат, образующей правую тройку векторов, координаты спутника заданы азимутальным углом  $\gamma$ , углом склонения  $\varepsilon$  и расстоянием до начала координат  $l$ , причем оптическая ось камеры, установленной на спутнике, направлена в начало координат  $O$ . Поскольку оптические оси камер имеют общую точку, они, очевидно, лежат в одной плоскости. Поворотом вокруг точки  $O$  получим рабочую систему координат, в которой ось  $OZ$  совпадает с оптической осью первой камеры и направлена к камере, ось  $OX$  лежит в плоскости, образованной оптическими осями, и направлена так, чтобы  $X$ -координата второй камеры была положительна, а направление оси  $OY$  снова образует правую тройку (рис. 1). Матрица перехода  $\mathbf{R}_0$  из исходной системы координат в рабочую легко может быть вычислена по известным координатам спутника, поэтому в дальнейшем будем считать ее известной.

В этом случае оптическая ось второй камеры составляет с осью  $OZ$  угол  $\alpha$ , а оптические центры камер расположены в точках  $O_1$  и  $O_2$ , находящиеся на расстоянии  $l_1$  и  $l_2$  от точки  $O$ .  $P_1$  и  $P_2$  – фокальные плоскости камер – находятся на расстоянии  $f$  от оптических центров. Системы координат в фокальных плоскостях определены так, что их начала  $o_1$  и  $o_2$  лежат в точках пересечения плоскостей оптическими осями, оси  $o_1x_1$  и  $o_2x_2$  образуются пересечением фокальных плоскостей с плоскостью  $XOZ$  (базовой плоскостью), а направление осей  $o_1y_1$  и  $o_2y_2$  совпадает с направлением оси  $OY$ .

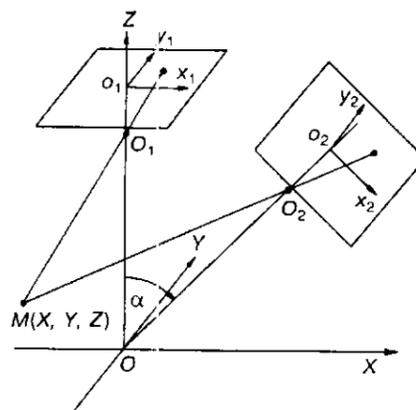


Рис. 1

Тогда координаты проекций некоторой точки  $M(X, Y, Z)$  наблюдаемой поверхности в фокальных плоскостях камер равны:

$$\begin{aligned} x_1 &= f \frac{X}{l_1 - Z}, & y_1 &= f \frac{Y}{l_1 - Z}, \\ x_2 &= f \frac{X \cos \alpha - Z \sin \alpha}{l_2 - X \sin \alpha - Z \cos \alpha}, & y_2 &= f \frac{Y}{l_2 - X \sin \alpha - Z \cos \alpha}. \end{aligned} \quad (1)$$

2. **Восстановление рельефа.** Разрешая уравнения для  $x_1$  и  $x_2$  в (1) относительно  $X$  и  $Z$ , получим оценки:

$$\begin{aligned} X &= \{l_1 x_1 (x_2 \cos \alpha - f \sin \alpha) - l_2 x_1 x_2\} / \Delta, \\ Z &= \{-l_1 x_1 (x_2 \sin \alpha + f \cos \alpha) + l_2 x_2 f\} / \Delta, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\Delta = -(x_1 x_2 + f^2) \sin \alpha + f(x_2 - x_1) \cos \alpha$ .

Подставляя полученные оценки в соотношения для  $y_1$  или  $y_2$  в (1), найдем оценку

$$Y = y_1 [x_2 (l_1 \cos \alpha - l_2) - l_1 f \sin \alpha] / \Delta \quad (3)$$

и уравнение связи на параметры ориентирования камер (внешние параметры)  $l_1, l_2, \alpha$  и фокус  $f$ :

$$y_1 [x_2 (l_1 \cos \alpha - l_2) - l_1 f \sin \alpha] + y_2 [x_1 (l_2 \cos \alpha - l_1) + l_2 f \sin \alpha] = 0. \quad (4)$$

Переход в исходную систему координат описывается очевидным соотношением  $\mathbf{M}_l = \mathbf{R}_0^T \mathbf{M}$ , где  $\mathbf{M}$  – вектор трехмерных координат точки  $M$  в рабочей, а  $\mathbf{M}_l$  в исходной системе координат. При известных внешних параметрах соотношения (2) и (3) позволяют восстановить трехмерные координаты точек наблюдаемой поверхности по парам их проекций в фокальных плоскостях камер.

3. **Оценивание внешних параметров.** Введя векторы проективных координат  $\mathbf{m}_1 = (x_1, y_1, 1)^T$  и  $\mathbf{m}_2 = (x_2, y_2, 1)^T$ , уравнение (4) можно представить в виде

$$\mathbf{m}_1^T \mathbf{F} \mathbf{m}_2 = 0, \quad (5)$$

где

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 & l_2 \cos \alpha - l_1 & 0 \\ l_1 \cos \alpha - l_2 & 0 & l_1 f \sin \alpha \\ 0 & l_2 f \sin \alpha & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

– фундаментальная матрица [3]. Оценив одним из известных [5] способов элементы  $\mathbf{F}$ , можно вычислить как внешние параметры, так и фокусное

расстояние камер, причем из-за вырожденности матрицы расстояния  $l_1$  и  $l_2$  определяются с точностью до множителя, а угол между оптическими осями камер и фокус – до знака:

$$l_2 = l_1 \frac{F_{32}}{F_{23}}, \quad \alpha = \pm \arccos \frac{F_{12}F_{32} - F_{21}F_{23}}{F_{12}F_{23} - F_{21}F_{32}}, \quad f = \pm F_{12} \sqrt{\frac{F_{32}^2 - F_{23}^2}{F_{12}^2 - F_{21}^2}}.$$

Напомним, что в рассмотренном случае оси  $o_1x_1$  и  $o_2x_2$  камер лежат в базовой плоскости. Предположим теперь, что камеры повернуты вокруг своих оптических осей так, что  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – углы между базовой плоскостью и осями  $o_1x_1$  и  $o_2x_2$  соответственно. Новые проективные координаты связаны со старыми через соотношения

$$\mathbf{m}_1 = \mathbf{R}(\varphi_1)\tilde{\mathbf{m}}_1, \quad \mathbf{m}_2 = \mathbf{R}(\varphi_2)\tilde{\mathbf{m}}_2,$$

где

$$\mathbf{R}(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) & 0 \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

и с новыми проективными координатами уравнение (5) принимает вид

$$\tilde{\mathbf{m}}_1^T \tilde{\mathbf{F}} \tilde{\mathbf{m}}_2 = 0$$

при

$$\tilde{\mathbf{F}} = \mathbf{R}^T(\varphi_1)\mathbf{F}\mathbf{R}(\varphi_2) = \begin{bmatrix} F_{12} \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 + F_{21} \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 & F_{12} \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - F_{21} \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 & F_{23} \sin \varphi_1 \\ F_{12} \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 + F_{21} \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 & -F_{12} \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 + F_{21} \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 & F_{23} \cos \varphi_1 \\ F_{32} \sin \varphi_2 & F_{32} \cos \varphi_2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Из последнего выражения следует, что углы поворота  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ , а следовательно, и матрицы  $\mathbf{R}(\varphi_1)$  и  $\mathbf{R}(\varphi_2)$  определяются элементами  $F_{13}$ ,  $F_{23}$ ,  $F_{31}$  и  $F_{32}$ . Оценив эти элементы, можно вычислить матрицу  $\mathbf{F}$  и параметры  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $\alpha$  и  $f$ .

**4. Длиннофокусное приближение. Оценивание внутренних и внешних параметров.** В приведенных выше рассуждениях предполагалось, что начало координат в фокальной плоскости камеры лежит в главной точке (точке пересечения плоскости оптической осью). Это условие, однако, не всегда выполняется. Более того, положение главной точки может быть неизвестно. В данном случае возникает задача определения координат этой точки во внутренних координатах камеры. Как показано в [4], двух изображений для оценивания полного набора внутренних и внешних параметров недостаточно, а оценивание по трем снимкам требует минимизации функционала с многими экстремумами.

Предположим, что внешние параметры системы регистрации (кроме углов разворота снимков относительно базовой плоскости) известны. Будем считать также, что выполняется условие

$$f \gg x_1, x_2, y_1, y_2, \quad (7)$$

и, следовательно,  $l_1, l_2 \gg X, Y, Z$ . (При наблюдениях с искусственных спутников Земли выполнение этого условия требуется для получения необходимого разрешения на местности.)

Тогда соотношения (1)–(3) принимают вид:

$$x_1 = fX/l_1, \quad y_1 = fY/l_1, \quad (8)$$

$$x_2 = f(X \cos \alpha - Z \sin \alpha)/l_2, \quad y_2 = fY/l_2,$$

$$X = x_1 l_1 / f, \quad Z = \frac{x_1 l_1 \cos \alpha - x_2 l_2}{f \sin \alpha}, \quad Y = y_1 l_1 / f. \quad (9)$$

Нетрудно показать, что точность оценок координат точки  $M$  определяется выражениями:

$$\sigma_x^2 = \sigma^2 l_1 / f^2, \quad \sigma_y^2 = \sigma^2 l_1 / f^2, \quad \sigma_z^2 = \sigma^2 \frac{l_1^2 \cos^2 \alpha + l_2^2}{f^2 \sin^2 \alpha}, \quad (10)$$

где  $\sigma^2$  – дисперсия ошибок определения координат сопряженных точек на снимках.

Соотношение (4) соответственно приводится к виду

$$l_1 y_1 - l_2 y_2 = 0, \quad (11)$$

следовательно, в этом случае по двум изображениям невозможно оценить угол между осями камер.

Если оси  $Ox$  камер развернуты относительно базовой плоскости и начала координат смещены относительно главной точки (рис. 2), то

$$y_1 = (u_1 - u_0) \sin \varphi_1 + (v_1 - v_0) \cos \varphi_1,$$

$$y_2 = (u_2 - u_0) \sin \varphi_2 + (v_2 - v_0) \cos \varphi_2,$$

где  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – углы поворота камер относительно базовой плоскости;  $u_0, v_0$  – координаты главной точки камеры (предполагается, что снимки получены одной и той же или идентичными камерами);  $u_1, v_1$  и  $u_2, v_2$  – внутренние координаты камер.

Тогда для любой пары сопряженных точек (11) принимает вид

$$\begin{aligned} \tilde{J}_i &= (v_{2i} - v_0) \cos \varphi_2 + (u_{2i} - u_0) \sin \varphi_2 - \\ &- k[(v_{1i} - v_0) \cos \varphi_1 + (u_{1i} - u_0) \sin \varphi_1] = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

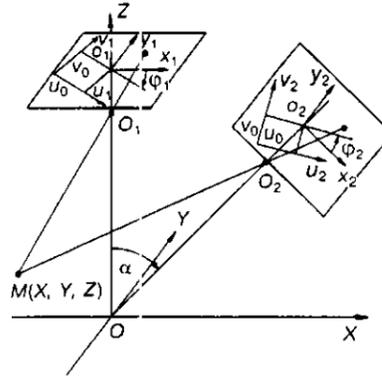


Рис. 2

где  $k = l_1/l_2$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $n$  – число пар сопряженных точек.

Из (12) можно получить два отдельных соотношения для вычисления углов разворота и координат главной точки. Действительно, усредним (12) по всем сопряженным точкам:  $S = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tilde{J}_i$ . Подставляя (12), получим

$$\begin{aligned} S &= (\bar{v}_2 - v_0) \cos \varphi_2 + (\bar{u}_2 - u_0) \sin \varphi_2 - \\ &- k[(\bar{v}_1 - v_0) \cos \varphi_1 + (\bar{u}_1 - u_0) \sin \varphi_1] = 0, \end{aligned} \quad (13)$$

а вычитая (13) из (12), –

$$\begin{aligned} J_i &= (v_{2i} - \bar{v}_2) \cos \varphi_2 + (u_{2i} - \bar{u}_2) \sin \varphi_2 - \\ &- k[(v_{1i} - \bar{v}_1) \cos \varphi_1 + (u_{1i} - \bar{u}_1) \sin \varphi_1] = 0, \end{aligned}$$

где черта сверху обозначает усреднение по всем измерениям.

Выражение (13) дает единственное уравнение связи на параметры  $u_0, v_0$ , из чего следует, что в длиннофокусном приближении по паре снимков положение главной точки однозначно определить невозможно, можно лишь определить прямую, на которой она лежит.

Имея множество сопряженных точек и используя метод наименьших квадратов, для оценивания неизвестных параметров  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  минимизируем функционал

$$J = \sum_{i=1}^n J_i^2 \quad (14)$$

по этим параметрам. При этом получается система тригонометрических уравнений

$$\begin{aligned} kc_1^T Q_1 c_1 - c_2^T P_{21} c_1 &= 0, \\ c_2^T Q_2 c_2 - kc_1^T P_{12} c_2 &= 0, \end{aligned} \quad (15)$$

где  $\mathbf{c}_j^T = (\cos \varphi_j, \sin \varphi_j)$ ,

$$\mathbf{Q}_j = \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} -(v_{ji} - \bar{v}_j)(u_{ji} - \bar{u}_j) & (v_{ji} - \bar{v}_j)^2 \\ -(u_{ji} - \bar{u}_j)^2 & (v_{ji} - \bar{v}_j)(u_{ji} - \bar{u}_j) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{P}_j^l = \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} -(v_{ji} - \bar{v}_j)(u_{ji} - \bar{u}_l) & (v_{ji} - \bar{v}_l)(v_{ji} - \bar{v}_l) \\ -(u_{ji} - \bar{u}_j)(u_{ji} - \bar{u}_l) & (v_{ji} - \bar{v}_l)(u_{ji} - \bar{u}_j) \end{bmatrix}, \quad j, l = 1, 2.$$

Если обе камеры повернуты относительно базовой плоскости на один угол, т. е.  $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$ , то, минимизируя (14) по  $\varphi$ , получим

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{-2 \sum [(u_{2i} - \bar{u}_2) - k(u_{1i} - \bar{u}_1)] [(v_{2i} - \bar{v}_2) - k(v_{1i} - \bar{v}_1)]}{\sum [(u_{2i} - \bar{u}_2) - k(u_{1i} - \bar{u}_1)]^2 - [(v_{2i} - \bar{v}_2) - k(v_{1i} - \bar{v}_1)]^2}. \quad (16)$$

**5. Аффинное преобразование.** Пусть наблюдаемая поверхность состоит из двух аддитивных компонент, первая из которых является плоскостью, а вторая – некоторой произвольной функцией. Тогда в выбранной системе координат  $OXYZ$  эта поверхность может быть представлена как

$$Z(X, Y) = aX + bY + \Delta Z(X, Y). \quad (17)$$

В этом случае при выполнении условия (7) соотношения (2) приобретают вид

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \frac{f}{l_1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}, \quad (18)$$

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \frac{f}{l_2} \begin{bmatrix} \cos \alpha - a \sin \alpha & -b \sin \alpha \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} + \frac{f}{l_2} \begin{pmatrix} \Delta Z(X, Y) \sin \alpha \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Предположим, что

$$\Delta Z(X, Y) \sin \alpha \ll X \cos \alpha. \quad (19)$$

Эти условия справедливы, если: 1) диапазон изменения  $\Delta Z$  существенно меньше размеров наблюдаемого участка поверхности, 2) углы  $\alpha$  малы. В данном случае последние слагаемые в (18) пренебрежимо малы, и из этого следует, что координаты сопряженных точек в двух изображениях связаны аффинным преобразованием вида

$$\mathbf{x}_1 = \mathbf{D} \mathbf{x}_2, \quad (20)$$

где  $\mathbf{x}_i^T = (x_i, y_i)^T$ ,  $k = l_2/l_1$ ,  $\mathbf{n} = k \mathbf{w}^{-1}$ ,  $\mathbf{w} = \begin{bmatrix} \cos \alpha - a \sin \alpha & -b \sin \alpha \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

Во внутренних координатах камер (см. рис. 2) соотношение (20) принимает вид

$$\mathbf{N}^T(\varphi_1)(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_0) = \mathbf{D}\mathbf{N}^T(\varphi_2)(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_0)$$

или

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{N}^T(\varphi_1)\mathbf{D}\mathbf{N}(\varphi_2)\mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_0 - \mathbf{N}^T(\varphi_1)\mathbf{D}\mathbf{N}(\varphi_2)\mathbf{v}_0 = \mathbf{A}\mathbf{v}_2 + \mathbf{a}, \quad (21)$$

где  $\mathbf{v}_0 = (u_0, v_0)^T$ ,  $\mathbf{v}_1 = (u_1, v_1)^T$ ,  $\mathbf{v}_2 = (u_2, v_2)^T$ ,  $\mathbf{N}(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$ ,

$$\mathbf{A} = \mathbf{N}^T(\varphi_1)\mathbf{D}\mathbf{N}(\varphi_2), \quad \mathbf{a} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{v}_0.$$

В этом случае по набору сопряженных точек  $\mathbf{v}_{1i}, \mathbf{v}_{2i}$  можно оценить параметры  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{a}$  аффинного преобразования (21) и выразить через них координаты точки пересечения оптической оси камеры с фокальной плоскостью:

$$\mathbf{v}_0 = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{a}. \quad (22)$$

**6. Поиск сопряженных точек.** Рассмотрим метод установления соответствия между идентичными (сопряженными) точками изображений  $W_1(u_1, v_1)$  и  $W_2(u_2, v_2)$  стереопары. Как правило, он сводится к идентификации характерных элементов на этих изображениях, являющихся проекциями одного и того же фрагмента поверхности трехмерной сцены [6]. Формально процедуру идентификации можно рассматривать как процесс отождествления эталонного изображения (образа фрагмента) на первом снимке с одним из множества образов фрагментов, лежащих в некоторой (задаваемой) области (зоне поиска) второго снимка стереопары. Серьезным недостатком известных мер сходства (типа корреляционной или кросс-спектральной [7, 8]) является их чувствительность к масштабным искажениям видимых размеров сопряженных фрагментов при изменении ракурса съемки. Обычно в качестве критериев эффективности процедур идентификации сходства принимаются точность совмещения фрагментов и вероятность ложной привязки, когда экстремум функционала сходства значимо смещен относительно истинного положения.

Анализ результатов имитационных экспериментов позволил сделать следующие выводы [8]:

1. При наличии геометрических искажений существует оптимальный размер фрагмента эталонного изображения, позволяющий минимизировать вероятность ложной привязки. Оптимальный размер фрагмента пропорционален эффективному радиусу корреляции и уменьшается с увеличением геометрических искажений.

2. При заданном уровне искажений размер эталонного изображения, при котором погрешность совмещения минимальна, меньше, чем размер изображения, необходимый для минимизации вероятности ложной привязки.

Предлагаемый алгоритм поиска взаимно сопряженных точек на стереопаре основан на предположении о том, что проективная геометрия видимых изменений сцены на этих снимках может быть аппроксимирована аффинным преобразованием, для которого координаты сопряженных точек (цент-

ров идентичных фрагментов в стереоизображениях) связаны соотношением вида

$$\begin{aligned} u_1 &= au_2 + bv_2 + g, \\ v_1 &= du_2 + ev_2 + h, \end{aligned} \quad (23)$$

определитель которого не равен нулю. Любое аффинное преобразование имеет обратное, которое также будет аффинным. Если  $(1-a)(1-e) \neq bd$ , то аффинное преобразование имеет неподвижную точку  $(u_0, v_0)$ , координаты которой могут служить оценкой точки пересечения оптической оси камеры с фокальной плоскостью:

$$\begin{aligned} u_0 &= \frac{bh + e(1-e)}{(1-a)(1-e) - bd}, \\ v_0 &= \frac{gd + h(1-a)}{(1-a)(1-e) - bd}. \end{aligned} \quad (24)$$

Свободные параметры аффинного преобразования связаны с координатами неподвижной точки простыми соотношениями (22):

$$\begin{aligned} g &= (1-a)v_0 - bv_0, \\ h &= (1-e)u_0 - du_0. \end{aligned}$$

Используем полезную модификацию метода идентификации сходства, заключающуюся в том, что проективные искажения геометрии на втором снимке стереопары (относительно первого) предварительно компенсируются аффинной «подгонкой». Параметры аффинного преобразования

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ d & e \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a} = \begin{bmatrix} g \\ h \end{bmatrix}$$

можно оценивать адаптивно (в нескольких «проходах»), когда на первом этапе задается достаточно большая зона поиска по образцу, что позволяет на искаженном (по отношению к исходному) снимке находить сопряженные точки. Даже трех пар точек достаточно, чтобы оценить (в первом приближении) параметры аффинного преобразования и осуществить аффинную подгонку геометрии изображения  $W_2(\mathbf{v})$  к геометрии изображения  $W_1(\mathbf{v})$ :  $W_1(\mathbf{v}) \approx W_2(\mathbf{A}^{(1)}\mathbf{v} + \mathbf{a}^{(1)})$ . Это дает возможность повторным просмотром найти уже существенно большее число пар сопряженных точек на исходном  $W_1(\mathbf{v})$  и аффинно-преобразованном  $W_2(\mathbf{A}^{(2)}\mathbf{v} + \mathbf{a}^{(2)})$  снимках стереопары и уточнить по ним параметры аффинной аппроксимации. Дальнейшее повторение этой процедуры позволяет в принципе идентифицировать любое (допустимое данной аппроксимацией) число пар сопряженных точек и, следовательно, добиться заданной точности в оценивании параметров аффинного преобразования. Рассмотрим вид критерия сходства образов фрагментов.

Преобразуем изображение эталонного фрагмента на целочисленной решетке первого снимка – матрицу отсчетов  $[W_0]$  размерностью  $n \times n = N$  – в  $N$ -мерный вектор  $\mathbf{W}_0$  разверткой по столбцам. Идентифицируемые фрагменты в зоне поиска на аффинно-преобразованном втором снимке также преобразуем в  $N$ -мерные векторы  $\mathbf{W}_q$ ,  $q = 1, \bar{L}$ . Будем считать, что к элементам векторов  $\mathbf{W}_q$  при измерении добавляется шум и наблюдаемые векторы имеют вид  $\mathbf{W}'_q = \mathbf{W}_q + \xi_q$ , где  $\xi_q$  – гауссовский случайный вектор помехи с нулевым средним и общей дисперсией компонент  $\sigma_q^2$ ,  $q = 0, 1, \dots, L$ . Здесь ограничимся практически наиболее важным случаем линейной функции преобразования, связывающей амплитуду сигнала эталонного фрагмента  $\mathbf{W}_0$  с амплитудой его аффинной стереокопии  $\mathbf{W}_p$  (влияние типа преобразования обсуждается в [9]):

$$\mathbf{W}_0 = w^0 + s\mathbf{W}_p. \quad (25)$$

Значение индекса  $p$  неизвестно, поэтому задача установления сходства фрагментов сводится к проверке всех претендентов  $\mathbf{W}_q$ ,  $q = 1, 2, \dots, L$ , с учетом соотношения (25). Хорошо известно, что параметры линейных функциональных соотношений  $(w^0, s)$  идентифицируемы лишь тогда, когда известны эксцентриситеты эллипсов рассеяния наблюдаемых точек  $(\mathbf{W}'_0, \mathbf{W}'_p)$ , т. е. отношения  $\mu_p = \sigma_0^2 / \sigma_p^2$  [10]. Так как фрагменты  $\mathbf{W}'_p$  выбираются из одного снимка, то последнее отношение является константой. Предполагая параметры  $\mu$  и  $\sigma_0^2$  известными, можно перейти к нормированным векторам разностей:

$$\mathbf{X}_p = \frac{(\mathbf{W}'_p - \bar{w}_p \mathbf{1}_N) - s(\mathbf{W}'_0 - \bar{w}_0 \mathbf{1}_N)}{\sigma_0 (1 + s^2/\mu)^{1/2}} = \frac{\tilde{\mathbf{W}}_p - s\tilde{\mathbf{W}}_0}{\sigma_0 (1 + s^2/\mu)^{1/2}} \quad (26)$$

( $\bar{w}_p$  – среднее значение яркости  $p$ -го фрагмента;  $\mathbf{1}_N$  – вектор, состоящий из  $N$  единиц). Каждый из них распределен по нормальному закону с вектором средних  $\theta_p$  и единичной дисперсией компонент. В такой постановке достаточно просто находится оптимальный (минимаксный) критерий идентификации сходства, позволяющий достичь гарантированных вероятностей обнаружения действительного сходства и отбраковки чужих фрагментов [11]. Чтобы результирующая статистическая процедура имела заданную достоверность, необходимо подобрать достаточную для этого площадь идентифицируемых фрагментов либо установить соответствующую «зону безразличия» в пространстве параметров статистики критерия сходства. Для принятой модели двумерного сигнала (изображения) (25) статистика минимаксного критерия имеет вид:

$$T_p(\tilde{\mathbf{W}}_0, \tilde{\mathbf{W}}_p) = \frac{\mathbf{X}_p^T \mathbf{X}_p}{N} = \frac{\left( \sum_{i=1}^N \tilde{w}_{0i}^2 + s^2 \sum_{i=1}^N \tilde{w}_{pi}^2 \right)}{N\sigma_0^2 (1 + s^2/\mu)} \times$$

$$\times \left( 1 - 2s \frac{\sum_{i=1}^N \tilde{w}_{0i} \tilde{w}_{pi}}{\sum_{i=1}^N \tilde{w}_{0i}^2 + s^2 \sum_{i=1}^N \tilde{w}_{pi}^2} \right) = \tilde{d}_p (1 - \tilde{r}_{0p}),$$

Где  $\tilde{d}_p$  — оценка отношения мощности сигнала к мощности шума;  $\tilde{r}_{0p}$  — оценка

$$\hat{r}_{0p} = \frac{\sum_{i=1}^N \tilde{w}_{0i} \tilde{w}_{pi}}{\left( \sum_{i=1}^N \tilde{w}_{0i}^2 + \sum_{i=1}^N \tilde{w}_{pi}^2 \right)^{1/2}}.$$

Поиск по образцу в данном методе сводится к вычислению нормированной взаимной корреляции распределения яркости (двумерного сигнала) на текущем фрагменте первого снимка с распределениями яркостей фрагментов, лежащих в некоторой предполагаемой окрестности образа этого фрагмента на аффинно-преобразованном втором снимке стереопары, и определению целочисленных параметров взаимного смещения исходного фрагмента и его образа, устанавливаемого по экстремуму корреляционного функционала. Соблюдение условий достоверности обнаружения приводит к необходимости установления порога для величины взаимной корреляции  $\hat{r}_{0p}$ : если  $\hat{r}_{0p} \geq r_{пор}$ , то с заданной вероятностью гарантируется действительное сходство найденной пары фрагментов.

После определения целочисленных параметров смещения чаще всего требуется локальное уточнение сдвига фрагментов в пределах дискрета (шага целочисленной решетки). Для нахождения соответствующего вектора сдвига  $(\delta x, \delta y)$  будем считать, что кросс-корреляционная функция  $\hat{r}_{0p}(x, y)$  в окрестности точки экстремума  $(\hat{x}, \hat{y})$  разлагается в ряд Тейлора:

$$\hat{r}_{0p}(x, y) \approx \hat{r}_{0p}(\hat{x}, \hat{y}) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \hat{r}_{0p}}{\partial x^2} \Big|_{\hat{x}, \hat{y}} (x - \hat{x})^2 +$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \hat{r}_{0p}}{\partial y^2} \Big|_{\hat{x}, \hat{y}} (y - \hat{y})^2 - \frac{\partial^2 \hat{r}_{0p}}{\partial x \partial y} \Big|_{\hat{x}, \hat{y}} (x - \hat{x})(y - \hat{y})$$

(первые производные в точке экстремума равны нулю). Дифференцируя данное выражение, непосредственно получаем

$$\frac{\partial \hat{r}_{0p}}{\partial x} \Big|_{\hat{x}_u, \hat{y}_u} = - \frac{\partial^2 \hat{r}_{0p}}{\partial x^2} \Big|_{\hat{x}, \hat{y}} \delta x - \frac{\partial^2 \hat{r}_{0p}}{\partial x \partial y} \Big|_{\hat{x}, \hat{y}} \delta y,$$

$$\left. \frac{\partial \hat{r}_{0p}}{\partial y} \right|_{\hat{x}_u, \hat{y}_u} = - \left. \frac{\partial^2 \hat{r}_{0p}}{\partial y^2} \right|_{\hat{x}, \hat{y}} \delta y - \left. \frac{\partial^2 \hat{r}_{0p}}{\partial x \partial y} \right|_{\hat{x}, \hat{y}} \delta x.$$

В результате приходим к матричному уравнению для параметров  $(\delta x, \delta y)$ :

$$\begin{bmatrix} (\hat{r}_{0p})''_{xx} & (\hat{r}_{0p})''_{xy} \\ (\hat{r}_{0p})''_{yx} & (\hat{r}_{0p})''_{yy} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \delta x \\ \delta y \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} (\hat{r}_{0p})'_x \\ (\hat{r}_{0p})'_y \end{pmatrix}.$$

Таким образом, в результате всех вычислений, проведенных над элементами изображений пары снимков, координаты пар сопряженных точек  $v_1$  и  $v_2$  в целом связываются соотношением

$$\begin{pmatrix} u_2 \\ v_2 \end{pmatrix} = \hat{A} \left( \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \hat{x}_u \\ \hat{y}_u \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta \hat{x} \\ \delta \hat{y} \end{pmatrix} \right) + \hat{a}.$$

По последовательности пар координат сопряженных точек из уравнения (16) можно вычислить общий угол поворота камер относительно базовой плоскости и сориентировать соответствующим образом снимки, осуществив их поворот на этот угол, после чего пары сопряженных точек будут лежать на прямых, параллельных базовой плоскости.

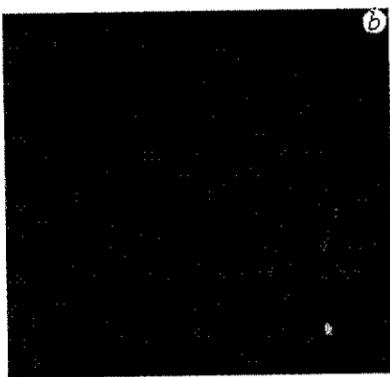
**7. Результаты вычислительного эксперимента.** На основании проведенного анализа можно построить алгоритм восстановления рельефа, который состоит из следующих основных этапов:

- поиск сопряженных точек с использованием аффинного преобразования и оценивание координат главной точки камеры;
- оценивание углов поворота изображений относительно базовой плоскости по множеству сопряженных точек согласно выражению (16);
- приведение изображений в рабочую систему координат, в которой оси  $o_1x_1$  и  $o_2x_2$  лежат в базовой плоскости;
- вычисление трехмерных координат найденных точек согласно соотношениям (2), (3);
- переход в исходную систему координат.

Для исследования предложенного алгоритма использовались пары снимков, выбранные из последовательности космических изображений высокого разрешения района вулкана Эребус в Антарктиде. На рис. 3, *a, b* представлена пара исходных снимков. Рис. 4, *a* иллюстрирует разность исходных изображений, а на рис. 4, *b* приведено изображение разностного сигнала после проведения аффинной «подгонки» геометрии правого снимка к левому. Рис. 5, *a, b* иллюстрирует развернутые снимки, на которых отмечены найденные сопряженные точки. Восстановленный рельеф участка поверхности представлен на рис. 6.



*Puc 3*



*Puc 4*



*Puc 5*

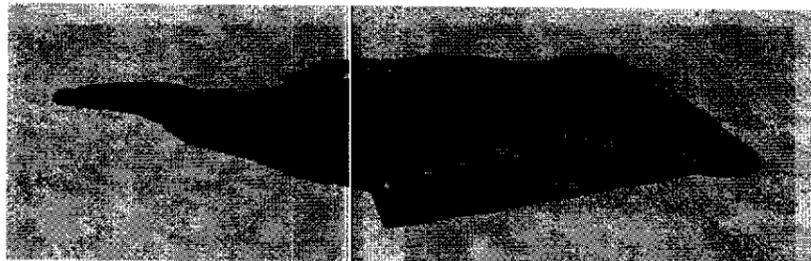


Рис. 6

**Заключение.** При рассмотрении частного случая регистрации стереопары, когда оптические оси камер лежат в одной плоскости, показано, что в длиннофокусном приближении по паре изображений можно получить оценки углов разворота камер относительно базовой плоскости, тогда как для оценивания положения главной точки двух изображений недостаточно. В то же время в аффинном приближении удается оценить положение главной точки.

Предложен алгоритм восстановления поверхности, учитывающий особенности принятой модели. Разработан комплекс программ, реализующий этот алгоритм.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Longuet-Higgins H. C. A computer algorithm for reconstructing a scene from two projections // Nature. 1981. 293, N 10. P. 133.
2. Faugeras O. Tree Dimensional Computer Vision. MIT Press, 1993.
3. Faugeras O., Luong O.-T., Maybank S. J. Camera self-calibration: Theory and experiments // Proc. Europ. Conf. Comput. Vision. Italy, 1992. P. 321.
4. Luong O.-T., Faugeras O. Self-calibration of stereo rig from unknown camera motion and point correspondents // Technical Report RR-2014. INRIA, 1993. P. 1.
5. Luong O.-T., Deriche R., Faugeras O., Papadopoulos T. On determining the fundamental matrix: Analysis of different methods and experimental results // Technical Report RR-1894. INRIA, 1993.
6. Ryan T. W., Hunt B. R. Recognition of stereo-image cross-correlation errors // Progress in Pattern Recogn. N. Y.: North-Holland P. C., 1981. V. 1. P. 265.
7. Бочкарев А. М. Корреляционно-экстремальные системы навигации // Зарубеж. радиоэлектрон. 1981. № 9. С. 9.
8. Mostafavi H., Smith F. W. Image correlation with geometric distortion // IEEE Trans. Aerospace. 1978. AES-14. P. 487.
9. Киричук В. С. Метод максимального правдоподобия в задаче определения координат фрагмента // Автометрия. 1983. № 6. С. 97.
10. Кендалл М., Стюарт А. Статистические выводы и связи: Пер. с англ. М.: Наука, 1973.
11. Киричук В. С., Перетягин Г. И. Об установлении сходства фрагментов с эталоном // Автометрия. 1986. № 4. С. 83.

Поступила в редакцию 15 апреля 1998 г.