

УДК 535

Д. А. Безуглов, А. Г. Пригунов, В. В. Трещачев  
(Ростов-на-Дону)

**АНАЛИЗ ДИФРАКЦИИ СВЕТА НА ЭТАЛОННОЙ ГОЛОГРАММЕ  
ПРИ ИЗМЕРЕНИИ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ОБЪЕКТОВ  
ПРОСТРАНСТВЕННО-СПЕКТРАЛЬНЫМ МЕТОДОМ**

Проведен анализ дифракции света на эталонной голограмме при измерении перемещений объектов пространственно-спектральным методом. Получена зависимость характеристик диаграммы направленности дифрагированного светового потока от экспонированного на эталонной голограмме амплитудно-фазового распределения поля.

**Введение.** Возможности повышения точности и разрешающей способности оптических измерителей перемещений открываются на пути использования методов голографической интерферометрии [1]. Эти методы обладают рядом недостатков. Характер формируемых интерферограмм обусловлен не только поведением объекта измерений, но и его светорассеивающими свойствами. Перемещения объектов определяются на основе анализа интерференционной картины, экспонированной на голограмме либо распределенной по поверхности объекта измерений в плоскости за голограммой, что затрудняет съем и обработку информации. Кроме того, эти методы имеют ограниченный диапазон измерения перемещений [1]. Таким образом, задача дальнейшего исследования и разработки голографических схем, обладающих высокой чувствительностью и расширенным диапазоном измерений, является актуальной.

Данная работа посвящена теоретическому анализу экспериментальных результатов, полученных при исследовании характера дифракции света на эталонной голограмме, используемой в предложенном авторами пространственно-спектральном методе определения перемещений объектов на основе анализа волновых фронтов оптического поля [2, 3].

**1. Сущность пространственно-спектрального метода измерения перемещений объекта.** Рис. 1 иллюстрирует процесс записи эталонной голограммы и измерения перемещений точечного объекта. Здесь использованы следующие обозначения:  $\rho$  – плоскость эталонной голограммы;  $l$  – плоскость отражателя при экспонировании;  $2$  – плоскость отражателя в процессе измерений;  $P_1, P_2$  – положение точечного источника до и после перемещения;  $P_1^*, P_2^*$  – положение зеркального отражения точечного источника, формируемого отражателем до и после перемещения;  $R_1, R_1^*, r_1, r_1^*, \Delta r, \Delta r^*$

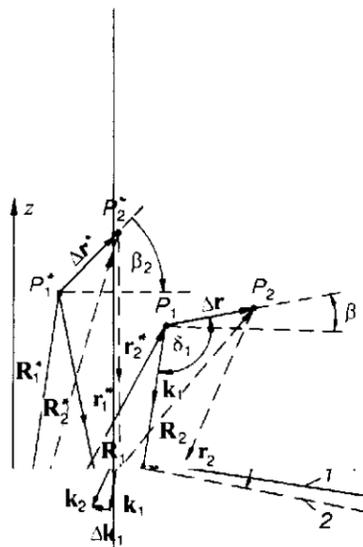


Рис. 1. Процесс перемещения точечного источника

$\alpha_1, \alpha_1^*$  – векторы и углы, характеризующие положение точечных объектов в пространстве;  $k_1$  – волновые векторы;  $\alpha, \alpha^*$  – углы между голограммой и отражателем на этапе экспонирования и в процессе измерений. Пространственное положение мнимых источников  $P_1^*$  и  $P_2^*$  определяется отражателем. Для удобства анализа процесса формирования поля в плоскости голограммы ( $z=0$ ) эти источники переносятся в точки, определенные координатами точек  $P_1, P_2$  и взаимным положением отражателя и голограммы, а именно в точки  $P_1^*$  и  $P_2^*$  верхнего полупространства. После перемещения реального источника из точки  $P_1$  в точку  $P_2$  происходит адекватное этому перемещению мнимого источника из точки  $P_1^*$  в точку  $P_2^*$ . Между координатами мнимого и реального точечных источников существует связь:

$$|R_1^*| = |R_1| = R_1, \quad \alpha_1^* = \alpha_1 + 2\alpha. \quad (1)$$

Коэффициент пропускания эталонной голограммы, записанной по схеме в соответствии с рис. 1, может быть представлен следующим образом:

$$T = T_0 + T_1 \cos(\mathbf{k}_1 \mathbf{r}_1 - \mathbf{k}_1^* \mathbf{r}_1^*), \quad (2)$$

где  $T_0$  – коэффициент пропускания прямой волны;  $T_1$  – коэффициент пропускания дифрагированной волны.

Перемещение светящейся точки  $P_1$  характеризуется вектором смещения  $\Delta \mathbf{r}$ . Для интенсивности интерференционной картины в плоскости главного изображения справедливо соотношение

$$I = I_0 + I_1 \cos \varphi, \quad (3)$$

где  $I_0$  характеризует постоянный световой фон;  $\bar{I}_1$  – амплитуда модуляции интенсивности интерференционных полос;  $\varphi$  – фаза светового потока в плоскости голограммы, причем  $\varphi = \mathbf{k}_1 \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_1^* \mathbf{k}_1^* - \mathbf{k}_2 \mathbf{r}_2 + \mathbf{k}_2^* \mathbf{r}_2^*$  [2].

Главное изображение в схеме измерений в соответствии с рис. 1 формируется в результате интерференции светового потока от мнимого источника и дифрагировавшего на эталонной голограмме потока от реального точечного источника [2].

Известно [4], что моделью голограммы является пространственная дифракционная решетка. Для случая голограммы, экспонированной в соответствии с рис. 1, эта решетка формируется совокупностью двуполостных гиперboloидов вращения относительно оси, проходящей через действительный и мнимый источники. Следы сечения одного из семейств гиперboloидов вращения плоскостью голограммы, направленной под углом к оси вращения, представляют собой совокупность эллипсов. Угол поворота плоскости сечения определяется угловым положением зеркала относительно голограммы. Рассмотрим характер дифракции света на эталонной голограмме, представляющей собой совокупность отражательных полос в виде усеченных гиперboloидов.

**2. Дифракция на эталонной голограмме.** Для анализа процесса формирования эталонной голограммы рассмотрим рис. 2, где 1 – эмульсия эталонной голограммы; 2 – страты;  $\mathbf{k}_0, \mathbf{k}$  – волновые векторы опорной и предметной волн соответственно;  $\theta$  – угол между направлениями векторов  $\mathbf{k}_0$  и  $\mathbf{k}$ ;  $h$  – толщина слоя фотозэмульсии.

Далее приняты следующие допущения. Источники опорного и предметного световых потоков находятся на расстояниях, многократно превышающих толщину слоя фотозэмульсии. При экспонировании эталонной голограммы выполняется неравенство [4]  $2 \sin \frac{\theta}{2} > \sqrt{\frac{\lambda}{h}}$ .

Считаем, что эталонная голограмма экспонирована в линейном режиме во встречных световых потоках двумя когерентными волнами с линейной поляризацией и является ограниченно толстослойной.

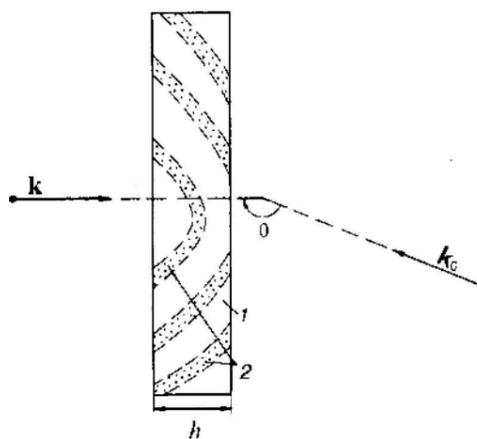


Рис. 2. Экспонирование эталонной голограммы

Пусть на эталонную голограмму, характеризующуюся комплексным отражением  $f(\xi, \eta)$ , падает монохроматическая волна, распространяющаяся в направлении, противоположном оси  $z$ , при условии, что расстояние от источника света до голограммы много больше ее размеров. Тогда комплексная амплитуда поля в некоторой точке с координатами  $x, y, z$ , расположенной в зоне Фраунгофера, равна:

$$E(x, y, z) \approx B(z) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) \exp\left[-jk\left[\frac{x}{z}\xi + \frac{y}{z}\eta\right]\right] d\xi d\eta, \quad (4)$$

где  $B(z)$  – экспоненциальный множитель.

Таким образом, в области наблюдения, расположенной в дальней зоне, комплексная амплитуда поля с точностью до экспоненциального множителя  $B(z)$  связана с функцией отражения эталонной голограммы двумерным преобразованием Фурье. Введем обозначения пространственных частот:

$$\frac{x}{\lambda z} = \omega_x = \frac{\omega_x}{2\pi}, \quad \frac{y}{\lambda z} = \omega_y = \frac{\omega_y}{2\pi}. \quad (5)$$

Интеграл в правой части (4) является преобразованием Фурье от комплексного коэффициента отражения  $f(\xi, \eta)$  с пространственными частотами  $\omega_x, \omega_y$ :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) \exp[-j(\omega_x \xi + \omega_y \eta)] d\xi d\eta = F[(\xi, \eta)] = F(\omega_x, \omega_y). \quad (6)$$

Все детекторы светового излучения регистрируют не комплексную амплитуду света, а его интенсивность [4], которая в нашем случае совпадает с квадратом модуля комплексной амплитуды, т. е. вместо функции  $E = B(z)F(\omega_x, \omega_y)$  обычно регистрируется величина  $|B(z)F(\omega_x, \omega_y)|^2$ , при формировании которой экспоненциальный множитель  $B(z)$  исчезает:

$$|B(z)F(\omega_x, \omega_y)|^2 = \frac{|F(\omega_x, \omega_y)|^2}{(\lambda z)^2}. \quad (7)$$

С учетом (6) можно сделать вывод, что результат дифракции на эталонной голограмме в плоскости голограммы будет соответствовать выражению для пространственно-спектральной функции отражения  $F(\omega_x, \omega_y)$ .

Пусть для функции отражения внутри эллипса выполняются условия

$$f(\xi, \eta) = f_0, \quad \frac{\xi^2}{a^2} + \frac{\eta^2}{b^2} \leq 1,$$

а вне его –

$$f(\xi, \eta) = 0, \quad \frac{\xi^2}{a^2} + \frac{\eta^2}{b^2} > 1, \quad (8)$$

где  $a, b$  – полуоси эллипса;  $f_0 = \text{const}$ .

Вычислим интеграл (6) при выполнении условий (8). Обобщенные полярные координаты в плоскости эллипса имеют вид [5]:

$$\xi = a\rho \cos\theta, \quad 0 \leq \rho \leq 1, \quad \eta = b\rho \sin\theta, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi. \quad (9)$$

Вычислим якобиан от преобразования (9):

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial \rho} & \frac{\partial \xi}{\partial \theta} \\ \frac{\partial \eta}{\partial \rho} & \frac{\partial \eta}{\partial \theta} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a \cos\theta & -a\rho \sin\theta \\ b \sin\theta & b\rho \cos\theta \end{vmatrix} = ab\rho(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = ab\rho > 0, \quad \rho > 0. \quad (10)$$

Якобиан положителен, поэтому интеграл (6) можно записать в виде [5]

$$F(\omega_x, \omega_y) = f_0 ab \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 \rho \exp[-j(a\rho\omega_x \cos\theta + b\rho\omega_y \sin\theta)] d\rho. \quad (11)$$

Для того чтобы вычислить этот интеграл в замкнутом виде для  $x, y$ , удобно ввести обобщенные полярные координаты на плоскости  $xOy$ :

$$x = rb \cos\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi, \quad y = ra \sin\varphi,$$

где  $r \geq 0$  – безразмерная величина. В выражении (11) проведем преобразования коэффициентов:

$$a\rho\omega_x \cos\theta = \frac{2\pi}{\lambda z} ab\rho r \cos\theta \cos\varphi = \chi\rho r \cos\theta \cos\varphi, \quad (12)$$

$$a\rho\omega_y \sin\theta = \frac{2\pi}{\lambda z} \sin\theta \sin\varphi = \chi\rho r \sin\theta \sin\varphi,$$

где  $\chi = \frac{2\pi}{\lambda z} ab$  – безразмерная величина, обратная волновому параметру.

Круговые пространственные частоты имеют очевидный смысл: они определяют направления распространения отраженных волн, на которые разлагается сложная волна, дифрагировавшая на голограмме. Сделаем подстановку (12) в (11) и поменяем при этом местами интегралы по переменным  $\rho$  и  $\theta$ . В результате получим

$$\begin{aligned} F(\omega_x, \omega_y) &= f_0 ab \int_0^1 \rho \left[ \int_0^{2\pi} e^{-j\chi\rho r \cos(\varphi - \theta)} d\theta \right] d\rho = \\ &= f_0 ab \int_0^1 \rho \left[ \int_{\varphi}^{2\pi + \varphi} e^{-j\chi\rho r \cos(\varphi - \theta)} d\theta \right] d\rho = 2\pi f_0 ab \int_0^1 J_0(\chi\rho r) \rho d\rho, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $J_0$  – функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

Изменение пределов интегрирования во внутреннем интеграле (13) проведено вследствие периодичности внутреннего интеграла по переменной  $\theta$ . Проведем замену переменной интегрирования:

$$F(\omega_x, \omega_y) = \frac{2\pi f_0 ab}{(\chi r)^2} \int_0^{\chi r} J_0(v) v dv, \quad (14)$$

$$v = (\chi r) \rho, \quad dv = \chi r d\rho.$$

В соответствии с выражением (14) нижний предел интегрирования по переменной  $v$  будет равен нулю, так как  $\rho = 0$ , а верхний —  $\chi r$ , так как  $\rho = 1$ . В результате замены переменной имеем

$$F(\omega_x, \omega_y) = \frac{2\pi f_0 ab}{(\chi r)^2} \cdot v J_1(v) \Big|_0^{\chi r} = \frac{2\pi f_0 ab}{\chi r} J_1(\chi r), \quad (15)$$

где  $J_1$  — функция Бесселя первого рода первого порядка;  $\chi = \frac{2\pi}{\lambda z} ab$ ;  $r = \sqrt{\left(\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2}\right)}$ .

При  $a = b$  (окружность) получается известная формула дифракции на круглом отверстии, что указывает на достоверность вычислений. Таким образом, выражение (15) позволяет найти поле в дальней зоне, дифрагировавшее на эллиптическом транспаранте с постоянным коэффициентом отражения. Рассмотрим транспарант в виде эллиптической страты, изображенной на рис. 3. Коэффициент отражения этого транспаранта положим равным:

$$\begin{aligned} f(\xi, \eta) &= f_0, & \frac{\xi^2}{a_1^2} + \frac{\eta^2}{b_1^2} &\geq 1, & \frac{\xi^2}{a_2^2} + \frac{\eta^2}{b_2^2} &\leq 1, \\ f(\xi, \eta) &= 0, & \frac{\xi^2}{a_1^2} + \frac{\eta^2}{b_1^2} &< 1, & \frac{\xi^2}{a_2^2} + \frac{\eta^2}{b_2^2} &> 1, \end{aligned} \quad (16)$$

где  $a_1 > 0$ ,  $b_1 > 0$ ,  $a_2 > a_1$ ,  $b_2 > b_1$ .

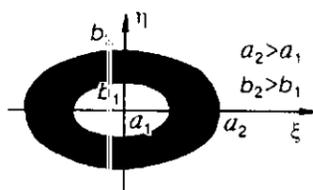


Рис. 3. Транспарант в виде эллиптической полосы

Найдем нормированные радиусы границ изображения страты:

$$\sqrt{\left(\frac{x}{b_1}\right)^2 + \left(\frac{y}{a_1}\right)^2} = r_1, \quad \sqrt{\left(\frac{x}{b_2}\right)^2 + \left(\frac{y}{a_2}\right)^2} = r_2. \quad (17)$$

Подставляя (17) в (15), вычислим спектральную функцию

$$F(\omega_x, \omega_y) = 2\pi f_0 \left[ a_2 b_2 \frac{J_1(\chi_2 r_2)}{\chi_2 r_2} - a_1 b_1 \frac{J_1(\chi_1 r_1)}{\chi_1 r_1} \right]. \quad (18)$$

Здесь  $\chi_1 = \frac{2\pi}{\lambda z} a_1 b_1$ ;  $\chi_2 = \frac{2\pi}{\lambda z} a_2 b_2$ .

Ширина страты может быть непостоянной, если  $a_2 - a_1 \neq b_2 - b_1$ . Положим:

$$\begin{aligned} a_2 &= a_1 + \Delta a, & a_1 &= a, \\ b_2 &= b_1 + \Delta b, & b_1 &= b, \end{aligned} \quad (19)$$

где  $\Delta a$  и  $\Delta b$  — характерные размеры ширины страты.

Согласно (19), в выражении (18) изменение характерных размеров страты  $\Delta a$  и  $\Delta b$  приводит к изменению величины первого слагаемого в квадратной скобке. Представим его в виде двух сомножителей:

$$(a_2 b_2) \left[ \frac{J_1(\chi_2 r_2)}{\chi_2 r_2} \right], \quad (20)$$

где  $\chi_2 r_2 = \frac{2\pi}{\lambda z} a_2 b_2 \sqrt{\left(\frac{x}{b_2}\right)^2 + \left(\frac{y}{a_2}\right)^2}$ .

Изменение первого множителя ( $a_2 b_2$ ) приводит к изменению количества световой энергии, отражаемой стратой. Изменение второго множителя, выраженного в виде отношения функции Бесселя к ее аргументу, связано с одновременным изменением волнового параметра и параметра  $\sqrt{\left(\frac{x}{b_2}\right)^2 + \left(\frac{y}{a_2}\right)^2}$ , которые приводят к изменению диаграммы направленности в фиксированной точке  $x, y$ .

Введем на плоскости полярную систему координат:

$$x = \sqrt{x^2 + y^2} \cos \gamma, \quad y = \sqrt{x^2 + y^2} \sin \gamma, \quad (21)$$

в результате получим

$$\sqrt{\left(\frac{x}{b_2}\right)^2 + \left(\frac{y}{a_2}\right)^2} = \sqrt{x^2 + y^2} \sqrt{\frac{\cos^2 \gamma}{b_2^2} + \frac{\sin^2 \gamma}{a_2^2}}. \quad (22)$$

С целью дальнейшего анализа характера дифракции разложим выражение (18) в ряд Тейлора [5] по переменным  $a, b$ , учитывая при этом малость  $\Delta a$  и  $\Delta b$  на эталонной голограмме:

$$F(\omega_x, \omega_y) = 2\pi f_0 \left\{ \frac{J_1(\chi r)}{\chi r} (b\Delta a + a\Delta b) + ab \frac{d}{d(\chi r)} \left[ \frac{J_1(\chi r)}{\lambda r} \right] \left[ \frac{\partial(\chi r)}{\partial a} \Delta a + \frac{\partial(\chi r)}{\partial b} \Delta b \right] \right\}, \quad (23)$$

$$\chi r = \frac{2\pi}{\lambda z} ab \sqrt{\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2}}.$$

Представим выражение (23) в виде

$$F(\omega_x, \omega_y) = 2\pi f_0 \left\{ \frac{J_1(\chi r)}{\chi r} (b\Delta a + a\Delta b) - ab \frac{J_2(\chi r)}{\chi r} \left[ \frac{\partial(\chi r)}{\partial a} \Delta a + \frac{\partial(\chi r)}{\partial b} \Delta b \right] \right\}, \quad (24)$$

где  $J_2$  – функция Бесселя первого рода второго порядка.

Найдем частные производные от параметра  $\chi r$  по переменным  $a$  и  $b$ :

$$\frac{\partial(\chi r)}{\partial a} = \frac{2\pi}{\lambda z} b \left( r - \frac{y^2}{a^2 r} \right) = \frac{2\pi y^2}{\lambda z b r}, \quad (25)$$

$$\frac{\partial(\chi r)}{\partial b} = \frac{2\pi}{\lambda z} a \left( r - \frac{x^2}{b^2 r} \right) = \frac{2\pi x^2}{\lambda z a r}.$$

Выражение для спектральной функции отражения голограммы окончательно запишется в следующем виде:

$$F(\omega_x, \omega_y) \cong 2\pi f_0 \left[ \frac{J_1(\chi r)}{\chi r} (b\Delta a + a\Delta b) - \chi^2 \frac{J_2(\chi r)}{(\chi r)^2} \left( \frac{x^2}{b} \Delta a + \frac{y^2}{a} \Delta b \right) \right]. \quad (26)$$

Первое слагаемое в квадратных скобках в выражении (26) по смыслу связано с дифракционными эффектами, зависящими от площади страты и ее положения относительно начала координат. Второе слагаемое описывает эффекты изменений волнового параметра и диаграммы направленности, обусловленные изменением геометрических характеристик страты.

Положим в (20)  $y=0$  либо  $x=0$  и получим соответственно

$$\chi_2 r_2 = \frac{2\pi |x| a_2}{\lambda z}, \quad \chi_2 r_2 = \frac{2\pi |y| b_2}{\lambda z}. \quad (27)$$

С учетом того, что первый нуль функции Бесселя  $J_1(r)$  равен  $r_1 = 3,832$  [5], найдем соответствующие этому значению  $x$  и  $y$ :

$$|x_1| = \frac{3,832 \lambda z}{2\pi a_2}, \quad |y_1| = \frac{3,832 \lambda z}{2\pi b_2}. \quad (28)$$

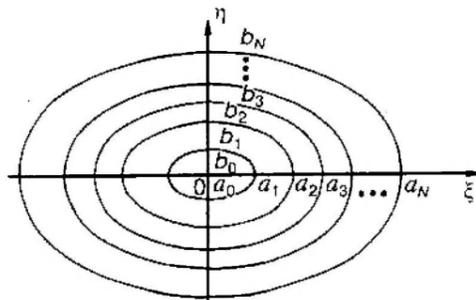


Рис. 4. Транспарант в виде эталонной голограммы

Увеличение  $a_2, b_2$  ведет к уменьшению  $|x_1|, |y_1|$ , т. е. к уменьшению характерных размеров изображения, обусловленного дифрагировавшим полем в центральной зоне. Воспользовавшись выражениями для обобщенных полярных координат, можно записать:

$$\frac{x^2}{b} = br^2 \cos^2 \varphi, \quad \frac{y^2}{a} = ar^2 \sin^2 \varphi. \quad (29)$$

Используя (29), запишем выражение (26) следующим образом:

$$F(\omega_x, \omega_y) = 2\pi f_0 \left[ \frac{J_1(\chi r)}{\chi r} (b\Delta a + a\Delta b) - J_2(\chi r) (b\Delta a \cos^2 \varphi + a\Delta b \sin^2 \varphi) \right], \quad (30)$$

где  $(b\Delta a \cos^2 \varphi + a\Delta b \sin^2 \varphi)$  определяет диаграмму направленности светового потока.

Пусть транспарант в виде эталонной голограммы разбит на  $N$  отражательных страт и центральную зону так, как это показано на рис. 4. Введем обозначения:

$$\Delta a_i = a_i - a_{i-1}, \quad 1 < i < N; \quad \Delta b_i = b_i - b_{i-1}, \quad 1 < i < N. \quad (31)$$

Считаем, что коэффициент отражения эталонной голограммы принимает в каждой зоне свое постоянное значение. В центральной зоне его значение равно  $f_0$ , в первой страте —  $f_1$  и т. д. Воспользовавшись соотношениями (30) и (31), запишем расчетную формулу спектральной функции отражения:

$$F(\omega_x, \omega_y) \cong \frac{2\pi f_0 a_0 b_0}{\chi_0 r_0} J_1(\chi_0 r_0) + 2\pi f_0 \sum_{i=0}^{N-1} f_{i+1} \frac{J_1(\chi_i r_i)}{\chi_i r_i} (b_i \Delta a_{i+1} + a_i \Delta b_{i+1}) - 2\pi f_0 \sum_{i=0}^{N-1} f_{i+1} J_2(\chi_i r_i) (b_i \Delta a_{i+1} \cos^2 \varphi + a_i \Delta b_{i+1} \sin^2 \varphi), \quad (32)$$

где

$$\chi_i = \frac{2\pi}{\lambda z} a_i b_i, \quad i=0,1,\dots,N-1; \quad r_i = \sqrt{\left(\frac{x}{b_i}\right)^2 + \left(\frac{y}{a_i}\right)^2}, \quad i=0,1,\dots,N-1;$$

$$\Delta a_{i+1} = a_{i+1} - a_i, \quad i=0,1,\dots,N-1; \quad \Delta b_{i+1} = b_{i+1} - b_i, \quad i=0,1,\dots,N-1;$$

$$\cos^2 \varphi_i = \frac{x^2}{r_i^2 b_i^2}, \quad i=0,1,\dots,N-1; \quad \sin^2 \varphi_i = \frac{y^2}{r_i^2 a_i^2}, \quad i=0,1,\dots,N-1.$$

Первое и второе слагаемые выражения (32) определяют характер распределения интенсивности дифрагировавшего светового потока по мере увеличения номера дифракционного порядка.

Параметры  $r_0$  и  $r_i$ , задающие амплитуду функции Бесселя для первого и второго слагаемых выражения (32), обуславливают убывание интенсивности дифрагировавшего поля по мере удаления от центра изображения. Третий член описывает диаграмму направленности дифрагировавшего светового потока, а также уточняет распределение интенсивности за пределами центральной зоны изображения.

Рассмотрим слагаемое формулы (32), содержащее функцию Бесселя  $J_2(v)$ . Из этого выражения можно определить характерные координаты внешнего края светлой эллиптической полосы:

$$|x_2| = \frac{\lambda z}{a_2} \frac{5,1352}{2\pi}, \quad |y_2| = \frac{\lambda z}{b_2} \frac{5,1352}{2\pi}. \quad (33)$$

Светлая эллиптическая полоса имеет нуль второго порядка в центре изображения и максимум, соответствующий положению первого максимума  $J_2(v)$ , в точке  $v=3,05424$ . Характерные размеры положения максимума светлой эллиптической полосы определяются выражениями

$$|x_{2 \max}| = \frac{\lambda z}{a_2} \frac{3,05424}{2\pi}, \quad |y_{2 \max}| = \frac{\lambda z}{b_2} \frac{3,05424}{2\pi}. \quad (34)$$

**Заключение.** Из выражения (33) следует, что эллиптическая полоса шире, чем центральное светлое эллиптическое пятно. Максимум интенсивности светлой эллиптической полосы находится внутри светлого эллиптического пятна. Таким образом, анализ выражения (32) позволяет выделить два качественно разных вклада в изображение, сформированное в процессе отражения света от страт голограммы. Вклад первого типа обладает максимумом в самом центре эллиптического пятна и соответствует составляющему выражения (32), содержащему функцию Бесселя первого порядка. Вклад второго типа в изображение определяется третьим слагаемым, которое содержит функцию Бесселя второго порядка. Эта составляющая изображения имеет максимум интенсивности света, находящийся вблизи края центрального светлого пятна эллиптической формы. Наличие пятна и эллиптической полосы в области изображения объясняется влиянием дифракции на процесс отражения света от страт. При этом одна часть отраженной энергии концентрируется в центральной светлой части изображения, другая

часть этой энергии распределяется в области эллиптической светлой полосы, а еще одна часть энергии рассеивается в процессе дифракции в область, находящуюся за пределами изображения. При анализе выражения (18) для больших значений аргумента функции Бесселя можно показать, что амплитуда напряженности электрического поля за пределами центрального пятна и прожекторной зоны убывает пропорционально  $r^{-3/2}$ . Это можно объяснить тем, что световая энергия рассеивается в области бесконечно большой площади.

Таким образом, увеличение номера порядка отражательной страты ведет к уменьшению вклада дифрагировавшего поля в центральную часть изображения. При значительном удалении от центра изображения результирующая интенсивность дифрагировавшего поля убывает. По мере удаления от центра транспаранта вклад светового потока в центральное пятно уменьшается.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Островский Ю. И., Щепинов В. П., Яколев В. В.** Голографические интерференционные методы измерения деформаций. М.: Наука, 1988.
2. **Прыгунов А. Г., Сизов В. П., Безуглов Д. А.** Метод определения перемещений объектов на основе анализа волновых фронтов оптического поля с помощью эталонных голограмм // Оптика атмосферы и океана. 1995. 8, № 6. С. 826.
3. **А. с. 1780073 СССР.** Приемное устройство лазерного локатора /А. Т. Серобабин, А. Г. Прыгунов. Заявл. 12.12.90. Опубл. 1992, Бюл. № 45.
4. **Вьено Ж.-Ш., Смигильский П., Руайе А.** Оптическая голография. Развитие и применение: Пер. с фр. канд. физ.-мат. наук С. И. Балашовой /Под ред. чл.-корр. АН СССР Ю. Н. Денисюка. М.: Мир, 1973.
5. **Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике. М.: Наука, 1973.

*Поступила в редакцию 26 сентября 1997 г.*