РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
АВТОМЕТРИЯ
№ 3 1998

УДК 007 : 681.3.06

В. Я. Пивкин
(Новосибирск)

ПОСТРОЕНИЕ НЕЧЕТКИХ МОДЕЛЕЙ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ ПО ДАННЫМ НАБЛЮДЕНИЙ

Предложен метод построения нечетких моделей динамических объектов по данным наблюдений, основанный на дискретизации областей значений их параметров и представлении распределений значений выхода объекта нечеткими множествами при формировании системы правил модели.

Введение. В настоящее время для построения нечетких моделей объектов по данным наблюдений широко применяется метод эталонных множеств, при котором совокупность правил или нечеткое отношение модели отражает взаимозависимость между заранее определенными эталонными нечеткими множествами, заданными на областях значений параметров (входов и выходов) объекта. Каждое из данных наблюдений порождает первичное нечеткое отношение эталонных множеств входов и выходов. Итоговое отношение (модель объекта) в зависимости от выбранного вида импликации задается объединением или пересечением первичных отношений, порождаемых данными наблюдений. Недостатком метода является накопление ошибок в итоговом отношении (модели), связанных с взаимовлиянием первичных отношений [1, 2].

Изложен метод построения нечетких моделей динамических объектов по данным наблюдений, лишенный указанного недостатка. Модель объекта представляется в виде нечеткого отношения на декартовом произведении конечных множеств, при построении которого вместо импликаций используются методы представления распределений значений выхода объекта данных наблюдений нечеткими множествами. Для преобразования четких значений входов в нечеткие использованы способы, аналогичные применяемым в моделях на основе эталонных множеств.

Постановка задачи. Задача построения модели объекта по данным наблюдений включает в себя следующие основные компоненты:

– данные наблюдений;

– множество моделей-кандидатов;

– критерии качества модели;

– метод поиска в множестве моделей-кандидатов модели, наиболее приемлемой с точки зрения соответствия критериям качества.

Исследуемый объект характеризуется набором параметров $\Omega = \{Y, X_1, \ldots, X_k\}$, где Y – выход, а $X = \{X_1, \ldots, X_k\}$ – входы.

Области значений параметров – отрезки действительной оси.

Данные наблюдений – совокупность временных рядов $\Psi = \{y(j), x_1(j), \ldots, x_k(j)\}$ значений параметров, наблюдаемых в моменты (такты) времени j, $j = 1, 2, \ldots, N$.

Множество моделей-кандидатов – нечеткие модели, реализующие функциональную зависимость значений выхода объекта $y(t)$ от входных переменных $y(t-\tau^0_{\min})$, $y(t-\tau^0_{\min}-1), \ldots, y(t-\tau^0_{\max})$, $x_1(t-\tau^1_{\min})$, $x_1(t-\tau^1_{\min}-1), \ldots, x_1(t-\tau^1_{\max}), \ldots, x_k(t-\tau^k_{\min})$, $x_k(t-\tau^k_{\min}-1), \ldots, x_k(t-\tau^k_{\max})$.

Целочисленные интервалы $\tau(Y) = [\tau^0_{\min}, \tau^0_{\max}]$, $\tau(X_1) = [\tau^1_{\min}, \tau^1_{\max}], \ldots, \tau(X_k) = [\tau^k_{\min}, \tau^k_{\max}]$ временных задержек реакции выхода на изменения значений входов предполагаются заданными.

Задача заключается в построении модели, имеющей приемлемую точность вывода, обычно оцениваемую по данным наблюдений Ψ величиной среднеквадратичного отклонения значений выхода $\{y_i\}$ из Ψ от значений, предсказанных моделью.

При этом модель должна быть работоспособной при любом значении входов, допустимом по условиям эксплуатации объекта (условие полноты), и иметь размер (количество правил вывода), не превышающий возможностей используемых для ее реализации вычислительных средств.

Дискретизация параметров модели. Наряду с множеством параметров объекта, введем множество параметров модели: $\Omega_м = \{U, V^0_0, \ldots, V^0_{n_0}, V^1_0, \ldots, V^1_{n_1}, \ldots, V^k_0, \ldots, V^k_{n_k}\}$, в котором параметр U (выход модели) соответствует выходу объекта Y, остальные параметры (входы модели) образуют $(k+1)$ групп, соответствующих параметрам объекта Y, $X_1, \ldots, X_k$ с задержками из $\tau(Y), \tau(X_1), \ldots, \tau(X_k)$.

Обозначим через $\tau_{\max}$ наибольшую из задержек параметров объекта. Совокупность временных рядов $\Psi_м = \{u(j), v^0_0(j), \ldots, v^0_{n_0}(j), v^1_0(j), \ldots, v^1_{n_1}(j), \ldots, v^k_0(j), \ldots, v^k_{n_k}(j)\}$, в которой $u(j) = y(j+\tau_{\max})$, $v^0_0(j) = y(j+\tau_{\max}-\tau^0_{\min}), \ldots, v^0_{n_0}(j) = y(j+\tau_{\max}-\tau^0_{\max})$, $v^1_0(j) = x_1(j+\tau_{\max}-\tau^1_{\min}), \ldots, v^1_{n_1}(j) = x_1(j+\tau_{\max}-\tau^1_{\max}), \ldots, v^k_0(j) = x_k(j+\tau_{\max}-\tau^k_{\min}), \ldots, v^k_{n_k}(j) = x_k(j+\tau_{\max}-\tau^k_{\max})$, $j = 1, \ldots, n$, $n = N - \tau_{\max}$, будем называть данными наблюдений параметров модели. Векторы значений входов данных наблюдений параметров модели будем обозначать через $v(j)$, $j = 1, \ldots, n$. При эксплуатации модели вектор значений входов модели на очередном такте времени будем обозначать через $v_м$, а значение выхода модели – через $u_м$.

Пусть P, $P \in \Omega_м$, – параметр модели со значениями из отрезка $[a, b]$ действительной оси, а $\Delta(P) = \{\Delta_1, \Delta_2, \ldots, \Delta_m\}$ – совокупность непересекающихся полуоткрытых и замкнутых интервалов, покрывающих $[a, b]$. Очевидно, каждому значению параметра P однозначно соответствует интервал из $\Delta(P)$, которому данное значение принадлежит. Дискретизацией $D(P)$ параметра P назовем отображение $[a, b] \to \overline{P}$, $\overline{P} = \{1, 2, \ldots, m\}$, при котором каждому значению параметра P однозначно соответствует номер интервала из $\Delta(P)$, которому данное значение принадлежит. При этом дискретизации $D(P)$ соответствует временной ряд данных наблюдений, получающийся из исходных данных наблюдений заменой значений параметра P номерами интервалов из $\overline{P}$. Простейшим способом построения

$\Delta(P)$ является разбиение $[a,\ b]$ на m полуоткрытых и замкнутых интервалов равной длины. Такие дискретизации условимся называть равномерными дискретизациями размера m и обозначать через $D_m(P)$.

Дискретизацией $D(\Omega_м)$ назовем совокупность дискретизаций $D(\Omega_м) = \{D(P)\},\ P \in \Omega_м$. Заметим, что дискретизации из $D(\Omega_м)$ в общем случае взаимно независимы, т. е. параметры модели, соответствующие одному и тому же параметру объекта, могут иметь несовпадающие дискретизации.

Дискретизации $D(\Omega_м)$ соответствует совокупность целочисленных временных рядов $\Psi(D(\Omega_м)) = \{\bar{u}(j),\ \bar{v}_0^0(j), \ldots, \bar{v}_{n_0}^0(j),\ \bar{v}_0^1(j), \ldots, \bar{v}_{n_1}^1(j), \ldots$ $\ldots, \bar{v}_0^k(j), \ldots, \bar{v}_{n_k}^k(j)\},\ j = 1, \ldots, n,$ данных наблюдений параметров модели, порождаемых $D(\Omega_м)$. В дальнейшем под данными наблюдений для дискретизаций $D(\Omega_м)$ будем понимать данные $\Psi(D(\Omega_м))$, а совокупности Ψ и $\Psi_м$ будем называть исходными данными наблюдений.

На такте $j,\ 0 \le j < n,$ данные наблюдений образуют вектор $S(j) = (\bar{u}(j),$ $\bar{v}_0^0(j), \ldots, \bar{v}_{n_0}^0(j),\ \bar{v}_0^1(j), \ldots, \bar{v}_{n_1}^1(j), \ldots, \bar{v}_0^k(j), \ldots, \bar{v}_{n_k}^k(j))$, состоящий из выхода $\bar{u}(j)$ и вектора входов $\bar{v}(j) = (\bar{v}_0^0(j), \ldots, \bar{v}_{n_0}^0(j), \bar{v}_0^1(j), \ldots, \bar{v}_{n_1}^1(j), \ldots, \bar{v}_0^k(j), \ldots$ $\ldots, \bar{v}_{n_k}^k(j))$, состоящего, в свою очередь, из $(k+1)$ групп (векторов): $\bar{v}_0(j) =$ $= (\bar{v}_0^0(j), \ldots, \bar{v}_{n_0}^0(j)),\ \ \bar{v}_1(j) = (\bar{v}_0^1(j), \ldots, \bar{v}_{n_1}^1(j)), \ldots, \bar{v}_k(j) = (\bar{v}_0^k(j), \ldots, \bar{v}_{n_k}^k(j))$, соответствующих параметрам $Y,\ X_1, \ldots, X_k$. При дискретизации $D(\Omega_м)$ вектору $v_м$ значений входов модели на очередном такте времени будет соответствовать целочисленный вектор $\bar{v}_м$, а значению выхода модели $u_м$ – целочисленное значение $\bar{u}_м$.

Нечеткая модель объекта для дискретизации $D(\Omega_м)$. Пусть $\bar{U} = \{1, 2, \ldots$ $\ldots, q\}$ – множество значений выхода модели для дискретизации $D(\Omega_м)$. Обозначим через $\hat{V} = \{\hat{v}_1, \ldots, \hat{v}_p\},\ p = |\hat{V}|$, множество неодинаковых (попарно несовпадающих) входов совокупности $\{\bar{v}(j)\},\ j = 1, \ldots, n$. Каждому $\hat{v}_i$, $i = 1, \ldots, p,$ соответствует подмножество $U(\hat{v}_i),\ U(\hat{v}_i) \subseteq \bar{U}$, значений выхода $\bar{u}(j)$ таких, что $S(j) = (\bar{u}(j),\ \hat{v}_i),\ j = 1, \ldots, n$.

Поставим в соответствие каждому вектору $\hat{v}_i$ правило L_i:

если «$\bar{v}_м$ есть $\hat{v}_i$», то «$\bar{u}_м$ есть $U(\hat{v}_i)$», $i = 1, \ldots, p$.

Смысл правила: если значения входов при дискретизации $D(\Omega_м)$ равны $\hat{v}_i$, то значение выхода принадлежит множеству $U(\hat{v}_i)$. Множество правил $L(D(\Omega_м)) = \{L_i\},\ i = 1, \ldots, p,$ будем называть четкой моделью объекта для дискретизации $D(\Omega_м)$.

Каждому $U(\hat{v}_i),\ i = 1, \ldots, p,$ поставим в соответствие нечеткое множество $\tilde{U}(\hat{v}_i)$, определенное на универсуме $\bar{U}$. Правила четкой модели заменим правилами $\tilde{L}_i$:

если «$\bar{v}_м$ есть $\hat{v}_i$», то «$\bar{u}_м$ есть $\tilde{U}(\hat{v}_i)$», $i = 1, \ldots, p$.

Нетрудно видеть, что построенная совокупность правил задает нечеткое отношение R: $(\hat{V} \times \bar{U}) \to [0, 1]$ между множествами $\{\hat{v}_1, \ldots, \hat{v}_p\}$ и $\{1, 2, \ldots, q\}$ с функцией принадлежности $\mu_R(\hat{v}_i, j) = \mu_{\tilde{U}(\hat{v}_i)}(j),\ i = 1, \ldots, p,\ \ j = 1, \ldots, q$.

Обозначим через $A(\overline{\text{v}}_\text{м})$ нечеткое множество на универсуме $\hat{V}$ с функцией принадлежности, задающей для каждого $\hat{\text{v}}_i$ степень принадлежности входа $\overline{\text{v}}_\text{м}$ входу $\hat{\text{v}}_i$ правила $\widetilde{L}_i$. Тогда нечеткое множество $A(\overline{\text{v}}_\text{м})$ и нечеткое отношение R индуцируют в $\overline{U}$ нечеткое подмножество

$$B(\overline{\text{v}}_\text{м}) = A(\overline{\text{v}}_\text{м}) \bullet R,$$

где «•» – операция нечеткой композиции.

Будем говорить, что нечеткая модель для выбранной дискретизации построена, если определены ее составляющие:

– совокупность правил $\{\widetilde{L}_i\}$ и метод построения множеств $\widetilde{U}(\hat{\text{v}}_i)$;

– процедура вычисления $A(\overline{\text{v}}_\text{м})$;

– операция нечеткой композиции;

– способ получения четкого значения выхода по нечеткому множеству $B(\overline{\text{v}}_\text{м})$.

Известен ряд методов построения нечетких множеств по статистическим данным [3–5], которые можно использовать при построении $\widetilde{U}(\hat{\text{v}}_i)$, $i = 1, \ldots, p$. В нашем случае целесообразно использовать метод, сочетающий статистический подход с операциями увеличения нечеткости и позволяющий строить $\widetilde{U}(\hat{\text{v}}_i)$ даже при малом количестве данных наблюдений, удовлетворяющих условиям посылки правила L_i.

Введем вектор $R_\text{рас}(\hat{\text{v}}_i) = \{r_1(\hat{\text{v}}_i), r_2(\hat{\text{v}}_i), \ldots, r_q(\hat{\text{v}}_i)\}$, в котором компонента $r_k(\hat{\text{v}}_i)$, $k = 1, \ldots, q$, равна числу данных наблюдений, удовлетворяющих условиям посылки i-го правила со значением выхода, равным k. Обозначим через $r_{\max}(\hat{\text{v}}_i)$ наибольшую из компонент вектора $R_\text{рас}(\hat{\text{v}}_i)$. На универсуме $\overline{U} = \{1, 2, \ldots, q\}$ определим нечеткое множество $\widetilde{U}_0(\hat{\text{v}}_i)$ с функцией принадлежности $\mu(j) = r_j(\hat{\text{v}}_i)/r_{\max}(\hat{\text{v}}_i)$, $j = 1, 2, \ldots, q$. Для всех $j \in \overline{U}$ определим нечеткие множества $K(j)$ с функциями принадлежности, равными единице на элементе j и монотонно убывающими на соседних элементах с ростом их расстояния от j. Совокупность $\{K(j)\}$, $j = 1, 2, \ldots, q$, образует ядро оператора увеличения нечеткости F. Нечеткое множество $\widetilde{U}(\hat{\text{v}}_i)$ определим как результат действия оператора увеличения нечеткости F на нечеткое множество $\widetilde{U}_0(\hat{\text{v}}_i)$, т. е. в виде

$$\widetilde{U}(\hat{\text{v}}_i) = \bigcup_{j \in \overline{U}} \mu_{\widetilde{U}_0(\hat{\text{v}}_i)}(j) \circ K(j),$$

где $\mu_{\widetilde{U}_0(\hat{\text{v}}_i)}(j) \circ K(j)$ – произведение числа на нечеткое множество (с операцией min или prod).

Для определения на универсуме $\hat{V}$ нечетких множеств $A(\overline{\text{v}}_\text{м})$ используем известные методы эталонных множеств. Пусть P, $P \in \Omega_\text{м}$, – один из входов модели с областью значений $[a,\ b]$, а $\Delta(P) = \{\Delta_1, \Delta_2, \ldots, \Delta_s\}$ – совокупность непересекающихся интервалов дискретизации $D(P)$, покрывающих $[a,\ b]$. Определим на $[a,\ b]$ s нечетких эталонных множеств $A(P) = \{A_1, \ldots, A_s\}$ таких, что функции принадлежности $\mu_{A_i}(x)$, $x \in [a,\ b]$, непрерывны, выпуклы и равны единице для всех $x \in \Delta_i$, $i = 1, \ldots, s$. (Ниже сформулируем дополнительное условие, связанное с требованием полноты модели.) Проделаем эту операцию для всех входов модели. Тогда входу $\hat{v}_i$ будет соответствовать вектор $W(\hat{v}_i)$ нечетких множеств, соответствующих значениям его координат, а входу $\bar{v}_м$ – вектор $w(\bar{v}_м, \hat{v}_i)$ покоординатных значений функций принадлежности координат вектора $\bar{v}_м$ нечетким множествам вектора $W(\hat{v}_i)$. Применив к координатам $w(\bar{v}_м, \hat{v}_i)$ ту же операцию (min или prod), которая использовалась при построении $\tilde{U}(\hat{v}_i), i = 1, \dots, p$, получим значение функции принадлежности нечеткого множества $A(\bar{v}_м)$ для вектора $\hat{v}_i$. Для того чтобы модель была работоспособна при любом наборе значений входов, допустимом по условиям эксплуатации объекта (условие полноты), дополним требования к функциям принадлежности эталонных нечетких множеств модели условием, чтобы их носители либо охватывали весь интервал значений каждого из параметров, либо выбирались таким образом, чтобы для любого входа нечеткое множество $A(\bar{v}_м)$ не было пустым.

В качестве операции нечеткой композиции выбираются композиции max–min или max–prod в зависимости от того, какая из операций (min или prod) была использована при формировании множеств $\tilde{U}(\hat{v}_i)$, $i = 1, \dots, p$, и $A(\bar{v}_м)$.

Для получения четкого значения выхода по нечеткому множеству $B(\bar{v}_м)$ используем известный способ центра тяжести. Обозначим через $y_1, y_2, \dots, y_q$ центры интервалов дискретизации выхода модели. Тогда четким значением выхода является величина $y = \sum_{j \in U} y_j \mu_{B(\bar{v}_м)}(j) \Big/ \sum_{j \in U} \mu_{B(\bar{v}_м)}(j)$.

Анализ данных наблюдений на наличие грубых ошибок измерения и выбор дискретизации для построения модели. Выше мы изложили метод построения модели для дискретизации $D(\Omega_м)$, оставив в стороне вопросы анализа данных наблюдений и выбора дискретизации, наиболее приемлемой для построения модели. Анализ данных наблюдений будем проводить на множестве равномерных дискретизаций Ξ, с размерами дискретизаций параметров от 2–4 до нескольких десятков.

Пусть $D(\Omega_м)$ – одна из дискретизаций множества Ξ, а $\{U(\hat{v}_i)\}$, $i = 1, \dots, p$, – правые части правил четкой модели $L(D(\Omega_м))$. Каждому $U(\hat{v}_i)$ соответствует вектор $R_{рас}(\hat{v}_i) = \{r_1(\hat{v}_i), r_2(\hat{v}_i), \dots, r_q(\hat{v}_i)\}$, в котором компонента $r_k(\hat{v}_i)$, $k = 1, \dots, q$, равна числу векторов $S(j)$ данных наблюдений $\Psi(D(\Omega_м))$ таких, что $S(j) = (k, \hat{v}_i)$, $j = 1, \dots, n$. (Выше эти векторы использовались при построении нечетких множеств $\tilde{U}(\hat{v}_i)$, $i = 1, \dots, p$.) Необходимым условием существования приемлемой модели рассматриваемого класса является концентрация значений выхода в окрестности некоторого среднего для каждой группы одинаковых входов. Будем считать, что это условие выполнено. Тогда значения компонент вектора $R_{рас}(\hat{v}_i)$ можно рассматривать как результаты измерений некоторой целочисленной величины из интервала $[1, \dots, q]$. Грубая ошибка измерений проявляется в резком отличии некоторого результата от результатов остальных измерений. Несмотря на то что в нашем случае грубая ошибка проявляется на значениях выхода, она может быть следствием грубой ошибки измерений любого из входных параметров. Поэтому если при анализе вектора $R_{рас}(\hat{v}_i)$ установлено наличие грубой ошибки, то для ее устранения производится сглаживание временных рядов всех параметров объекта (возможно – локальное, область сглаживания при этом определяется значением $\hat{v}_i$). Обнаружение и устранение грубых ошибок измерений проводится по результатам анализа дискретизаций из совокупности Ξ. Мы не будем останавливаться на методах обработки векторов $R_{рас}(\hat{v}_i)$ с целью обнаружения грубых ошибок измерений и способах сглаживания данных наблюдений: они достаточно развиты и известны и выбираются разработчиком модели в зависимости от априорных знаний об объекте и требований к модели [6].

Выбор дискретизации для построения модели осуществляется с учетом ограничений на размер модели и основан, как правило, на опыте и пробах. Такой подход к выбору дискретизаций вполне оправдан, поскольку размер модели ограничен, а число правил растет пропорционально произведению размеров дискретизаций ее параметров и, следовательно, количество допустимых по размеру модели дискретизаций относительно невелико. Один из способов выбора заключается в следующем. Выбирается дискретизация заведомо большего размера, и производится пошаговое уменьшение размеров дискретизаций параметров в соответствии с априорными или полученными в результате анализа данных наблюдений оценками влияния на функционирование объекта входных параметров различных групп и задержек.

Заключение. Рассмотренный класс моделей удобен с точки зрения их корректировки при эволюционном изменении закона функционирования моделируемого объекта. В частности, корректировка модели при сохранении ее правил сводится к корректировке нечетких множеств $\tilde{U}(\hat{v}_i)$ при существенных изменениях распределений $R_{рас}(\hat{v}_i)=\{r_1(\hat{v}_i), r_2(\hat{v}_i), \ldots, r_q(\hat{v}_i)\}$. Для этого модель дополняется соответствующими процедурами постоянного накопления данных с использованием ее четкого варианта.

На базе предложенного метода разрабатывается комплекс программ построения нечетких моделей по данным наблюдений. Испытания, в частности, на задаче о газовой печи [7] показали вполне удовлетворительные показатели качества построенных моделей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Pedrycz W.** Identification in Fuzzy systems // IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics. 1984. **SMS-14.** N 2. P. 361.
2. **Xu C.-W., Lu Y.-Z.** Fuzzy model identification and self-learning for dynamic systems // IEEE Trans. Systems. Man. and Cybernetics. 1987. **SMS-17.** N 4. P. 683.
3. **Дюбуа Д., Прад А.** Теория возможностей. Приложения к представлению знаний в информатике. М.: Радио и связь, 1990.
4. **Аверкин А. Н., Батыршин И. З., Блишун А. Ф. и др.** Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта. М.: Наука, 1986.
5. **Борисов А. Н., Крумберг О. А., Федоров И. П.** Принятие решений на основе нечетких моделей. Примеры использования. Рига: Зинатне, 1990.
6. **Румшиский Л. З.** Математическая обработка результатов эксперимента. М.: Наука, 1971.
7. **Бокс Дж., Дженкинс Г.** Анализ временных рядов. Прогноз и управление. М.: Мир, 1974.

Поступила в редакцию 26 января 1998 г.