

УДК 681.3

В. Г. Белявцев, Ю. Е. Воскобойников
(Новосибирск)

**АЛГОРИТМЫ ФИЛЬТРАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ
С АДАПТАЦИЕЙ РАЗМЕРОВ АПЕРТУРЫ**

Предлагаются алгоритмы, позволяющие в процессе фильтрации подбирать оптимальный размер апертуры различных локальных фильтров в зависимости от статистических характеристик обрабатываемого изображения, что в большинстве случаев приводит к существенному улучшению качества фильтрации. Приводятся результаты обширного вычислительного эксперимента.

Введение. В настоящее время для фильтрации изображений все чаще используются нелинейные локальные фильтры. Простейшим нелинейным локальным фильтром является медианный фильтр [1], выход которого определяется как медиана элементов, содержащихся в апертуре фильтра. Медианный фильтр способен сохранять изображения перепадов, а также весьма эффективен при сглаживании импульсного шума, благодаря чему получил широкое распространение. К сожалению, медианный фильтр плохо сглаживает низкоамплитудный белый гауссовый шум. Как известно, высокую степень сглаживания подобного шума обеспечивает линейный фильтр скользящего среднего [2, 3] (ФСС), но он «смазывает» изображения перепадов.

Приведенные выше фильтры часто используются для построения более сложных и совершенных фильтров. Примером могут служить комбинированные [3] и гибридные [4, 5] фильтры. В комбинированных фильтрах к обрабатываемому изображению последовательно применяются медианный фильтр и интервальный ФСС. Сначала с помощью медианного фильтра устраняется импульсный шум, а затем с помощью интервального ФСС сглаживается остаточный низкоамплитудный шум. В гибридных фильтрах сначала определяются выходные значения подфильтров (в качестве подфильтров используются те же ФСС), апертуры которых некоторым образом расположены в пределах основной апертуры фильтра, а затем из набора, содержащего центральный элемент основной апертуры и выходные значения подфильтров, определяется медиана, которая и является выходом гибридного фильтра.

Известно, что степень сглаживания сигналов зависит от размеров апертуры фильтра, а именно при малом размере апертуры фильтра операции усреднения подвергается меньшее число значений, что обеспечивает лучшее сохранение контрастных деталей сигнала, но при этом шум будет сглажен

хуже. И наоборот, при большом размере апертуры фильтра сглаживание шума будет происходить лучше, но при этом возможна «потеря» некоторых контрастных деталей, присутствующих в исходном сигнале. Итак, становится ясным, что качество фильтрации можно улучшить путем выбора наиболее подходящих размеров апертуры фильтра. К сожалению, реальные изображения не являются стационарными: они содержат как монотонные области, так и изображения перепада, поэтому на практике очень трудно подобрать оптимальные размеры апертуры фильтра. В подобных ситуациях качество фильтрации можно улучшить, если использовать апертуру с большими размерами в монотонных областях обрабатываемого изображения и апертуру с малыми размерами вблизи изображений перепада.

Поэтому в данной работе предложен метод адаптации размеров апертуры к характеристикам обрабатываемого изображения.

Алгоритмы адаптации размеров апертуры. К сожалению, в литературе не уделяется достаточного внимания задаче адаптивного подбора размеров апертур локальных фильтров. Рассмотрим один из немногих алгоритмов адаптации, предложенный в [6]. Приведем последовательность действий, реализующих этот алгоритм.

1. Задаются ограничения на минимальный N_{\min} и максимальный N_{\max} размеры апертуры, т. е. $N_{\min} \leq N_{kl}^r \leq N_{\max}$, $N_{\min} \leq N_{kl}^c \leq N_{\max}$, где $(2N_{kl}^r + 1) \times (2N_{kl}^c + 1)$ – размер апертуры при вычислении оценки в (k, l) -м пикселе.

2. Задается первоначальный размер апертуры, например, в виде $N_{11}^r = N_{\min}$, $N_{11}^c = N_{\min}$.

3. Определяется параметр активности S_x в соответствии с выражением

$$S_x = \frac{1}{(2N_{kl}^c + 1)(2N_{kl}^r + 1)} \sum_{i=k-N_{kl}^r}^{k+N_{kl}^r} \sum_{j=l-N_{kl}^c}^{l+N_{kl}^c} (x^m(i, j) - m_i)^2 - \sigma_n^2, \quad (1)$$

где

$$m_i = \frac{1}{(2N_{kl}^c + 1)} \sum_{j=l-N_{kl}^c}^{l+N_{kl}^c} x^m(i, j), \quad (2)$$

$x^m(i, j)$ – (i, j) -й пиксел исходного изображения; σ_n^2 – дисперсия шума.

4. Находится параметр активности S_y в соответствии с выражением

$$S_y = \frac{1}{(2N_{kl}^c + 1)(2N_{kl}^r + 1)} \sum_{i=k-N_{kl}^r}^{k+N_{kl}^r} \sum_{j=l-N_{kl}^c}^{l+N_{kl}^c} (x^m(i, j) - m_j)^2 - \sigma_n^2, \quad (3)$$

здесь

$$m_j = \frac{1}{(2N_{kl}^r + 1)} \sum_{i=k-N_{kl}^r}^{k+N_{kl}^r} x^m(i, j). \quad (4)$$

5. Определяются новые размеры апертуры: $N_{kl}^c \rightarrow N_{kl}^c - 1$, если $S_x > T_x$, и $N_{kl}^c \rightarrow N_{kl}^c + 1$, если $S_x < T_x$. Аналогично $N_{kl}^r \rightarrow N_{kl}^r - 1$, если $S_y > T_y$, и $N_{kl}^r \rightarrow N_{kl}^r + 1$, если $S_y < T_y$.

Пороги T_x и T_y находятся следующим образом:

$$T_x = \eta \frac{\sigma_n^2}{N_{kl}^c}, \quad T_y = \eta \frac{\sigma_n^2}{N_{kl}^r}, \quad (5)$$

где коэффициент η определяет чувствительность алгоритма адаптации.

К сожалению, в работе [6] не дано никаких рекомендаций по выбору коэффициента η , что затрудняет реализацию описанного алгоритма.

Принцип функционирования алгоритмов адаптивного подбора размеров апертуры заключается в сравнении локальных статистических характеристик шума и обрабатываемого изображения. Так, если локальная дисперсия обрабатываемого изображения $v^2(k, l)$ по величине близка к дисперсии шума σ_n^2 , т. е. $v^2(k, l) \approx \sigma_n^2$, то на основании этого можно заключить, что пиксел с координатами (k, l) принадлежит монотонной области изображения, а значит, апертуру локального фильтра можно увеличить, при этом степень сглаживания шума тоже увеличится. С другой стороны, если величина локальной дисперсии $v^2(k, l)$ в несколько раз превышает величину дисперсии шума σ_n^2 , становится ясно, что вблизи пиксела, имеющего координаты (k, l) , присутствует изображение перепада, а значит, для лучшего сохранения контрастных структур необходимо уменьшать размеры апертуры локального фильтра.

Вначале остановимся на случае, когда апертура локального фильтра может изменять свои размеры, но при этом всегда имеет форму квадрата, т. е. размер $L_{kl} \times L_{kl}$, где $L_{kl} = 2N_{kl} + 1$. Индекс (k, l) подчеркивает тот факт, что апертура локального фильтра имеет разные размеры в различных точках обрабатываемого изображения. Рассмотрим функционирование алгоритма адаптивного подбора размеров апертуры локального фильтра в процессе фильтрации изображения.

Алгоритм адаптации АА1.

1. Задаются ограничения на минимальный N_{\min} и максимальный N_{\max} размеры апертуры, т. е. $N_{\min} \leq N_{kl} \leq N_{\max}$.
2. Задается первоначальный размер апертуры, например, в виде $N_{11} = N_{\min}$.
3. Определяется локальное среднее $m(k, l)$ в текущей точке для текущего размера апертуры согласно выражению

$$m(k, l) = \frac{1}{(2N_{kl} + 1)(2N_{kl} + 1)} \sum_{i=k-N_{kl}}^{k+N_{kl}} \sum_{j=l-N_{kl}}^{l+N_{kl}} x^m(i, j). \quad (6)$$

4. Определяется локальная дисперсия $v^2(k, l)$ в текущей точке для текущего размера апертуры в соответствии с выражением

$$v^2(k, l) = \frac{1}{(2N_{kl} + 1)(2N_{kl} + 1)} \sum_{i=k-N_{kl}}^{k+N_{kl}} \sum_{j=l-N_{kl}}^{l+N_{kl}} [x^m(i, j) - m(k, l)]^2. \quad (7)$$

5. Проводится проверка условия

$$v^2(k, l) \geq k\sigma_n^2, \quad (8)$$

которое является критерием попадания изображения перепада в апертуру фильтра, где k – коэффициент, определяющий чувствительность алгоритма адаптации. Выбор этого коэффициента подробно обсуждается в приложении. В случае истинного результата $N_{kl} \rightarrow N_{kl} - 1$, в случае ложного – $N_{kl} \rightarrow N_{kl} + 1$.

6. Проводится сравнение полученного размера апертуры с предельно допустимыми значениями. Если $N_{kl} < N_{\min}$, то $N_{kl} = N_{\min}$. Если $N_{kl} > N_{\max}$, то $N_{kl} = N_{\max}$.

7. Пп. 3–6 повторяются до тех пор, пока не сработает критерий останова. В качестве критерия останова можно использовать следующий комбинированный критерий. Адаптация размеров апертуры для (k, l) -го пиксела прекращается, если выполняется хотя бы одно из следующих условий:

- размер апертуры локального фильтра достигает одного из граничных значений N_{\min} или N_{\max} ;
- изменяется знак приращения размера этой апертуры.

Пп. 1–7 повторяются для построения оценки в каждом (k, l) -м пикселе.

Приведенный алгоритм адаптации обладает одним существенным недостатком. Элементы обрабатываемого изображения, лежащие слева от изображения перепада (рис. 1) и имеющие статистические характеристики, близкие к характеристикам центрального элемента апертуры локального фильтра, не будут использованы при определении отклика этого локального фильтра, поскольку апертура может иметь только форму квадрата, а в непосредственной близости от изображения перепада размер апертуры будет минимальным.

Этот недостаток можно устранить, если позволить апертуре локального фильтра принимать форму прямоугольника. Так, если «вытянуть» апертуру в y -направлении (см. рис. 1), то в ней окажется больше элементов со статистическими свойствами, близкими к свойствам центрального элемента апертуры, вследствие чего повысится точность восстановления этого элемента, что повлечет за собой улучшение качества фильтрации.

Рассмотрим теперь последовательность действий, реализующих этот более совершенный алгоритм адаптации.

Алгоритм адаптации АА2.

1. Задаются ограничения на минимальный N_{\min} и максимальный N_{\max} размеры апертуры, т.е. $N_{\min} \leq N_{kl}^r \leq N_{\max}$, $N_{\min} \leq N_{kl}^c \leq N_{\max}$, где $(2N_{kl}^r + 1) \times (2N_{kl}^c + 1)$ – размер апертуры.

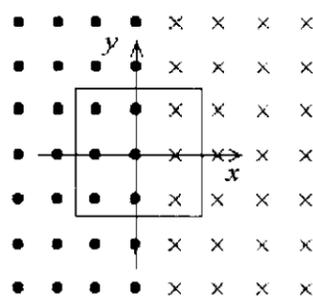


Рис. 1

2. Задается первоначальный размер апертуры, например, в виде $N_{11}^r = N_{\min}^r$, $N_{11}^c = N_{\min}^c$.

3. Для текущего (k, l) -го пиксела и при текущем размере апертуры $(2N_{kl}^r + 1) \times (2N_{kl}^c + 1)$ определяются величины $m_i^c(k, l)$ и $m_i^r(k, l)$ согласно следующим выражениям:

$$m_i^r(k, l) = \frac{1}{2N_{kl}^c + 1} \sum_{s=-N_{kl}^c}^{N_{kl}^c} x^m(k-2+i, l+s), \quad i \in [1, 3], \quad (9)$$

$$m_i^c(k, l) = \frac{1}{2N_{kl}^r + 1} \sum_{s=-N_{kl}^r}^{N_{kl}^r} x^m(k+s, l-2+i), \quad i \in [1, 3], \quad (10)$$

а также вычисляются величины:

$$v_r^2(k, l) = \frac{1}{3(2N_{kl}^r + 1)} \sum_{i=-N_{kl}^r}^{N_{kl}^r} \sum_{j=1}^3 (x^m(k+i, l+j-2) - m_j^c)^2, \quad (11)$$

$$v_c^2(k, l) = \frac{1}{3(2N_{kl}^c + 1)} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=-N_{kl}^c}^{N_{kl}^c} (x^m(k+i-2, l+j) - m_i^r)^2. \quad (12)$$

4. Проводится проверка условия

$$v_r^2(k, l) \geq k\sigma_n^2. \quad (13)$$

В случае истинности данного выражения $N_{kl}^r \rightarrow N_{kl}^r - 1$, а в случае ложности – $N_{kl}^r \rightarrow N_{kl}^r + 1$.

5. Осуществляется сравнение полученного значения N_{kl}^r с предельно допустимыми значениями N_{\min}^r и N_{\max}^r . Если $N_{kl}^r < N_{\min}^r$, то $N_{kl}^r = N_{\min}^r$. Если $N_{kl}^r > N_{\max}^r$, то $N_{kl}^r = N_{\max}^r$.

6. По аналогии с п. 5 проводится анализ условия

$$v_c^2(k, l) \geq k\sigma_n^2. \quad (14)$$

В случае истинности данного выражения $N_{kl}^c \rightarrow N_{kl}^c - 1$, а в случае ложности – $N_{kl}^c \rightarrow N_{kl}^c + 1$.

7. Осуществляется сравнение полученного значения N_{kl}^c с предельно допустимыми значениями N_{\min}^c и N_{\max}^c . Если $N_{kl}^c < N_{\min}^c$, то $N_{kl}^c = N_{\min}^c$. Если $N_{kl}^c > N_{\max}^c$, то $N_{kl}^c = N_{\max}^c$.

8. Пп. 3–8 повторяются до тех пор, пока не сработает критерий останова. В качестве критерия останова используется тот же критерий, что и в АА1.

Очевидно, что пп. 1–8 повторяются для построения оценки в каждом (k, l) -м пикселе.

Результаты вычислительного эксперимента. При проведении вычислительных экспериментов приведенные алгоритмы адаптации использовались в ФСС и комбинированном фильтре КФ2, отклик которого определяется следующим образом [3]:

$$x^{\text{КФ2}}(k, l) = \text{average}\{x_{ij}^M : |x_{ij}^M - x_{kl}^M| \leq F, \\ i \in [k - K_p, k + K_p], j \in [l - K_q, l + K_q]\}, \quad (15)$$

где $F = n\sigma$, если необходимо отфильтровать квазибелый шум с дисперсией σ^2 , или $F = V - n\sigma$, если требуется сохранить минимальное РИУ (резкое изменение уровня) величиной V , $n \in [2, 3]$; $x_{kl}^M = \text{median}\{x^m(i, j) : i \in [k - N_p, k + N_p], j \in [l - N_q, l + N_q]\}$; $(2K_p + 1) \times (2K_q + 1)$ – размер апертуры усредняющего фильтра; $(2N_p + 1) \times (2N_q + 1)$ – размер апертуры медианного фильтра; $\text{average}\{\}$ – оператор усреднения. Кроме того, для сравнения были использованы различные неадаптивные локальные фильтры. В качестве тестового изображения использовалось изображение белой рамы (максимальный уровень яркости) на черном фоне (минимальный уровень яркости), и поскольку данное изображение содержит много контрастных участков, это делает его весьма интересным с точки зрения фильтрации. Зашумление сгенерированных изображений производилось шумом $n(k, l)$, содержащим как квазибелую, так и импульсную составляющую:

$$n(k, l) = \delta \xi_1(k, l) + (1 - \delta) \xi_2(k, l), \quad (16)$$

где $\xi_1(k, l)$ и $\xi_2(k, l)$ – случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями σ_1^2 и σ_2^2 , подчиняющиеся гауссовому закону распределения; $\sigma_2^2 \gg \sigma_1^2$, δ принимало значение единицы или нуля с вероятностями P_1 и $(1 - P_1)$ соответственно. Критерием качества являлась величина, определяемая в соответствии с выражением

$$\varepsilon = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \varepsilon_l, \quad (17)$$

где

$$\varepsilon_l = \frac{\sum_{i=1}^{N_i} \sum_{j=1}^{N_j} (x^m(i, j) - x^{(l)}(i, j))^2}{\sum_{i=1}^{N_i} \sum_{j=1}^{N_j} x^m(i, j)^2}.$$

Здесь $x^m(i, j)$ – элементы исходного незашумленного изображения; $x^{(l)}(i, j)$ – элементы изображения, искаженного выборкой шума, или отфильтрованного изображения (в зависимости от того, определяется ошибка задания или ошибка фильтрации); $N_i \times N_j$ – размер обрабатываемого изображения. Таким образом, величину ε можно интерпретировать как выборочное значение относительной среднеквадратичной ошибки.

Таблица 1

Фильтр	Шум	ε_s	ε_Φ
ФСС (3×3)	(10, 100, 0, 0, 0, 1)	0,1276	0,2525
ФСС (АА2)	(10, 100, 0, 0, 0, 1)	0,1276	0,1002
Медианный (3×3)	(10, 100, 0, 0, 0, 1)	0,1276	0,1027
КФ2 (3×3, 3×3)	(10, 100, 0, 0, 0, 1)	0,1276	0,0966
КФ2 (АА1)	(10, 100, 0, 0, 0, 1)	0,1276	0,0945
КФ2 (АА2)	(10, 100, 0, 0, 0, 1)	0,1276	0,0937
КФ2 (АА3)	(10, 100, 0, 0, 0, 1)	0,1276	0,0936

Для записи параметров шума будем использовать следующую запись: $(n1, n2, n3, n4, n5)$, где $n1$ – дисперсия квазибелой составляющей шума в процентах по отношению к максимальному уровню яркости M ; $n2$ – дисперсия импульсной составляющей шума в процентах по отношению к максимальному уровню яркости M ; $n3$ – вероятность появления квазибелой составляющей шума; $n4$ – вероятность появления импульсной составляющей шума; $n5$ – вероятность искажения элементов исходного изображения.

Результаты вычислительных экспериментов для удобства представлены в виде табл. 1, 2. Алгоритм адаптации, предложенный в [5], будем обозначать АА3. Во всех алгоритмах адаптации минимальный размер апертуры равен 3×3 , максимальный – 9×9 (в используемом фильтре КФ2 адаптации подвергается апертура вторичного фильтра – интервального ФСС, в то время как

Таблица 2

Фильтр	Шум	ε_s	ε_Φ
ФСС (3×3)	(10, 100, 0,8, 0,2, 1)	0,6688	0,3053
ФСС (АА2)	(10, 100, 0,8, 0,2, 1)	0,6688	0,3317
Медианный (3×3)	(10, 100, 0,8, 0,2, 1)	0,6688	0,1583
КФ2 (3×3, 3×3)	(10, 100, 0,8, 0,2, 1)	0,6688	0,1448
КФ2 (АА1)	(10, 100, 0,8, 0,2, 1)	0,6688	0,1453
КФ2 (АА2)	(10, 100, 0,8, 0,2, 1)	0,6688	0,1445
КФ2 (АА3)	(10, 100, 0,8, 0,2, 1)	0,6688	0,1458

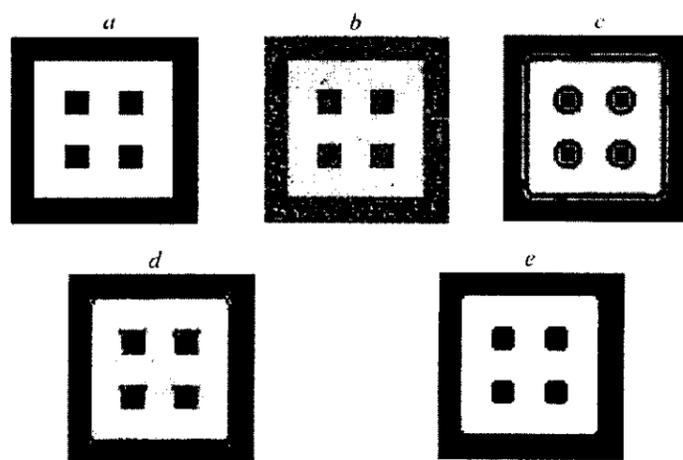


Рис. 2

апертура первичного медианного фильтра остается неизменной и в данном случае имеет размер 3×3).

Приведем также изображения, полученные в результате фильтрации. На рис. 2 представлены следующие изображения: *a* – исходное, *b* – зашумленное (параметры шума заданы в табл. 1), *c* – после фильтрации ФСС (5×5), *d* – после фильтрации ФСС (АА2), *e* – после фильтрации КФ2 (АА2).

Вычислительные эксперименты показали, что алгоритм АА3, предложенный в [6], значительно медленнее алгоритма адаптации АА2. Так, при максимальном размере апертуры 9×9 и минимальном – 3×3 затраты машинного времени для АА3 возрастают в 1.7 раза. Кроме того, при наличии интенсивного импульсного шума (вероятность искажения более 0,1) локальный фильтр, использующий алгоритм АА3, дает худшие результаты по сравнению с предлагаемым алгоритмом адаптации АА2 (см. табл. 2).

Заключение. Введение алгоритмов адаптации размеров апертуры локального фильтра позволяет улучшить качественные характеристики данного локального фильтра. Кроме того, полученные с помощью адаптивных локальных фильтров изображения более приемлемы с позиции зрительного восприятия, что также играет немаловажную роль при оценке качества фильтрации.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Проверка условий (13) по сути является проверкой гипотез о соотношении выборочной величины $v^2(k, l)$ и заданной дисперсии шума. Поэтому определим коэффициент k , входящий в неравенство (13), используя теорию проверки статистических гипотез.

В качестве нулевой гипотезы примем гипотезу

$$H_0: v^2(k, l) = \sigma_n^2 \quad (\text{П1})$$

(апертура фильтра при построении оценки для (k, l) -го пиксела находится в монотонной области), а в качестве альтернативной гипотезы –

$$H_1: v^2(k, l) > \sigma_n^2 \quad (\text{П2})$$

(апертура содержит изображение перепада). В качестве критерия при проверке этих гипотез примем случайную величину [7]

$$K = \frac{Nv^2(k, l)}{\sigma_n^2}, \quad (\text{П3})$$

где N – объем выборки, равный количеству пикселей в апертуре локального фильтра. Величина K является величиной случайной и при справедливости гипотезы H_0 и предположения о нормальном распределении шума подчиняется χ^2 -распределению с $N - 1$ степенями свободы, т. е.

$$K \sim \chi_{N-1}^2. \quad (\text{П4})$$

Последнее предположение справедливо для рассматриваемых комбинированных фильтров, так как после удаления выбросов в качестве распределения «остаточного шума» можно принять нормальное. Для альтернативной гипотезы критическая область значений критерия K является правосторонней, а критическая точка x_k определяется из условия

$$P(K > x_k) = \alpha,$$

где α – вероятность ошибки первого рода, т. е. вероятность опровергнуть гипотезу H_0 , когда она верна. С учетом распределения (П4) критическая точка находится как

$$x_k = \chi^2(1 - \alpha, N - 1). \quad (\text{П5})$$

Здесь $\chi^2(1 - \alpha, N - 1)$ – квантиль χ_{N-1}^2 -распределения уровня $1 - \alpha$, который берется из соответствующих таблиц [7]. Если $N \geq 25$ (а это и бывает на практике), то χ^2 -распределение хорошо аппроксимируется нормальным распределением с математическим ожиданием m и дисперсией D : $m = N$; $D = 2N$.

Тогда предельная точка находится из условия [7]

$$\Phi\left(\frac{x_k - N}{\sqrt{2N}}\right) = \frac{1}{2} - \alpha,$$

где $\Phi(x)$ – известная функция Лапласа. Гипотеза H_0 отвергается, если

$$\frac{Nv^2(k, l)}{\sigma_n^2} > x_k$$

или

$$v^2(k, l) > \frac{x_k}{N} \sigma_n^2 = k \sigma_n^2.$$

Здесь $k = \frac{x_k}{N}$. Для конкретности примем $\alpha = 0,05$. Тогда $(x_{np} - N) / \sqrt{2N} = 2,27$ и значение коэффициента определяется по формуле

$$k = \left(1 + \frac{3,63}{\sqrt{N}} \right).$$

Например, для апертуры 5×5 коэффициент равен 1,73.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хуанг Т. С. Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений. М.: Радио и связь, 1984.
2. Saniie J., Kevin D., Donohue K. D., Bilgutay N. M. Order statistic filters as postdetection processors // IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Proces. 1990. 38, N 10.
3. Бронников А. В., Воскобойников Ю. Е. Комбинированные алгоритмы фильтрации зашумленных сигналов и изображений // Автометрия. 1990. № 1.
4. Nieminen A., Heinonen P., Neuvo Y. A new class of detail – preserving filters for image processing // IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machin Intelligence. 1987. PAMI-9, N 1.
5. Mahesh B., Song W.-J., Pearlman W. A. Adaptive estimators for filtering noisy images // Opt. Eng. 1990. 29, N 5. P. 488.
6. Song W.-J., Pearlman W. A. Edge – preserving noise filtering based on adaptive windowing // IEEE Trans. on Circuits and Systems. 1988. 35, N 8.
7. Воскобойников Ю. Е., Тимошенко Е. И. Математическая статистика. Новосибирск: Наука, 1996.

Поступила в редакцию 26 сентября 1997 г.