

УДК 681.3.053

С. Ю. Хлудов
(Рязань)

ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ И КОМПРЕССИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Предложен алгоритм цифровой компрессии отдельных натуральных изображений, включающий этапы: вейвлет-преобразования исходного изображения, разбивки матрицы коэффициентов вейвлет-преобразования на блоки, квантования вейвлет-коэффициентов, кодирования длины нулевых участков зигзаг-последовательности элементов блоков и амплитудного кодирования по Хаффману. Проведено сравнение предложенного алгоритма с базовым алгоритмом JPEG-стандарта.

Введение. При создании эффективных методов цифровой компрессии натуральных изображений применяют различные двумерные унитарные преобразования [1]. Наибольшая популярность в этой области принадлежит дискретно-косинусным преобразованиям и JPEG-стандарту [2]. Однако в последние три—четыре года приобрела известность целая группа альтернативных подходов, в частности, на основе вейвлет-преобразований (ВП) [3—6]. Алгоритмы компрессии с вейвлет-кодированием похожи на известные алгоритмы субполосного сжатия [7, 8]. Отличие состоит в использовании ВП, оперирующего ортонормированным функциональным базисом. В данной работе предлагается новый алгоритм цифровой компрессии изображений на базе ВП, который эффективнее всех известных алгоритмов вейвлет-кодирования и практически не уступает JPEG-алгоритмам, а в ряде случаев дает лучшие результаты.

Вейвлет-преобразование. Сигнал любой длительности и с конечной энергией может быть смоделирован как комбинация различных элементарных функций вейвлет-базиса, представляющих собой различные варианты сдвига, расширения или сужения одной и той же базовой вейвлет-функции $\Psi(t)$. Существует большое число базовых вейвлет-функций [9]. Простейшей базовой вейвлет-функцией является хаар-вейвлет

$$\Psi(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < 0,5; \\ -1, & 0,5 < t < 1; \\ 0 & \text{при остальных } t. \end{cases}$$

Замена переменной $t \rightarrow (t - y)/x$, где x, y принадлежат множеству рациональных чисел R и $x > 0$, порождает из одной базовой функции целое семейство вейвлет-функций (рис. 1), которые отличаются друг от друга масштабом (x) и сдвигом (y) по времени t .

ВП квадратично-интегрируемой функции $f(t)$ определяется в виде

$$C_{x,y} = \langle f(t), \Psi_{x,y}(t) \rangle = \frac{1}{\sqrt{x}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \Psi\left(\frac{t-y}{x}\right) dt,$$

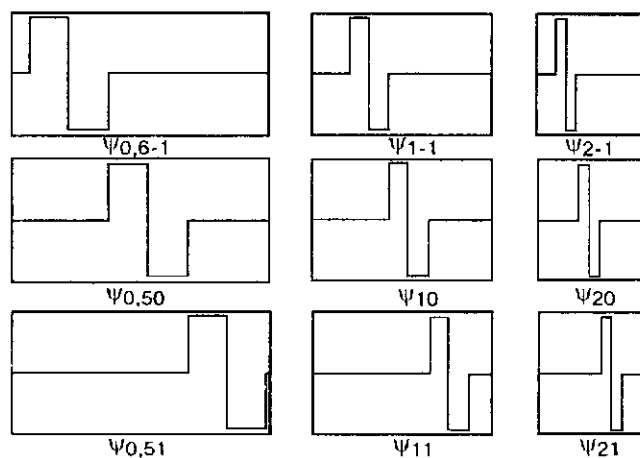


Рис. 1

где $\Psi_{x,y}(t) = \frac{1}{\sqrt{x}} \Psi((t-y)/x)$; x, y — параметры ВП; $x, y \in R$ и $x > 0$. При $x = 2^i$, $y = 2^{-i}m$, где i, m принадлежат множеству целых чисел и $i > 0$, функции $\Psi_{x,y}(t)$ образуют ортонормированный функциональный базис и существует обратное вейвлет-преобразование (ОВП), восстанавливающее из коэффициентов ВП исходную функцию $f(t)$.

Дискретное ВП (ДВП) сигнала $f(k)$ имеет вид:

$$a_{i,m} = \sum_k f(k) \varphi_{i,m}(k), \quad i = j;$$

$$b_{i,m} = \sum_k f(k) \Psi_{i,m}(k), \quad i = \overline{1, j}.$$

Здесь $a_{i,m}, b_{i,m}$ — коэффициенты ДВП, причем коэффициенты $b_{i,m}$ несут информацию о мелких деталях входного сигнала, а коэффициенты $a_{i,m}$ представляют собой аппроксимацию входного сигнала на базе низкочастотной части спектра; j — глубина ДВП; $\varphi_{i,m}(k), \Psi_{i,m}(k)$ — коэффициенты базисных масштабных и вейвлет-функций, которые связаны соотношением

$$\varphi_{i,m}(k) = (-1)^{1+k} \Psi_{i,m}(L-k-1), \quad k = \overline{0, L-1}, \quad (1)$$

где L — число коэффициентов базовой вейвлет-функции. Выражение (1) применяют для определения коэффициентов базовой масштабной функции при известных коэффициентах вейвлет-функции и наоборот [9, 10].

Выход ВП в область практического применения стал возможен благодаря методу численного вычисления ВП, разработанному С. Маллатом [11].

Вычисление ДВП сигнала глубиной j осуществляется с помощью пирамиды Маллата [11], представляющей собой каскадно-соединение двухканальных квадратурно-зеркальных фильтров (КЗФ) [8, 12] (рис. 2, а, б) с импульсными характеристиками $h_0(k)$ и $h_1(k)$, идентичными коэффициентам базовой масштабной и базовой вейвлет-функции [11]. Выходные последовательности обоих каналов КЗФ на каждой ступени каскада прореживают в 2 раза. Восстановление сигнала из коэффициентов $a_{j,m}$ и $b_{1,m} \dots b_{j,m}$ осуществляется по зеркально-обратным схемам (см. рис. 2, а, б). Сначала число элементов последовательностей $a_{i,m}, b_{i,m}$ удваивают путем введения нулевого элемента между

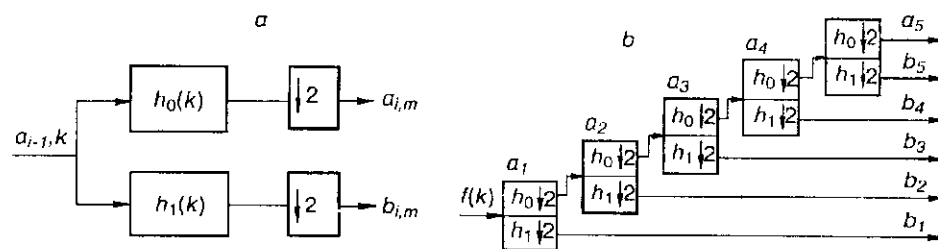


Рис. 2

ними. Затем элементы удвоенных последовательностей поступают на входы низкочастотных (НЧ) и высокочастотных (ВЧ) фильтров с импульсными характеристиками $g_0(k)$, $g_1(k)$, которые зеркально идентичны импульсным характеристикам НЧ- и ВЧ-фильтров при прямом ДВП. Выходные отсчеты обоих каналов КЗФ попарно суммируют между собой. Результирующие отсчеты представляют последовательность масштабных коэффициентов a_{i-1, m_1} , которая переходит на следующую ступень каскада КЗФ. Схема вычисления обратного ДВП сигнала приведена на рис. 3.

Двумерное ДВП изображения. Каждая итерация двумерного ДВП реализуется в два этапа. Сначала с помощью КЗФ (см. рис. 2, а) выполняют одномерное преобразование по всем столбцам матрицы изображения. Затем в полученных изображениях удаляют каждую вторую строку (рис. 4). На втором этапе с помощью КЗФ выполняют преобразование строк матриц изображений, сформированных на первом этапе. Из каждого изображения получают еще по два изображения, в которых затем удаляют каждый второй столбец. В итоге после выполнения первой итерации исходное изображение разбивается на четыре компонента:

НЧ1—НЧ1-компонента представляет собой уменьшенную сглаженную по строкам и столбцам версию изображения-оригинала;

НЧ1—ВЧ1-компонента содержит дифференциальную информацию об исходном изображении в горизонтальном направлении;

ВЧ1—НЧ1-компонента включает дифференциальную информацию об исходном изображении в вертикальном направлении;

ВЧ1—ВЧ1-компонента содержит дифференциальную информацию об исходном изображении в диагональном направлении.

Большая и важная часть информации исходного изображения сконцентрирована в НЧ1—НЧ1-компоненте на четверти первоначальной площади изображения. Дифференциальные компоненты показывают позицию в оригинале, где особенно остры яркостные перепады в определенных направлениях. С помощью дифференциальной информации можно точно реконструировать изображение.

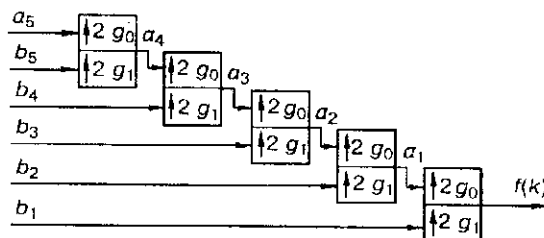


Рис. 3

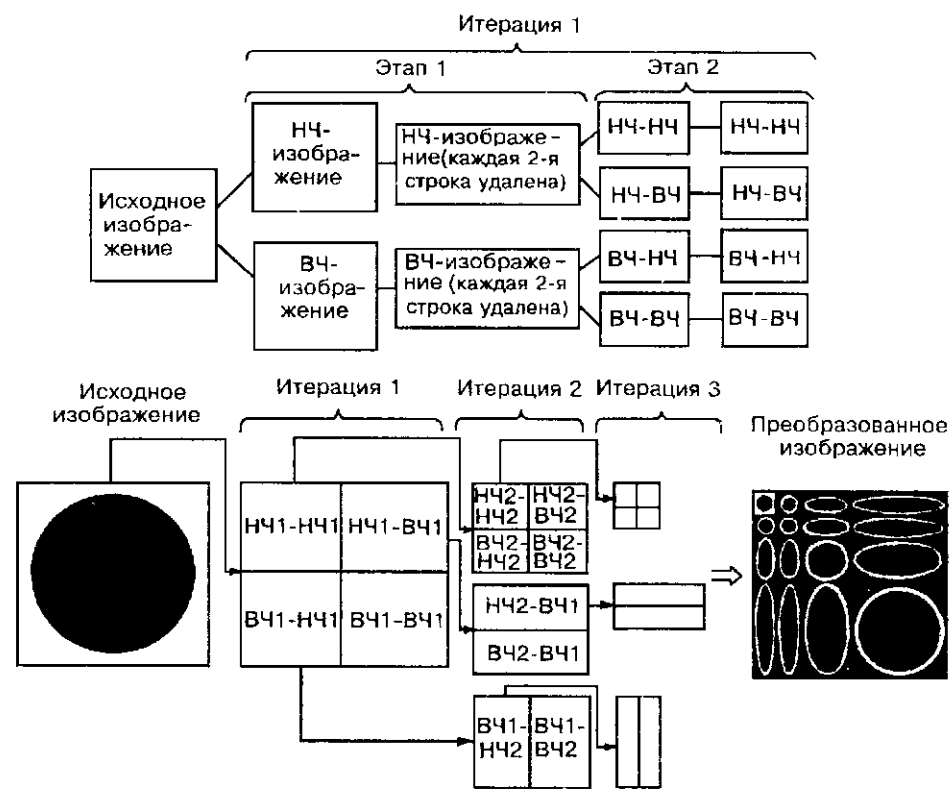


Рис. 4

На второй итерации выполняется деление $НЧ1-НЧ1$ -компоненты на четыре новые компоненты: $НЧ2-НЧ2$, $ВЧ2-НЧ2$, $НЧ2-ВЧ2$ и $ВЧ2-ВЧ2$ (см. рис. 4). Кроме того, на второй итерации с помощью КЗФ производится деление $ВЧ1-НЧ1$ -компоненты на $ВЧ1-НЧ2$, $ВЧ1-ВЧ2$ -компоненты и $НЧ1-ВЧ1$ -компоненты на $НЧ2-ВЧ1$, $ВЧ2-ВЧ1$ -компоненты. Далее на каждой итерации ВП повторяется подобная процедура деления $НЧ-НЧ$, $НЧ-ВЧ$, $ВЧ-НЧ$ -компонент. На рис. 4 приведена схема деления исходного изображения. Обратное двумерное ДВП выполняется по зеркально-обратной схеме прямого двумерного ДВП.

Алгоритм компрессии натуральных изображений с использованием ВП. Основная идея использования ВП для кодирования изображений заключается в переходе от исходного изображения, в котором существует сильная корреляция между соседними и близлежащими элементами, к преобразованному изображению в виде матрицы масштабных и вейвлет-коэффициентов, где корреляция между вейвлет-коэффициентами небольшая, а масштабные коэффициенты занимают очень малую часть первоначальной площади изображения. Затем преобразованное изображение специальным образом разбивается на блоки размером 8×8 элементов. Дальнейшее комбинирование квантования коэффициентов блоков с кодированием длин нулевых участков и энтропийным амплитудным кодированием Хаффмана дает эффект компрессии. Предлагаемый алгоритм компрессии состоит из пяти этапов (рис. 5).

На первом этапе вычисляется двумерное ДВП исходного изображения по схеме, описанной выше. Моделирование показало, что с увеличением глубины преобразования выигрыш в компрессии растет, но с глубины 4 рост практически незаметен. Это обусловлено тем, что уже после выполнения третьей итерации ВП $63/64$ из общего числа коэффициентов ВП есть вейвлет-коэффициенты и только $1/64$ составляют масштабные коэффициенты. С другой сто-

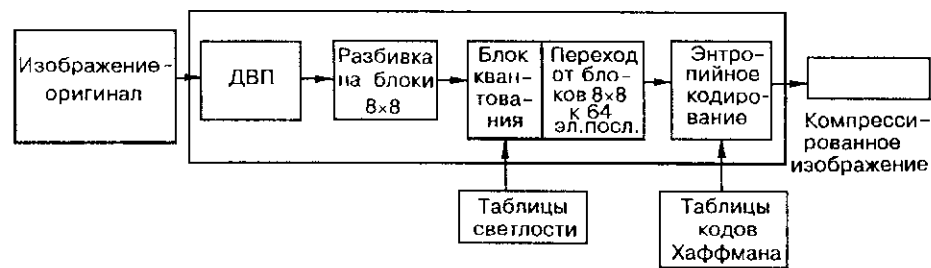


Рис. 5

роны, программная сложность и затраты на реализацию ДВП с каждой итерацией увеличиваются. По этой причине и из соображений использования при вейвлет-компрессии отдельных этапов технологии JPEG-компрессии желательно глубину преобразования выбрать равной 3. Исследование эффективности различных базовых вейвлет-функций с позиции выигрыша в компрессии показало, что на величину компрессии влияет длина базовой вейвлет-функции. Величина вейвлет-коэффициента на выходе ВЧ-фильтра КЗФ складывается из высокочастотных составляющих и неполностью подавленных низкочастотных составляющих. С ростом длины вейвлет и соответственно длины импульсной характеристики НЧ- и ВЧ-фильтров КЗФ передаточные функции обоих каналов КЗФ приближаются к идеальным, а коэффициент компрессии растет, поскольку значения вейвлет-коэффициентов на выходе ВЧ-фильтра уменьшаются по амплитуде вследствие лучшего подавления низкочастотных составляющих. Однако, начиная с длины 10—12 отсчетов, величина вейвлет-коэффициентов определяется высокочастотными составляющими. В результате коэффициент компрессии растет совсем незначительно, а затраты на реализацию ДВП увеличиваются пропорционально длине импульсных характеристик (ИХ) фильтров. Поэтому целесообразно использовать в качестве базовой вейвлет-функции вейвлеты длиной 6—12 отсчетов, например добеши-вейвлет с длиной ИХ 12 отсчетов [9]. После ДВП энергия исходного изображения сосредоточена в НЧ—НЧ-компоненте. Значения коэффициентов ВП в других компонентах близки к нулевым.

На втором этапе из элементов преобразованного изображения, которое было получено на первом этапе, формируют неперекрывающиеся блоки размером 8×8 элементов. Блоки формируют по правилу

$$d_{v,\mu}(n,l) = W_{v+n \cdot N/8, \mu+l \cdot M/8}$$

Здесь $d_{v,\mu}(n,l)$ — элемент n, l блока v, μ ; $W_{v+n \cdot N/8, \mu+l \cdot M/8}$ — элементы матрицы преобразованного изображения; N, M — число строк и столбцов преобразованного изображения; $v = \overline{1, N/8}$, $\mu = \overline{1, M/8}$. В результате после второго этапа формируется последовательность блоков масштабных и вейвлет-коэффициентов размером 8×8 , в каждом из которых коэффициент, принадлежащий НЧ—НЧ-компоненте, называется МС-коэффициентом, а остальные 63 коэффициента — ВС-коэффициентами. Почти вся энергия блоков сосредоточена в МС- и нескольких близлежащих к ним ВС-коэффициентах. Значения остальных коэффициентов приблизительно равны нулю. Описанный этап отсутствует в известных алгоритмах компрессии с вейвлет-кодированием [6, 10]. Введение этого этапа позволяет использовать далее для кодирования изображения технологию JPEG-стандарта.

На третьем этапе осуществляется квантование коэффициентов блоков в соответствии с выражением

$$D(n,l) = F\{d(n,l)/Q(n,l)\},$$

где $F\{*\}$ обозначает целую часть от $\{*\}$; $Q(n, l)$ — коэффициенты таблицы квантования. Моделирование алгоритма для разных групп натуральных изображений показало, что для вычисления коэффициентов таблицы квантования можно использовать выражение

$$Q(n, l) = (V(n, l)q)/50,$$

где $V(n, l)$ — коэффициенты таблицы светлости; q — параметр, который определяет степень компрессии и качество восстановленного изображения и выбирается в диапазоне $1 \div 128$. С ростом q качество восстановленного изображения становится хуже, а коэффициент компрессии увеличивается. От выбора коэффициентов $V(n, l)$ также сильно зависят коэффициент сжатия и качество восстановленного изображения. Поэтому особое значение имеют исследования по изучению распределения коэффициентов блоков, поскольку на основании этих знаний определяются значения коэффициентов $V(n, l)$.

Исследование распределений значений коэффициентов блока для разных групп натуральных изображений показало, что для многих изображений МС- и ВС-коэффициенты, находящиеся на верхней и левой границах блока, имеют гауссово распределение, остальные ВС-коэффициенты хорошо аппроксимируются распределением Лапласа. Наибольшая степень сжатия при приемлемом качестве восстановленного изображения получена для таблицы светлости, элементы которой определены экспериментально на основе статистически найденного распределения энергии между коэффициентами блока. Значения элементов таблицы визуализации выбирались обратно пропорциональными количеству энергии, которая передается соответствующим коэффициентом блока.

Ниже приведена яркостная таблица светлости для квантования полутонового изображения или Y-составляющей цветного изображения. В результате выполнения этого этапа на выходе блока квантования формируется последовательность блоков квантованных целочисленных спектральных коэффициентов, большая часть которых равна нулю.

На четвертом этапе осуществляется кодирование МС-коэффициентов и формируются зигзаг-последовательности из ВС-коэффициентов. МС-коэффициенты представляют собой значения яркости НЧ—НЧ-компоненты, которая является уменьшенной и сглаженной версией исходного изображения. Соседние элементы НЧ—НЧ-компоненты во многих случаях мало отличаются по значению яркости, поскольку между соседними элементами существует сильная корреляция. Соответственно МС-коэффициенты смежных блоков также мало отличаются друг от друга. С другой стороны, значения МС-коэффициентов обычно значительно больше значений ВС-коэффициентов. Поэтому МС-коэффициенты отделяют от ВС-коэффициентов и формируют из них отдельную последовательность. Каждый элемент этой последовательности представляет собой разницу между двумя МС-коэффициентами смежных блоков. Затем остальные 63 ВС-коэффициента каждого блока преобразуют в одномерную последовательность ВС-коэффициентов по правилу зигзаг-развертки [13].

На заключительном этапе осуществляются энтропийные амплитудные кодирования последовательностей МС- и ВС-коэффициентов в сочетании с кодированием длин нулевых участков. Последний и предыдущий этапы метода аналогичны одноименным этапам базового алгоритма JPEG-стандарта компрессии, описанию которого посвящено большое число зарубежных публикаций. Подробно эти этапы описаны в [13, 14].

19	16	20	19	34	34	35	34
16	17	30	29	43	44	46	44
19	31	38	37	63	62	63	64
20	30	39	39	61	66	65	64
34	44	64	62	96	97	99	99
34	42	61	63	99	97	96	98
31	45	63	64	97	98	97	99
33	44	63	65	99	98	98	99

Компрессия и качество восстановления. Оценки эффективности предложенного алгоритма с базовым вейвлет — вейвлет Добеши 12 (импульсная характеристика 12 отсчетов) проводились для разных классов натуральных полутонных изображений. Все тестовые натурные изображения (более 200) были поделены на четыре группы:

- малоконтрастные изображения, состоящие преимущественно из крупных сегментов (группа 1); здесь под сегментом понимается связанная область изображения, все элементы которой имеют одинаковое значение яркости;
- малоконтрастные изображения, состоящие преимущественно из мелких сегментов (группа 2);
- контрастные изображения, состоящие преимущественно из крупных сегментов (группа 3);
- контрастные изображения, состоящие преимущественно из мелких сегментов (группа 4).

Тестовые изображения имели минимальные размеры 388×264 пиксела и максимальные — не более 768×576 пикселей, 8 бит на пиксел. Отличие исходного изображения от восстановленного оценивалось визуально и по величине энтропии (H) их разностного изображения:

$$H = - \sum_{u=0}^{2^8-1} P(u) \log_2 P(u), \quad (2)$$

где $P(u)$ — гистограммная оценка вероятности появления в разностном изображении элемента со значением модуля яркости u .

По результатам моделирования для каждой группы тестовых изображений построены зависимости меры отличия (2) от коэффициента компрессии (F_c). Эти зависимости приведены на рис. 6 (сплошные линии). Для сравнения подобные зависимости построены для базового алгоритма JPEG-стандарта [14] (штриховые линии). На основании графиков и визуального сравнения восстановленных изображений можно сделать следующие выводы:

алгоритм компрессии на базе ВП при малых (4:1 — 6:1) и средних (6:1 — 16:1) значениях коэффициента компрессии лучше передает мелкие контрастные детали, чем алгоритм JPEG-стандарта;

недостатком JPEG-компрессии с большим коэффициентом сжатия (более 20:1) является блочный характер восстановленного изображения; предложенный алгоритм этого недостатка не имеет;

при значениях меры отличия (2) выше 2,8—3 отличие декомпрессированного изображения от оригинала заметно визуально;

для изображений групп 3 и 4 предложенный алгоритм работает лучше, чем JPEG-кодирование; при кодировании изображений групп 1 и 2 характерны те же самые соотношения между средним числом бит на пиксел сжатого изображения и качеством декодированного изображения, что и для JPEG-стандарта.

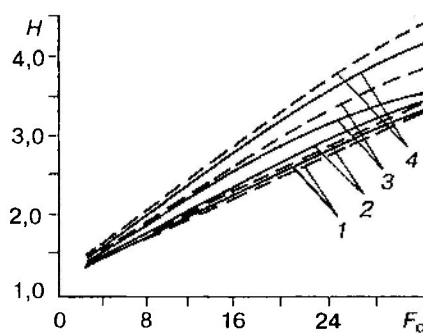


Рис. 6

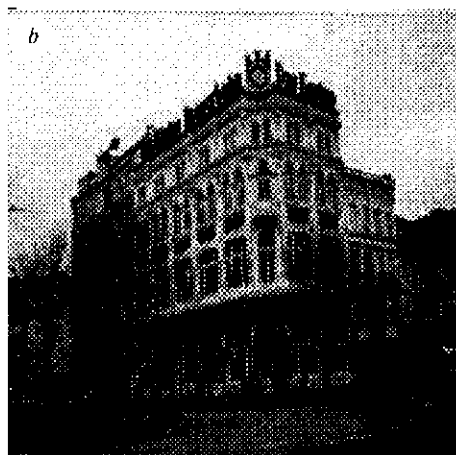


Рис. 7

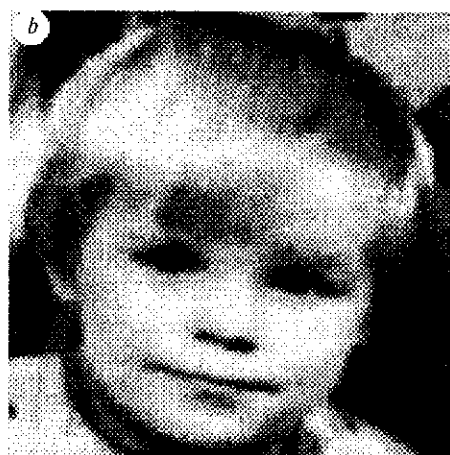
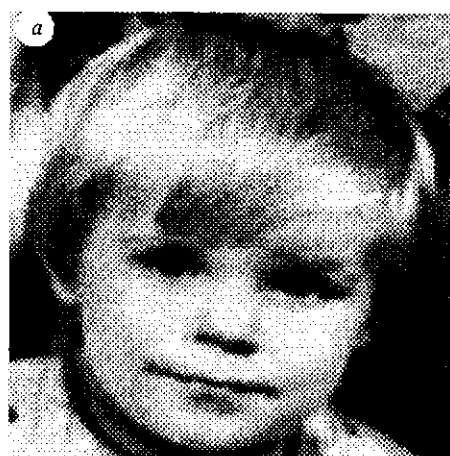


Рис. 8

В качестве примера на рис. 7, *a*; 8, *a* приведены некоторые тестовые изображения (размеры 400×320 , 408×344 пиксела соответственно), а на рис. 7, *b*, *c*; 8, *b*, *c* — реконструированные изображения после кодирования с помощью предложенного алгоритма и JPEG-кодирования (коэффициенты компрессии 21 : 1, 29 : 1 соответственно) [14].

Заключение. Предложен новый алгоритм компрессии натуральных изображений на базе ВП. Повышение эффективности алгоритма по сравнению с известными вейвлет-кодеками достигнуто за счет разбивки преобразованного изображения специальным образом на блоки размером 8×8 , что позволило использовать для кодирования масштабных и вейвлет-коэффициентов преобразованного изображения базовый метод JPEG-стандарта. Проведены исследования распределений значений коэффициентов блоков и энергии между коэффициентами блоков, на основании которых сформирована яркостная таблица светлости для квантования коэффициентов. Разработанный алгоритм не уступает по качеству восстановления и степени сжатия алгоритмам JPEG-компрессии, а при кодировании контрастных изображений дает результаты лучше, чем последний. Существование алгоритмов быстрого прямого и обратного ВП, ориентированных на использование принципов поточной и параллельной обработки данных, применение отработанной технологии JPEG-кодирования делают возможной разработку для реализации предложенного алгоритма недорогих, но высокопроизводительных специализированных процессоров, которые могут успешно применяться для сжатия и декодирования изображений в темпе их формирования и передачи в кабельном телевидении, телекоммуникациях и производстве мультимедиа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Прэтт У. Цифровая обработка изображений: Пер. с англ. М.: Мир, 1982. Кн. 1.
2. Pennebaker W. B., Mitchell J. L. JPEG Still Image Data Compression Standard. N. Y.: Van Nostrand Reinhold, 1993.
3. Meyer Y. Wavelets and Applications. Berlin: Springer Verlag, 1992.
4. Kaiser G. A Friendly Guide to Wavelets. Birkhauser, 1994.
5. Chui C. K. An Introduction to Wavelets. N. Y.: Academic, 1992.
6. Antonini M., Barlaud M., Mathieu P., Daubechies I. Image coding using wavelet transform // IEEE Trans. Image Process. 1992. 1. P. 205.
7. Subband Image Coding/ Ed. J. W. Woods. Boston: Kluwer, 1991.
8. Вайдьянатхан П. П. Цифровые фильтры, блоки фильтров и полифазные цепи с многократной дискретизацией: Методический обзор // ТИИЭР. 1990. 78, № 3.
9. Daubechies I. Orthonormal bases of compactly supported wavelets // Commun. on Pure and Appl. Math. 1988. XLI. P. 909.
10. Meinrad Zeller: Flukes Wellenspiel, Signalverarbeitung mit Wavelets. 1994. H. 11. S. 258.
11. Mallatt S. G. A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation // IEEE Trans. Patt. Anal. and Mach. Intell. 1989. 11. P. 674.
12. Vaidyanathan P. P. Quadrature mirror filter banks, M-band extensions and perfect-reconstruction techniques // IEEE ASSP Magazine. 1987. 4, N 3. P. 4.
13. Wallace G. K. The JPEG picture compression standard // IEEE Trans. Consumer Electron. 1992. 38. P. 18.
14. Wallace G. K. The JPEG still picture compression standard // Com. of the ACM. 1991. 34, N 4. P. 30.

Поступила в редакцию 6 февраля 1996 г.