

УДК 681.3.058

Е. В. Рабинович

(Новосибирск)

**КОМПАКТНОЕ ОПИСАНИЕ
ОДНОМЕРНОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ**

С целью получения компактного описания изображения предлагается использовать его декоррелированное представление, основанное на адаптивной кусочно-полиномиальной аппроксимации сигнала интенсивности. Для этого процедура двумерной аппроксимации изображения сводится к одномерной при помощи взаимно однозначного отображения квадрата в прямую линию по траектории, определяемой кривой Гильберта. Для снижения психофизиологической избыточности изображения предлагается перекодировать последовательность элементов описания, определяющих контуры изображения. Разработан алгоритм сжатия изображений, реализующий перечисленные процедуры; приведены результаты моделирования, подтверждающие достоинства предложенного описания изображений.

Эффективное кодирование, основанное на сокращении статистической и психофизиологической избыточности составляющих изображения, позволяет получить компактное описание изображения. Принципы сокращения статистической избыточности используют пространственные зависимости значений сигнала интенсивности близлежащих элементов изображения и неравномерное распределение вероятностей сигнала. Согласно теореме Шеннона, эффективное статистическое кодирование некоррелированного источника позволяет получить его описание, среднее количество бит на символ которого ограничено снизу энтропией описания источника. Для увеличения степени сжатия реального изображения необходима максимальная декорреляция его описания. Снижение психофизиологической избыточности достигается уменьшением точности описания или даже исключением несущественных частей изображения.

Аппроксимационные методы декорреляции гладких сигналов, используемые при сжатии данных, обладают невысокой сложностью вычислений и обеспечивают компактное представление данных [1]. Существенная нестационарность, отсутствие протяженных гладких фрагментов изображения, разрывность и скачкообразный характер сигнала интенсивности сильно осложняют применение этих методов для сжатия изображений. Построчное адаптивное кусочно-полиномиальное приближение, использующее расширенный за счет дельта-функции Кронекера набор базисных функций, уже значительно лучше отвечает потребностям сжатия изображений [2].

Модель изображения, согласованная с механизмом восприятия системы зрения человека [3], имеет простую интерпретацию в терминах такого описания изображения. Одноточечные элементы этого описания, а также короткие (в две—четыре точки) отрезки приближения представляют и локализуют резкие скачки сигнала интенсивности, определяющие контуры изображения. Более длинные и гладкие отрезки сигнала интенсивности характеризуют остальные элементы изображения, называемые далее текстурой. Такая модель позволяет обеспечить улучшение параметров алгоритма сжатия изображения за счет использования психофизиологических особенностей зрения человека.

Двумерное приближение изображения выгодно отличается от построчного тем, что позволяет использовать локальные пространственные однородности изображения для уменьшения размера его описания, а также обеспечивает более полную декорреляцию изображения. К сожалению, двумерная адаптивная кусочно-полиномиальная аппроксимация изображения связана с выполнением весьма сложных алгоритмов и вычислений, особенно при локализации границ областей определения двумерных полиномов приближения. С целью разрешения этого противоречия предлагается свести задачу двумерной аппроксимации к одномерной.

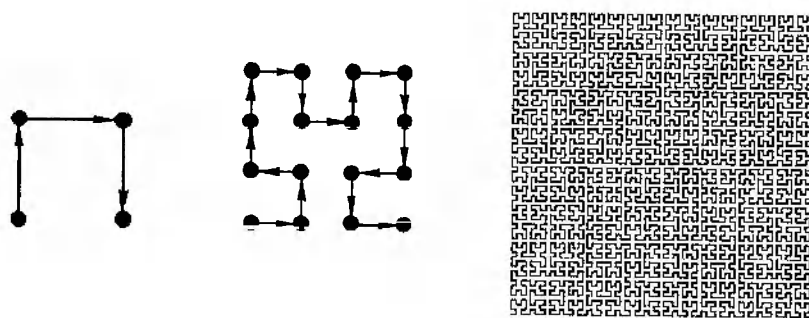
Такая возможность опирается на известное утверждение Коши о существовании взаимно однозначного отображения квадрата в прямую линию. Подобное отображение дискретного квадрата со стороной, состоящей из 2^l точек, можно осуществить по траектории, определяемой кривой Гильберта l -го порядка. Кривые Гильберта всех порядков строятся на основе простого рекурсивного алгоритма.

Изображение можно рассматривать как плоскую фигуру (не обязательно квадрат), состоящую из дискретных точек (пикселей). Отображение изображения, сводящее двумерную задачу аппроксимации к одномерной, заключается в формировании одномерного массива пикселей. Этот массив заполняется при непрерывном обходе всех смежных точек дискретного квадрата, охватывающего изображение, начиная с квадрата 2×2 пикселя и завершая квадратом максимального размера. Примеры кривых Гильберта 1-го, 2-го и 6-го порядков приведены на рисунке. Стрелками указано направление обхода пикселей изображения.

В результате обхода изображения по траектории, заданной кривой Гильберта, локальные пространственные однородности сигнала интенсивности «разматываются» в гладкие отрезки приближения. Длина таких отрезков значительно больше, чем длина самого длинного отрезка в строке исходного изображения, являющегося сечением данной однородности. Следовательно, одним полиномом может быть аппроксимировано большее количество отсчетов сигнала интенсивности. Кроме того, замена статистически зависимых значений пикселей, принадлежащих пространственной однородности изображения, на независимые параметры приближения обеспечивает декорреляцию описания изображения.

Таким образом, по сравнению с построчным приближением изображения при адаптивной кусочно-полиномиальной аппроксимации одномерного массива пикселей, образованного указанным отображением, достигается уменьшение размера описания, а также декорреляция, близкая к двумерной декорреляции изображения.

Сигнал интенсивности преобразованного изображения можно представить функцией $f(x)$, заданной своими значениями в $N + 1$ узлах отрезка $[0, N]$: x_0, x_1, \dots, x_N , причем $x_m - x_{m-1} = h, m = 0, 1, \dots, N, N = L^2 - 1$, где $L = 2^l$ — количество точек на стороне дискретного квадрата, охватывающего изображение; l — порядок кривой Гильберта. Для отрезка $[0, N]$ выполним замену переменных $t = (x - x_m)/h$, которая переводит его узлы в $0, 1, \dots, N$, и вместо t снова будем писать x .



Компактное декоррелирующее описание изображения обеспечивается заменой функции $f(x)$ кусочной функцией $g(x)$, которая задается на отрезке $[0, N]$ с помощью M ($M < N$) независимых числовых параметров и приближает $f(x)$ со среднеквадратической погрешностью σ , не превосходящей наперед заданного фиксированного $\varepsilon > 0$. Функция $g(x)$ состоит из последовательно расположенных на отрезке $[0, N]$ кусков $g_j(x)$, $j = 0, 1, \dots, J$. Различаются куски двух типов. Первый тип представляют полиномы степеней не выше второй, заданные в $k + 1$ ($k \ll N$) узлах и приближающие j -й «кусочек» функции $f(x)$ с погрешностью

$$\sigma_j^2 = \sum_{i=0}^k [f(x_i) - g_j(x_i)]^2 < \varepsilon^2.$$

Полиномом наилучшего квадратического приближения функции, заданной на j -м отрезке числовой оси, состоящем из $k + 1$ точек, является многочлен, представляющий собой линейную комбинацию трех ортогональных полиномов Чебышева для равноотстоящих узлов:

$$g_j(x) = c_{j0}P_{k0}(x) + c_{j1}P_{k1}(x) + c_{j2}P_{k2}(x),$$

где $P_{k0}(x) = 1$, $P_{k1}(x) = 1 - 2x/k$, $P_{k2}(x) = 1 - 6x/(k-1) + 6x^2/k(k-1)$. Коэффициенты c_{jn} вычисляются по формуле

$$c_{jn} = \frac{\sum_{i=0}^k f(i)P_{kn}(i)}{\sum_{i=0}^k P_{kn}^2(i)}, \quad n = 0, 1, 2.$$

Второй тип представляют отсчеты сигнала интенсивности в узлах x_m , где не удалось приблизить функцию $f(x)$ указанными полиномами.

Такой j -й одноточечный элемент описания имеет вид

$$g_j(x) = f(x_m)\delta(x - x_m),$$

где

$$\delta(x - x_m) = \begin{cases} 1, & x = x_m, \\ 0, & x \neq x_m, \end{cases}$$

— дельта-функция Кронекера.

Экспериментальные исследования показали, что с точки зрения качества восстановленного изображения, компактности описания и простоты вычислений целесообразно задавать аппроксимирующий полином его значениями в соответствующем степени полинома числе узлов отрезка приближения. Разрядность этих значений выбирается равной разрядности пиксела исходного изображения.

Сегментом приближения будем называть набор параметров, необходимый для полного описания сигнала на отрезке приближения. Сегмент состоит из значений аппроксимирующего полинома, его степени (индекса сегмента) и длины отрезка. Одноточечные сегменты имеют индекс 3 и характеризуются только значением.

Алгоритм адаптивной аппроксимации изображения ортогональными полиномами Чебышева для равноудаленных узлов и дельта-функциями Кронекера позволяет строить последовательность независимых сегментов приближения изображения. Построение сегмента начинается с квадратической ап-

проксимации отрезка, состоящего из четырех отсчетов сигнала интенсивности изображения. Если аппроксимация с заданной погрешностью осуществлена на данном отрезке, то производится попытка построения полинома на отрезке из пяти точек и так далее, пока погрешность аппроксимации не превысит заданный порог. В этот момент приближение на текущем отрезке прекращается и проверяется статистическая гипотеза об истинной степени полинома с целью ее снижения. Скорректированная степень полинома, длина отрезка и значения полинома запоминаются.

Если невозможно аппроксимировать квадратической параболой сигнал интенсивности на отрезке из четырех отсчетов, то с помощью дельта-функции Кронекера из первого отсчета текущего отрезка формируется одноточечный сегмент и предпринимается попытка аппроксимировать следующие четыре отсчета сигнала. Процесс адаптивной аппроксимации продолжается до исчерпания массива пикселей.

Выделенная из полученной последовательности сегментов приближения подпоследовательность одноточечных сегментов описывает отдельные пиксели, разделенные гладкими участками изображения. Если это смежные пиксели, то их интенсивности значительно различаются, так как не удалось сгладить отсчеты интенсивности этих пикселей на отрезке из четырех точек. Такое описание практически совпадает с описанием контурных элементов изображения. Расположение этих элементов определяется естественным порядком следования сегментов приближения, поэтому не требуются никакие затраты для локализации контуров.

По завершении аппроксимации формируются и кодируются статистическим арифметическим кодом [4] четыре массива данных. Первый массив представляет собой последовательность индексов, определяющую порядок следования сегментов, второй — длины отрезков приближения, третий — значения полиномов. Четвертый массив является последовательностью значений одноточечных сегментов. При восстановлении сегменты приближения декодируются в параболы, наклонные прямые линии, прямые линии с нулевым наклоном и одиночные отсчеты, представляющие аппроксимированный с заданной погрешностью сигнал интенсивности изображения.

Изображения можно условно разделить на изображения с «плавным» и «скачущим» изменением интенсивности. Изображения первой группы содержат небольшое количество одноточечных сегментов, прерывающих плавное изменение сигнала интенсивности. Вторая группа изображений, наоборот, определяется значительным количеством одноточечных сегментов и отсутствием протяженных гладких фрагментов. Для полиномиальной аппроксимации изображений со «скачущим» изменением интенсивности необходимо увеличивать среднеквадратическую погрешность приближения, что влечет сглаживание контуров, которое особенно сильно ухудшает визуальное восприятие восстановленного изображения.

При сохранении низкой погрешности аппроксимации можно обеспечить повышение степени сжатия изображений второй группы, уменьшив число бит, представляющих значения одноточечных сегментов.

Перекодирование с целью понижения разрядности последовательности одноточечных сегментов хотя и вносит искажения в интенсивность пикселей восстановленного изображения, но эти искажения практически не воспринимаются глазом человека. Дело в том, что глаз человека хорошо замечает всевозможные изменения интенсивности, но плохо различает отличия в абсолютных значениях интенсивности. Так человек практически не в состоянии заметить небольшие искажения интенсивности серого цвета в отдельной точке или даже области одного и того же изображения. Кроме того, значения интенсивности пикселей, описываемые одноточечными сегментами, не зависят от интенсивности расположенных вокруг пикселей, поэтому человеку трудно заметить на восстановленном изображении небольшое отличие в интенсивности контрастной светлой точки на темном фоне.

В [6] проводится сравнение искажений, вносимых разными способами перекодирования, и показано, что при кодировании цифровой последовательности решетчатым кодом Унгербоэха и декодировании по алгоритму Витерби формируется малоразрядная последовательность данных, близкая к оптимальной по качеству приближения к входной последовательности [5, 6]. Поэтому этот способ выбран для перекодирования одноточечных сегментов рассматриваемого описания изображения.

Кодирование кодом Унгербоэха входной последовательности заключается в получении решетки состояний, определяющей пути формирования вспомогательной малоразрядной последовательности той же длины, что и входная. Уровень искажений для данной входной последовательности, вносимых ее заменой на последовательность меньшей разрядности, зависит от выбранного числа состояний решетки (минимум 4). Уменьшение уровня искажений связано с увеличением количества состояний в кратное двум число раз, что влечет увеличение сложности вычислений, а также времени кодирования и декодирования.

Значения элементов вспомогательной последовательности определяются при помощи нелинейного квантования элементов входной последовательности. Разрядность выходных элементов определяется выбранным числом уровней квантования K . Среднеквадратическая погрешность нелинейного квантования для фиксированного числа уровней квантования может быть минимизирована при использовании уровней $r_k, k = 0, 1, \dots, K$, являющихся решениями системы нелинейных уравнений:

$$t_k = (r_k + r_{k-1})/2,$$

$$r_k = \sum_{i=t_k}^{t_{k+1}} ip(i) / \sum_{i=t_k}^{t_{k+1}} p(i),$$

где $(t_k, t_{k+1}]$ — k -й интервал квантования; $p(i)$ — i -е значение гистограммы одноточечных сегментов.

Выбор пути, соответствующего вспомогательной последовательности, наилучшим способом приближающей входную, осуществляется декодированием по алгоритму Витерби.

Особенности предлагаемого описания изображения позволяют гибко сочетать два независимых механизма сжатия данных при сохранении высокого качества восстановленного изображения. Один механизм действует на базе описания плавных участков изображения при помощи полиномиального приближения, другой — на основе перекодирования последовательности элементов описания контуров изображения. Сохранение качества восстановленного изображения обеспечивается использованием низкого порога погрешности приближения для гладких отрезков и особенностей психофизиологических свойств зрения человека при перекодировании одноточечных сегментов описания.

Следует отметить, что предложенное описание выгодно отличается от известных описаний изображений [3, 7], основанных на выделении контурных элементов. Для получения этих описаний используют, во-первых, полноразрядные значения интенсивности контурных пикселей, во-вторых, довольно сложные двумерные алгоритмы выделения и приближения текстурных участков, но самое главное очень сложные и громоздкие вычислительные процедуры локализации контурных элементов и кодирования их координат.

Моделирование алгоритма подтвердило, что для изображений с резко выраженным «скачущим» изменением интенсивности довольно высокая, но фиксированная степень сжатия достигалась в основном за счет перекодирования. При этом качество восстановленного изображения оказалось близким к идеальному. Увеличение погрешности приближения привело не только к

повышению степени сжатия за счет сглаживания отрезков аппроксимации, но и к ухудшению качества восстановленного изображения.

Алгоритм тестировался на изображении "Леппа" (256×256), которое можно отнести, скорее, к «скачущим» изображениям. Приведем две зависимости пикового отношения сигнала к шуму (PSNR) от числа бит на пиксел (BPP) для этого изображения:

BPP, бит/пиксел	2,00	1,75	1,50	1,25	1,00	0,50
PSNR, дБ	45,13	44,09	43,35	42,87	41,36	36,44
PSNR, дБ	46,33	44,49	44,19	42,99	41,78	37,76

Первая строка представляет ряд значений BPP, при которых проводилось тестирование, вторая строка — соответствующие значения PSNR (взяты из [2], где не использовались процедуры отображения изображения в одномерный массив и перекодирования последовательности элементов описания контуров изображения). Эта зависимость отражает высокое качество восстановленного изображения. Третья строка демонстрирует, что включение в алгоритм указанных процедур дает дополнительный выигрыш.

ВЫВОДЫ

Разработан алгоритм компактного описания изображения, включающий следующие процедуры:

- i) преобразование двумерного изображения в одномерный массив пикселов с помощью кривых Гильберта;
- ii) приближение этого массива ортогональными полиномами Чебышева для равноотстоящих узлов и дельта-функциями Кронекера;
- iii) перекодирование массива одноточечных элементов описания, соответствующих контурам изображения;
- iv) статистическое арифметическое кодирование всех элементов описания изображения.

Моделирование алгоритма показало, что при невысокой вычислительной сложности он обеспечивает высокую степень сжатия данных и низкий уровень искажений. В алгоритме сочетаются два механизма сжатия данных, основанные на одномерной адаптивной кусочно-полиномиальной аппроксимации и перекодировании контурных элементов изображения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рабинович Е. В., Рубан А. А., Цепенко М. П., Шефель Г. С. Алгоритмы адаптивной кусочно-полиномиальной аппроксимации // Автометрия. 1993. № 1.
2. Рабинович Е. В. Компактное представление сигналов для сжатия изображений // Автометрия. 1996. № 2.
3. Ran X., Farvardin N. A perceptually motivated three-component image model. Pt. I // IEEE Trans. Image Process. 1995. 4. P. 401.
4. Witten I. H., Neil R. M., Cleary J. G. Arithmetic coding for data compression // Commun. ACM. 1987. 30. P. 520.
5. Ungerboeck G. Channel coding with multilevel/phase signals // IEEE Trans. Inform. Theory. 1982. 28. P. 55.
6. Marcellin M. W., Fischer T. R. Trellis coded quantization of memoryless and Gauss — Markov sources // IEEE Trans. Inform. Theory. 1991. 37. P. 1551.
7. Kunt M., Benard M., Leonardi R. Recent results in highcompression image coding // IEEE Trans. Circuits Syst. 1987. 34. P. 1306.

Поступила в редакцию 15 марта 1996 г.