

УДК 621.391 : 519.27 : 535.8

Е. П. Нечаев

(Воронеж)

### ТОЧНОСТЬ КОМПЕНСАЦИИ ФАЗОВЫХ ИСКАЖЕНИЙ В АДАПТИВНОЙ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ

Проведен расчет фактора Штреля для адаптивных оптических систем компенсации фазовых искажений сигнала в турбулентной атмосфере при использовании зонального и модового способов коррекции с учетом ошибок управления активным зеркалом. Выполнено сравнение эффективности зонального и модового способов компенсации фазовых искажений.

При распространении оптических сигналов в турбулентной атмосфере возникают стохастические фазовые флуктуации обрабатываемого электромагнитного поля, приводящие к ухудшению характеристик оптических систем. Для компенсации фазовых флуктуаций в реальном масштабе времени используются адаптивные оптические системы (АОС). В АОС применяются два основных метода фазовой коррекции. Зональный метод предполагает индивидуальное управление секциями активного зеркала. Метод модовой коррекции требует согласованного перемещения поверхности активного зеркала в соответствии с выбранными модовыми функциями [1].

При измерениях и компенсации фазовых искажений в АОС возникают ошибки управления, обусловленные неточностью измерения флуктуаций фазы сигнала, погрешностями перемещения поверхности активного зеркала, остаточными (нескомпенсированными) искажениями.

Ошибки могут приводить к существенному снижению качества изображения в оптической системе. Поэтому представляет интерес исследование влияния ошибок управления на точность компенсации фазовых искажений и определение допустимого уровня ошибок в АОС.

В роли критерия качества функционирования АОС часто используется фактор (число) Штреля, равный отношению интенсивности  $I$  в фокусе реальной системы к интенсивности  $I_0$  в системе без искажений [1]:

$$St = I/I_0 = S^{-2} \iint_{\Omega} \langle \exp\{i[\Theta(r_1) - \Theta(r_2)]\} \rangle dr_1 dr_2, \quad (1)$$

где  $\Omega$  — область апертуры АОС площадью  $S$ ,  $S = \pi D^2/4$ ;  $D$  — диаметр апертуры;  $\Theta(r)$  — остаточные (нескомпенсированные) фазовые искажения:

$$\Theta(r) = \varphi(r) - \varphi_k(r), \quad (2)$$

здесь  $\varphi(r)$  — функция, описывающая фазовые искажения сигнала в области апертуры;  $\varphi_k(r)$  — функция фазовой коррекции, определяемая профилем поверхности активного зеркала;  $r$  — радиус-вектор в области апертуры.

Рассмотрим зональную коррекцию фазовых искажений оптического сигнала с помощью активного зеркала поршневого типа, состоящего из  $N$  секций одинаковой площади [1]. В этом случае функцию фазовых искажений и функцию фазовой коррекции можно записать в виде:

$$\varphi(r) = \sum_{k=1}^N S_k U_k(2r/D), \quad (3)$$

$$\varphi_k(r) = \sum_{k=1}^N \hat{S}_k U_k(2r/D), \quad (4)$$

где

$$U_k(2r/D) = \begin{cases} 1, & r \in \Delta_k, \\ 0, & r \notin \Delta_k, \end{cases}$$

— функция отклика зеркала на единичный сигнал управления, приложенный к управляющему приводу  $k$ -й секции;  $\Delta_k$  — область  $k$ -й секции;  $S_k$  — коэффициенты представления (3), описывающие фазовые искажения сигнала в области апертуры;  $\hat{S}_k$  — оценки величин  $S_k$ , формируемые АОС.

Учитывая (2)–(4) и считая оценки  $\hat{S}_k$  нормальными, проведем в (1) усреднение по ошибкам управления. В результате находим

$$St = \frac{1}{\pi^2} \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^N \int_{\Delta_n} \int_{\Delta'_k} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^N K_{kn} [U_k(\rho_1) - U_k(\rho_2)] \times \right. \\ \left. \times [U_n(\rho_1) - U_n(\rho_2)] \right\} d\rho_1 d\rho_2, \quad (5)$$

где  $K_{kn} = \langle (\hat{S}_k - S_k)(\hat{S}_n - S_n) \rangle$  — корреляционная матрица ошибок управления;  $\Delta'_k$  — область  $k$ -й секции зеркала в нормированных координатах  $\rho = 2r/D$ . После интегрирования в (5) получаем

$$St = \frac{1}{N^2} \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^N \exp \left\{ -\frac{1}{2} [K_{nn} - 2K_{nk} + K_{kk}] \right\}. \quad (6)$$

Если ошибки управления обусловлены только неточностью перемещения секций зеркала, то корреляционную матрицу ошибок управления можно записать в виде:  $K_{kn} = \sigma^2$  при  $k = n$  и  $K_{kn} = 0$  при  $k \neq n$ ,  $\sigma = 4\pi\varepsilon/\lambda$ ;  $\varepsilon$  — среднеквадратическая погрешность перемещения секции;  $\lambda$  — длина волны света. В этом случае, согласно (6),

$$St = \left[ 1 + (N - 1)e^{-\sigma^2} \right] / N. \quad (7)$$

Начальная фаза оптического поля не влияет на качество изображения. Поэтому в АОС, как правило, проводится коррекция фазовых искажений относительно некоторой точки отсчета начальной фазы. В качестве такой точки можно выбрать первую секцию зеркала. В этом случае первая секция активного зеркала в процессе адаптации должна оставаться неподвижной.

Значит,  $\hat{S}_1 = S_1 = 0$ ,  $K_{kn} = 0$  при  $k = 1$  или  $n = 1$ . Тогда аналогично (7) получаем

$$St = (N + 2(N - 1)e^{-b} + (N - 1)(N - 2)e^{-a})/N^2, \quad (8)$$

где  $b = K_{nn}/2 = \sigma^2/2$ ;  $a = \sigma^2 = (K_{nn} - 2K_{kn} + K_{kk})/2$  для  $n \neq k$ . Предельные значения выражений (7), (8) при  $N \gg 1$  совпадают и равны  $St = \exp(-\sigma^2)$ .

Для модовой коррекции фазовых искажений оптического сигнала может использоваться гибкое активное зеркало [1], воспроизводящее профили модовых функций. В качестве модовых функций, как правило, применяются полиномы Цернике [1, 2]  $F_k(2r/D)$ , которые, кроме свойств полноты и ортогональности, обладают важным для АОС свойством сбалансированности аберраций. В этом случае функции фазовых искажений и фазовой коррекции имеют вид [1]:

$$\varphi(r) = \sum_{k=2}^N a_k F_k(2r/D), \quad (9)$$

$$\varphi_k(r) = \sum_{k=2}^N \hat{a}_k F_k(2r/D), \quad (10)$$

где  $N$  — число корректируемых мод;  $a_k$  — коэффициенты модового разложения фазовых искажений;  $\hat{a}_k$  — оценки коэффициентов  $a_k$ , формируемые АОС. Первые слагаемые выражений (9), (10) опущены, поскольку они описывают постоянный по всей апертуре фазовый набег, не оказывающий влияния на качество изображения.

Используя (1), (2), (9), (10), находим фактор Штреля АОС с модовой коррекцией фазовых искажений:

$$St = \frac{4}{\pi^2} \int_{|\rho| \leq 1} d\rho \int_{|r| \leq 1} dr W(r + \rho) W(r - \rho) \times \\ \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{k=2}^N \sum_{n=2}^N B_{kn} [F_k(r + \rho) - F_k(r - \rho)] [F_n(r + \rho) - F_n(r - \rho)] \right\}, \quad (11)$$

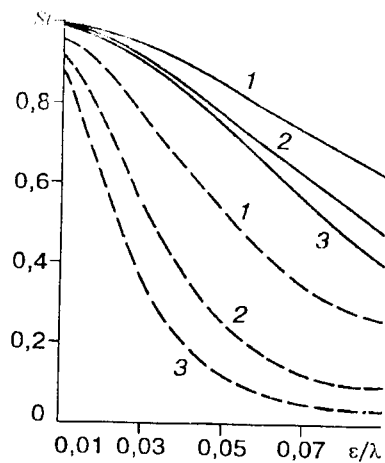
где  $B_{kn} = \langle (\hat{a}_k - a_k)(\hat{a}_n - a_n) \rangle$  — корреляционная матрица ошибок управления;

$$W(r) = \begin{cases} 1, & |r| \leq 1, \\ 0, & |r| > 1, \end{cases}$$

— апертурная функция. Если ошибки управления обусловлены только погрешностью перемещения поверхности гибкого активного зеркала, то  $B_{kn} = d_k^2$  при  $k = n$  и  $B_{kn} = 0$  при  $k \neq n$ ,  $d_k = 4\pi\varepsilon/\lambda F_{kc}$ ;  $\varepsilon$  — среднеквадратическая погрешность перемещения поверхности зеркала;

$$F_{kc} = \left[ \frac{1}{\pi} \int_{|r| \leq 1} F_k^2(r) dr \right]^{1/2}$$

— среднеквадратическое значение модовой функции на апертуре АОС.



значением  $\epsilon$ . С ростом числа секций зеркала или корректируемых мод следует увеличивать точность перемещения поверхности (секций) активного зеркала. Так, при коррекции трех мод хорошая точность коррекции ( $St \geq 0,7$ ) наблюдается при  $\epsilon \leq 0,035\lambda$ , а при коррекции десяти мод для той же точности требуется значение  $\epsilon \leq 0,017\lambda$ . Зональный способ коррекции более устойчив к величине ошибок управления. Например, для  $St \geq 0,7$ ,  $N = 6$  при модовой коррекции требуется уровень ошибок  $\epsilon \leq 0,02\lambda$ , а при зональной коррекции для этого достаточно обеспечить уровень ошибок  $\epsilon \leq 0,07\lambda$ .

Полученные результаты позволяют обоснованно выбрать параметры АОС в зависимости от требуемой точности фазовой коррекции, конструкции активного зеркала и уровня ошибок управления.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Воронцов М. А., Шмальгаузен В. И. Принципы адаптивной оптики. М.: Наука, 1985.
2. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970.

*Поступила в редакцию 23 марта 1996 г.*