РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

АВТОМЕТРИЯ

№ 1 1997

ТЕОРИЯ ЭЛЛИПСОМЕТРИЧЕСКОГО МЕТОДА

УДК 535.51.39.012

Т. Хасанов

(Новосибирск)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ПОЛЯРИЗАЦИЙ ПОЛЯРИЗУЮЩИХ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Формализм комплексной плоскости для описания состояний поляризации и взаимодействий излучения с оптическими системами применяется к определениям собственных поляризаций как изотропных, так и анизотропных поляризующих оптических систем (ПОС) без предварительного определения элементов матрицы Джонса. Представлена практическая реализация определения собственных поляризаций ПОС для решения конкретной задачи поляризационной оптики — юстировки эллипсометров с поляризаторами, имеющими любую степень эллиптичности, и компенсаторами, обладающими оптической активностью. Полученные результаты также могут быть эффективно использованы для исключения влияния несовершенств оптического тракта при автоматических и спектральных эллипсометрических измерениях в технологических камерах. Предложен достаточно простой метод определения нормированных элементов матрицы Джонса, который можно реализовать в автоматическом режиме измерений для пропускающей и отражающей ПОС.

Для каждой поляризационной оптической системы (ПОС) имеются поляризации, которые не изменяются при прохождении излучения через нее и называются ее собственными поляризациями [1—3]. Собственные поляризации определяются через элементы матрицы Джонса.

В настоящем сообщении обсуждается вопрос определения значений собственных поляризаций ПОС на лимбах поляризационных устройств эллипсометра без предварительного нахождения элементов матрицы Джонса.

Заметим, что определение элементов (или нормированных элементов) матрицы Джонса является самостоятельной задачей обобщенной эллипсометрии (поляриметрии). Решению этой задачи посвящено большое количество работ (см., например, [3, 4]). Однако реализация идей, изложенных в них, сопряжена со сложными процедурами измерений и вычислений. Использование подхода, развитого в настоящей работе, позволяет эту задачу решать гораздо проще. В данной работе представлена практическая реализация определения собственных поляризаций ПОС для решения конкретной задачи поляризационной оптики — юстировки эллипсометров при любом фиксированном угле падения света на образец с поляризаторами, имеющими любую степень эллиптичности, и компенсаторами, обладающими оптической активностью. Полученные результаты также могут быть эффективно использованы для исключения влияния несовершенств оптического тракта при автоматических и спектральных эллипсометрических измерениях в технологических камерах.

Предложенный достаточно простой метод определения нормированных элементов матрицы Джонса можно реализовать в автоматическом режиме измерений для пропускающей и отражающей ПОС.

Работа выполнена с помощью формализма комплексной плоскости.

Формализм комплексной плоскости для описания состояний поляризации и взаимодействий излучения с оптическими системами, развитый в [1—3], является достаточно удобным при решении многих практических задач [5] и позволяет автоматически перенести на решение сложных теоретических проблем поляризационной оптики теоремы и аксиомы теории комплексных чисел [3, 5].

Суть формализма комплексной плоскости состоит в следующем.

Предварительные сведения. Пусть в фазовой плоскости волны выбрана декартова система координат $X0Y$, причем направления осей XY образуют правый репер с вектором фазовой нормали $\overline{n}$. Обозначим через $\overline{E}_x$ и $\overline{E}_y$ проекции комплексной векторной амплитуды $\overline{E}$ на оси X и Y. Это будут некоторые комплексные числа:

$$\overline{E}_x = |E_x| e^{j\delta x}, \qquad \overline{E}_y = |E_y| e^{j\delta y}.$$

Рассмотрим отношение

$$\chi = \frac{\overline{E}_y}{\overline{E}_x} = \frac{|E_y|}{|E_x|} e^{j(\delta_y - \delta_x)}, \tag{1}$$

$$|\chi| = \frac{|E_y|}{|E_x|}, \qquad \arg(\chi) = \delta.$$

Из формулы (1) следует, что если электрический вектор разложен на две компоненты вдоль двух ортогональных направлений плоскости волнового фронта, то состояние эллипса поляризации (СЭП) полностью определяется относительными амплитудой и фазой одной осциллирующей компоненты по отношению к другой компоненте. Любое СЭП с азимутом θ и углом эллиптичности ε связано с единственным комплексным числом χ выражением [3]

$$\chi = \frac{\mathrm{tg}\theta + j\mathrm{tg}\varepsilon}{1 - j\mathrm{tg}\theta \cdot \mathrm{tg}\varepsilon}. \tag{2}$$

Следовательно, каждая комплексная точка в комплексной плоскости характеризует определенное СЭП, и эту плоскость можно рассматривать как пространство СЭП. Такое представление называется представлением декартовой комплексной плоскости, поскольку определение χ в формуле (1) основано на декартовых компонентах вектора электрического поля, т. е. линейные поляризации в направлениях X и Y являются базисными состояниями представления в декартовой комплексной плоскости. Возможны другие базисные состояния — круговые или эллиптические, которые связаны с декартовой комплексной плоскостью дробно-линейной функцией (более подробно см. [3]). Каждому СЭП с параметрами θ и ε соответствует ортогональное СЭП с параметрами $\theta \pm \pi/2$ и $-\varepsilon$. В (2), заменяя ε на $-\varepsilon$ и θ на $\theta \pm \pi/2$, можно получить комплексную переменную χ_{opt} — СЭП, которое ортогонально СЭП, определяемому выражением (2):

$$\chi_{\mathrm{opt}} = -\frac{1 + j\mathrm{tg}\theta \cdot \mathrm{tg}\varepsilon}{\mathrm{tg}\theta - j\mathrm{tg}\varepsilon}. \tag{3}$$

Из (2) и (3) видно, что

$$\chi\chi^*_{\mathrm{opt}} = \chi^*\chi_{\mathrm{opt}} = -1, \tag{4}$$

$$\chi_{\mathrm{opt}} = -\frac{1}{\chi^*} = -\frac{\chi}{|\chi|^2}. \tag{5}$$

При взаимодействии поляризованного излучения с ПОС происходит изменение его СЭП, которое описывается так называемой поляризационной передаточной функцией, представляющей собой дробно-линейное преобразование:

$$\chi_0 = \frac{T_{22}\chi_i + T_{21}}{T_{12}\chi_i + T_{11}}, \tag{6}$$

где T_{1k} равны соответствующим элементам матрицы Джонса T ПОС; χ_i и χ_0 — СЭП до и после взаимодействия излучения.

Подставляя в выражение (6) $\chi_0 = \chi_i = \chi$, можно получить собственные поляризации, определяемые через элементы матрицы Джонса ПОС:

$$\chi_{e12} = \frac{1}{2T_{12}}\left\{(T_{22} - T_{11}) \pm [(T_{22} - T_{11})^2 + 4T_{12}T_{21}]^{1/2}\right\}. \tag{7}$$

Следует отметить, что ПОС в общем случае может состоять из последовательно расположенного множества отдельных поляризационных оптических элементов.

Рассмотрим частные случаи выражения (6). При $T_{12} = T_{21} = 0$* следует:

$$\chi_0 = \frac{T_{22}}{T_{11}}\chi_i = \rho\chi_i, \tag{8}$$

где $\rho = T_{22}/T_{11}$. При $T_{22} = T_{11}$ из (8) имеем

$$\chi_0 = \chi_i,$$

т. е. при взаимодействии излучения с такой ПОС СЭП не меняется. Согласно выражению (7), это неопределенность типа 0/0. Данному случаю соответствует, например, нормальное падение и прохождение излучения через изотропную плоскопараллельную пластинку, где, действительно, СЭП излучения не меняется. Другими словами, в такой ПОС нет выделенных направлений, и любые СЭП являются собственными. При отражении от той же пластинки $T_{11} = R_{pp}$, $T_{22} = R_{ss}$, следовательно,

$$\chi_0 = \chi_i \frac{R_{ss}}{R_{pp}}, \tag{9}$$

где R_{pp}, R_{ss} — коэффициенты Френеля для изотропной отражающей системы. При $R_{pp} = 0$ из выражения (9) следует: $\chi_0 = \infty$, т. е. имеем одну линейную поляризацию при любом СЭП падающего излучения. В этом случае СЭП является линейным, а направление колебаний вектора электрического поля — направлением собственной поляризации, что согласуется с выражением (7). Данную линейную поляризацию можно принять за базисную в направлении, например, X. СЭП может быть определено или фиксировано каким-либо поляризационным оптическим устройством. Так, например, линейная поляризация устанавливается с помощью лимба линейного поляризатора [3], эллиптическая поляризация — с помощью лимбов четвертьволновой пластинки и линейного поляризатора либо с использованием эллиптического поляризатора**. Линейная поляризация на выходе линейного поляризатора совпадает с его собственной поляризацией и осью пропускания. При совмещении с выбранными направлениями декартовой комплексной плоскости эту поляризацию можно принять за базисную в направлении X или Y. Два ортогональных направления, где сохраняется линейная поляризация при прохождении излучения через двупреломляющую пластинку, можно принять как базисные.

---

* T_{12}, T_{21} в реальных случаях всегда отличны от нуля.

** Эллиптический поляризатор состоит из комбинации линейного поляризатора и компенсатора (четвертьволновой пластинки). В зависимости от ориентации оси пропускания линейного поляризатора относительно «быстрой» оси компенсатора меняются параметры эллипса поляризации. Циркулярные и эллиптические поляризаторы более подробно описаны в [6].

Аналогично при отражении света от изотропной отражающей системы в качестве базисных поляризаций можно принять линейные поляризации, параллельные плоскости падения и перпендикулярные ей. Очевидно, что в общем случае базисные поляризации той или другой ПОС между собой могут не совпадать.

Согласно формуле (1), для базисных поляризаций ПОС в декартовой комплексной плоскости $\chi = 0$ или $\chi = \pm\infty$.

Переходим к рассмотрению конкретных оптических систем.

Изотропные системы. Пусть имеется оптическая система, удовлетворяющая уравнению (8):

$$\chi_{0m} = \rho\chi_{im}, \tag{10}$$

где m — любое натуральное число. СЭП, удовлетворяющих (10), может быть бесконечное множество. Выбираем такие χ_{01} и χ_{02}, которые удовлетворяют условию

$$\chi_{01}\chi_{02} = -1. \tag{11}$$

Тогда с учетом (10) из (11) имеем

$$\chi_{i1}\chi_{i2} = -\rho^{-2}. \tag{12}$$

Выбираем такое значение χ_{i3}, которое удовлетворяет условию

$$\chi_{i2}\chi_{i3} = -1. \tag{13}$$

С учетом (13) из (10) получим

$$\chi_{02}\chi_{03} = -\rho^{2},$$

или с учетом (11) имеем

$$\chi_{03} = \rho^{2}\chi_{01}. \tag{14}$$

Выбираем такое значение χ_{04}, которое удовлетворяет условию

$$\chi_{03}\chi_{04} = -1. \tag{15}$$

Тогда из (15) с учетом (10) и (12) получим

$$\chi_{i4} = -\rho^{-4}\frac{1}{\chi_{i1}}.$$

Если эту последовательность продолжать до $2n$, то нетрудно убедиться, что

$$\chi_{i2n} = -\rho^{-2n}\frac{1}{\chi_{i1}}, \qquad \chi_{02n} = -\rho^{-(2n-2)}\frac{1}{\chi_{01}}, \tag{16}$$

$$\chi_{i2n+1} = \rho^{2n}\chi_{i1}, \qquad \chi_{02n+1} = \rho^{2n}\chi_{01}. \tag{17}$$

Из (16) и (17) в предельном случае, когда $n \to \infty$ и при $|\rho| \neq 1$, получим направления базисных поляризаций ПОС, свойства которых удовлетворяют выражению (8).

Действительно, из соотношений (16) и (17) при $\rho < 1$ имеем

$$\lim_{n\to\infty}\chi_{i2n} = \lim_{n\to\infty}\chi_{02n} = 0, \qquad \lim_{n\to\infty}\chi_{i2n+1} = \lim_{n\to\infty}\chi_{02n+1} = \infty. \tag{18}$$

Аналогично и при $\rho > 1$

$$\lim_{n\to\infty}\chi_{i2n} = \lim_{n\to\infty}\chi_{02n} = \infty, \qquad \lim_{n\to\infty}\chi_{i2n+1} = \lim_{n\to\infty}\chi_{i2n+1} = 0. \tag{19}$$

Из выражений (16)—(19) следуют важные выводы для эллипсометрии. Рассмотрим некоторые частные случаи.

1. Пусть имеется ПОС, состоящая из поляризатора, изотропного отражающего образца и анализатора (PSA — схема эллипсометра). Важно заметить, что здесь на степень эллиптичности поляризаторов никаких ограничений не налагается. В случае минимума интенсивности излучения на выходе анализатора χ_i можно заменить на $\mathrm{tg}P$, χ_0 — на $1/\mathrm{tg}A$, ρ — на $1/\mathrm{tg}\Psi e^{j\Delta}$, где P, A — азимуты оси пропускания поляризатора и анализатора относительно плоскости падения; Ψ и Δ — эллипсометрические углы изотропной отражающей системы. Используя (2)—(5), можно показать, что условия выражений (11), (12) выполняются при повороте анализатора на угол $\pm 90°$ и последующем достижении минимума интенсивности излучения на выходе прибора поворотом поляризатора. Далее, условия выражений (13) и (14) выполняются при повороте поляризатора на угол $\pm 90°$ и последующем достижении минимума интенсивности излучения на выходе прибора поворотом анализатора. Для $2n$-го значения поворотов поляризатора P и анализатора A с вышеуказанной последовательностью выполняются условия выражений (16), (17):

$$\chi_{i2n} = \mathrm{tg}P_{2n} = -\rho^{-2n}\frac{1}{\mathrm{tg}P_1}, \tag{20}$$

$$\chi_{02n} = (\mathrm{tg}A_{2n})^{-1} = -\rho^{-(2n-2)}\mathrm{tg}A_1, \tag{21}$$

$$\chi_{i2n+1} = \mathrm{tg}P_{2n+1} = \rho^{2n}\mathrm{tg}P_1, \tag{22}$$

$$\chi_{02n+1} = (\mathrm{tg}A_{2n+1})^{-1} = \rho^{2n}(\mathrm{tg}A_1)^{-1}. \tag{23}$$

Из выражений (20)—(23) в предельном случае, когда $n \to \infty$ и при $\rho < 1$, имеем (аналогично и при $\rho > 1$):

$$\lim_{n\to\infty} P_{2n+1} = \lim_{n\to\infty} A_{2n} = k\pi, \tag{24}$$

$$P_{2n} = A_{2n+1} = (2k+1)\frac{\pi}{2}, \tag{25}$$

где $k = 0, 1$. Из выражений (20)—(25) следует, что поворот поляризатора и анализатора с последовательностью, которая удовлетворяет условиям выражений (11)—(16), приведет к определению собственных поляризаций изотропной отражающей системы на лимбах поляризатора и анализатора, или, другими словами, поворот поляризатора и анализатора на угол $\pm 90°$ с указанной последовательностью приведет к совпадению их собственных поляризаций в плоскости падения и перпендикулярно ей. Это фактически есть оптическая юстировка при фиксированном угле падения излучения на образец в бескомпенсаторной схеме эллипсометра (более подробно см. [7—9]).

2. Для ПОС, состоящей из поляризатора, компенсатора, изотропного образца, анализатора (PCSA — схема эллипсометра), СЭП на входе отражающей системы определяется выражением [3]

$$\chi = \chi(P, C) = \frac{[\mathrm{tg}C + \rho_C\mathrm{tg}(P - C)]}{[1 - \rho_C\mathrm{tg}C \cdot \mathrm{tg}(P - C)]},$$

здесь C — азимут «быстрой» оси компенсатора относительно плоскости падения; ρ_C — отношение комплексных амплитудных коэффициентов пропускания вдоль «быстрой» и «медленной» осей компенсатора. Из условия минимума интенсивности излучения на выходе анализатора СЭП после отражающей системы определяется выражением $\chi_0 = 1/\mathrm{tg}A$.

Как и в предыдущем случае, подставляя значения χ_i и χ_0 в выражения (16)—(19), получим

$$\lim_{n\to\infty} \chi_{i2n} = \lim_{n\to\infty} \chi(P_{2n}, C_{2n}) = \lim_{n\to\infty} \frac{\mathrm{tg}C_{2n} + \rho_C \mathrm{tg}(P_{2n} - C_{2n})}{1 - \rho_C \mathrm{tg}C_{2n} \cdot \mathrm{tg}(P_{2n} - C_{2n})} = 0, \tag{26}$$

$$\lim_{n\to\infty} \chi_{02n+1} = \lim_{n\to\infty} (\mathrm{tg}A_{2n+1})^{-1} = \infty, \tag{27}$$

откуда в предположении $\rho_C \neq 1$ найдем

$$\lim_{n\to\infty} P_{2n+1} = \lim_{n\to\infty} C_{2n+1} = \lim_{n\to\infty} A_{2n} = k\pi. \tag{28}$$

Из (26)—(28) следует, что при повороте поляризатора, компенсатора и анализатора в определенной последовательности направления их собственных поляризаций совмещаются с направлениями изотропной отражающей системы.

В этой схеме условия (11) и (12) выполняются при повороте анализатора на угол ± 90° и последующем достижении минимума интенсивности излучения на выходе прибора поворотом поляризатора и компенсатора. Условия (13) и (14) выполняются при повороте поляризатора на угол ± 90° и последующем достижении минимума интенсивности излучения на выходе прибора поворотом анализатора и компенсатора. Фактически это и есть оптическая юстировка эллипсометра в отсутствие оптической активности компенсатора (более подробно см. [7—9]). При наличии оптической активности в компенсаторе, а также недиагональных элементов в отражающей системе ситуация несколько изменяется и будет рассмотрена ниже.

Анизотропные системы. Переходим к изложению способа определения собственных поляризаций анизотропной ПОС, аналогичного для изотропной ПОС. Здесь в отличие от изотропного случая собственные и базисные поляризации могут быть линейными, круговыми и эллиптическими.

Пусть имеется ПОС, для которой взаимодействие поляризованного излучения описывается выражением

$$\chi_{0m} = \frac{T_{22}\chi_{im} + T_{21}}{T_{12}\chi_{im} + T_{11}}, \tag{29}$$

где m — любое натуральное число. СЭП, удовлетворяющих (29), может быть бесконечное множество. Для удобства выражение (29) перепишем, заменяя T_{kl} на $-a$, b, c и d:

$$\chi_{0m} = \frac{a\chi_{im} + b}{c\chi_{im} + d}. \tag{30}$$

Выбираем такие χ_{01} и χ_{02}, которые удовлетворяют условию

$$\chi_{01}\chi_{02} = -1. \tag{31}$$

Подставляя значения χ_{01} и χ_{02} из (30) в (31), получим

$$\chi_{i2} = -\frac{(ab + cd)\chi_{i1} + b^2 + d^2}{(a^2 + c^2)\chi_{i1} + (ab + cd)}. \tag{32}$$

Выбираем такое значение χ_{i3}, которое удовлетворяет условию

$$\chi_{i2}\chi_{i3} = -1. \tag{33}$$

Из (33) с учетом (30) и (32) находим

$$\chi_{i3} = \frac{(a^2 + c^2)\chi_{i1} + (ab + cd)}{(ab + cd)\chi_{i1} + (b^2 + d^2)}. \quad (34)$$

Рассмотрим матрицы:

$$\alpha = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \qquad \alpha' = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}.$$

Для $\alpha'\alpha$ получим симметрическую матрицу α_1 [10]:

$$\alpha_1 = \begin{bmatrix} a^2 + c^2 & ab + cd \\ ab + cd & b^2 + d^2 \end{bmatrix}. \quad (35)$$

Как известно, собственные пространства, принадлежащие различным собственным значениям симметрической матрицы, взаимно ортогональны. Если элементы матрицы α_1 заменить на $-a_1$, b_1 и d_1 ($b_1 = c_1$), выражение (34) с учетом (35) можно переписать в виде

$$\chi_{i3} = \frac{a_1\chi_{i1} + b_1}{b_1\chi_{i1} + d_1}. \quad (36)$$

Продолжая вышеописанную последовательность, выбираем такое значение χ_{04}, которое удовлетворяет условию

$$\chi_{03}\chi_{04} = -1. \quad (37)$$

Из (37), как и в предыдущем случае, находим значение χ_{i4}. Затем выбираем такое значение χ_{i5}, которое удовлетворяет условию

$$\chi_{i4}\chi_{i5} = -1. \quad (38)$$

Из (38) с учетом (37) для χ_{i5} имеем

$$\chi_{i5} = \frac{a_1\chi_{i3} + b_1}{b_1\chi_{i3} + d_1}. \quad (39)$$

Подставляя значение χ_{i3} из (36) в (39), получим

$$\chi_{i5} = \frac{a_2\chi_{i1} + b_2}{b_2\chi_{i1} + d_2}, \quad (40)$$

где коэффициенты a_2, b_2 и d_2 определяются как элементы матрицы

$$\alpha_2 = \alpha_1^2.$$

Продолжая эту последовательность до $2n$ раз, нетрудно убедиться, что

$$\chi_{i(2n+1)} = \frac{a_n\chi_{i1} + b_n}{b_n\chi_{i1} + d_n}, \quad (41)$$

где коэффициенты a_n, b_n и d_n определяются как элементы матрицы

$$\alpha_n = \alpha_1^n. \quad (42)$$

Согласно формуле Сильвестра [10],

$$\alpha_1^n = \lambda_1^n \frac{\alpha_1 - \lambda_2[1]}{\lambda_1 - \lambda_2} + \lambda_2^n \frac{\alpha_1 - \lambda_1[1]}{\lambda_2 - \lambda_1}. \quad (43)$$

Здесь λ_1 и λ_2 — собственные корни характеристического уравнения матрицы α_1.

В предельном случае, когда $n \to \infty$ и при условии $\lambda_2 < \lambda_1$, величиной λ_2^n можно пренебречь. Тогда, подставляя значения элементов матрицы α_1^n из (42) и (43) в (41), можно показать:

$$\lim_{n \to \infty} \chi_{i(2n+1)} = \frac{a_1 - \lambda_2}{b_1}. \tag{44}$$

Аналогичное выражение можно получить и для $\chi_{0(2n+1)}$.

Следует заметить, что из выражений (30)—(44), в частности, вытекают все результаты, полученные выше для изотропного случая, и осуществляется учет оптической активности компенсатора при юстировке эллипсометра, описанного в [8].

Таким образом, независимо от анизотропии образца или при наличии оптической активности компенсатора при выполнении условий существования симметрической матрицы α_1 всегда можно находить значения собственных поляризаций любой ПОС на лимбах поляризационных устройств эллипсометра без каких-либо сложных вычислений и предварительного определения элементов матрицы Джонса. Затем, принимая их за базисные поляризации ПОС, можно решать другие, более сложные задачи поляризационной оптики. Полученные результаты могут быть особенно эффективными для исключения влияния несовершенств оптического тракта при автоматических и спектральных эллипсометрических измерениях в технологических камерах.

Некоторые практические приложения. Собственные и базисные поляризации ПОС можно успешно использовать для решения некоторых сложных вопросов обобщенной эллипсометрии. В качестве примера рассмотрим достаточно простой метод определения нормированных элементов матрицы Джонса, который можно реализовать в автоматическом режиме измерений для пропускающей и отражающей ПОС.

Выражение (7) перепишем через нормированные элементы матрицы Джонса, откуда легко можно рассчитать собственные поляризации любой анизотропной ПОС:

$$\chi_{e12} = \frac{1}{2\rho_{12}}\left\{(1-\rho_{11}) \pm [(1-\rho_{11})^2 + 4\rho_{12}\rho_{21}]^{1/2}\right\}. \tag{45}$$

Здесь $\rho_{1k} = T_{1k}/T_{22}$ — нормированные элементы матрицы Джонса. Выражение (6) можно привести к виду

$$\chi_0 = \frac{\chi_i + \rho_{21}}{\rho_{12}\chi_i + \rho_{11}}. \tag{46}$$

Используя значения базисных поляризаций $\chi_{i,0} = 0$ или ∞, из выражения (46) получим

$$\chi_i = 0, \qquad \chi_{0(\chi_i = 0)} = \frac{\rho_{21}}{\rho_{11}} = \chi_0',$$

$$\chi_i = \infty, \qquad \chi_{0(\chi_i = \infty)} = \frac{1}{\rho_{12}} = \chi_0'',$$

$$\chi_0 = 0, \qquad \chi_{i(\chi_0 = 0)} = -\rho_{21} = \chi_i',$$

$$\chi_0 = \infty, \qquad \chi_{i(\chi_0 = \infty)} = -\frac{\rho_{11}}{\rho_{12}} = \chi_i''.$$

Для удобства сделаем следующие переобозначения:

$$\chi_0'' = \frac{1}{\chi_{12}}, \qquad -\chi_i' = \chi_{21}, \qquad -\chi_i'' : \chi_0'' = \chi_{11}. \tag{47}$$

С учетом (47) для ρ_{1k} имеем

$$\rho_{12} = \chi_{12}, \qquad \rho_{21} = \chi_{21}, \qquad \rho_{11} = \chi_{11}. \tag{48}$$

Подставляя значения ρ_{1k} в выражение (45), легко можно рассчитать собственные поляризации любой анизотропной ПОС.

Таким образом, как видно из выражений (47), (48), когда известны базисные поляризации, измеряя значения χ_{1k}, можно непосредственно из показаний лимбов поляризационных устройств прибора определять нормированные элементы матрицы Джонса и численно рассчитывать собственные поляризации любой ПОС.

При малых значениях ρ_{12} и ρ_{21}, разложив выражение (45) в ряд и пренебрегая квадратичными членами, получим

$$\chi_{e12} = \frac{1}{2\rho_{12}} \left\{ (1 - \rho_{11}) \pm \left[(1 - \rho_{11}) + \frac{4\rho_{12}\rho_{21}}{1 - \rho_{11}} \right] \right\}.$$

Если $\rho_{12} \to \rho_{21} \to 0$, имеем $\chi_{e1} \to 0$ и $\chi_{e2} \to \infty$, что совпадает с собственными поляризациями изотропной системы и соответственно с базисными, как в выражениях (18), (19). При наличии анизотропии наблюдается смещение начала отсчета на лимбах поляризационных устройств прибора, как это имеет место при юстировке эллипсометра с учетом оптической активности компенсатора (более подробно см. [8]).

В заключение следует отметить, что для анизотропных систем в общем случае и собственные, и базисные поляризации могут быть эллиптичными или круговыми. Только в отдельных случаях они будут линейными. Формулы (47), (48), имея внешнее сходство с формулами из [11], от них принципиально отличаются. В формулах работы [11] в качестве базисных используются собственные поляризации изотропных систем, а в (47), (48) — анизотропных систем.

Автор выражает благодарность чл.-корр. РАН, проф. К. К. Свиташеву за обсуждение работы и полезные замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Azzam R. M. A., Bashara N. M.** Ellipsometric measurement of polarization transfer function of an optical system // JOSA. 1972. **62**, N 3. P. 336.
2. **Azzam R. M. A., Bashara N. M.** Polarization transfer an optical system as a bilinear transformation // Ibid. N 2. P. 222.
3. **Аззам Р., Башара Н.** Эллипсометрия и поляризованный свет. М.: Мир, 1981.
4. **Бережная С. Ю., Бережной И. В.** Восстановление матрицы Джонса объекта с помощью PCSA-поляриметра. I // Оптика и спектроскопия. 1991. **70**, вып. 5. С. 1107.
5. **Фукс Б. А., Шабат Б. В.** Функции комплексного переменного и некоторые их приложения. М.: Наука, 1964.
6. **Шерклифф У.** Поляризованный свет. М.: Мир, 1965.
7. **Миронов Ф. С., Семененко А. И., Хасанов Т.** Юстировка эллипсометра с фиксированным углом падения света // Оптика и спектроскопия. 1981. **51**, вып. 3. С. 1095.
8. **Свиташев К. К., Хасанов Т.** Учет оптической активности компенсатора при юстировке эллипсометра // Оптика и спектроскопия. 1986. **60**, вып. 2. С. 399.
9. **Хасанов Т.** Юстировка и аттестация эллипсометров. Новосибирск, 1990. (Препр. /СО АН СССР. ИФП; № 7-90).
10. **Анго А.** Математика для электро- и радиоинженеров. М.: Наука, 1976.
11. **Jones R. C.** A new calculus for the treatment of optical systems. VI. Experimental determination of the matrix // JOSA. 1947. **37**, N 2. P. 110.

Поступила в редакцию 30 сентября 1996 г.