

УДК 535.8

В. Ю. Осипов
(Санкт-Петербург)

**ДИФРАКЦИОННАЯ КАТАСТРОФА В ОБЛАСТИ ФОКУСИРОВКИ
ВОЛНОВОГО ФРОНТА, ДЕФОРМИРОВАННОГО СФЕРИЧЕСКОЙ
АБЕРРАЦИЕЙ И АСТИГМАТИЗМОМ**

Теоретически и экспериментально исследовано дифракционное поле, возникающее в области фокусировки волнового фронта, деформированного сферической абберацией и астигматизмом. На базе геометрических представлений объяснена природа возникновения высокорегулярных ячеистых структур в центральных областях дифракционных картин, формируемых в плоскости экрана. При этом ячеистая структура ограничена каустической огибающей в виде ромба (квадрата). Геометрическая интерпретация проведена путем анализа положения стационарных точек дифракционного интеграла, соответствующих при коротковолновой асимптотике парциальным лучам. Возникающее в области фокусировки трехмерное каустическое образование структурно устойчиво и является дифракционной катастрофой.

Сложные дифракционные каустические структуры, образующиеся в результате эволюции сложных волновых фронтов, являются предметом изучения возникшего в начале 80-х годов нового направления в оптике — оптики катастроф [1]. Многообразие каустических образований, их изменчивость, классификация их форм исследуются в этом направлении на основе анализа дифракционных интегралов методами математической теории катастроф [2, 3].

Рассмотрим волновое поле в области фокусировки волнового фронта, искаженного сферической абберацией и абберацией астигматизма.

Последующий расчет проведем применительно к экспериментальной ситуации, возникающей при фокусировке коллимированного пучка излучения гелий-неонового лазера ($\lambda = 632,8$ нм) с помощью бифокальной линзы типа БЛ-1, изготовленной из одноосных кристаллов исландского шпата [4]. Пусть параксиальная астигматическая разность линзы ΔF составляет 0,8 мм (параксиальные астигматические фокусы равны при этом $F_1 = 141,3$ мм и $F_2 = 142,1$ мм), а параметр δs продольной сферической абберации для луча, соответствующего краю выходной эффективно открытой апертуры диаметром 20 мм, составляет $\delta s \approx -10$ мм. Область фокусировки волнового фронта имеет тогда протяженную вдоль z область $f \approx 131-142$ мм (рис. 1). Таким образом, будет рассматриваться ситуация, когда $(\Delta F/\delta s) \ll 1$.

Как известно [5-7], распределение амплитуды волнового поля в экранной плоскости, расположенной вблизи параксиального фокуса, определяется с точностью до фазового множителя сферической волны фурье-произведением $A(x, y)\exp(i\Delta\varphi(x, y))$. Здесь $\Delta\varphi(x, y)$ — фазовая функция отклонения волнового фронта от опорной сферы, центр которой лежит в плоскости экрана; $A(x, y)$ — распределение скалярной амплитуды волнового поля вдоль апертуры волнового фронта при $z = 0$. Если распределение $A(x, y) = A_0 = \text{const}$, то распределение интенсивности оптического поля в плоскости экрана, находящего-

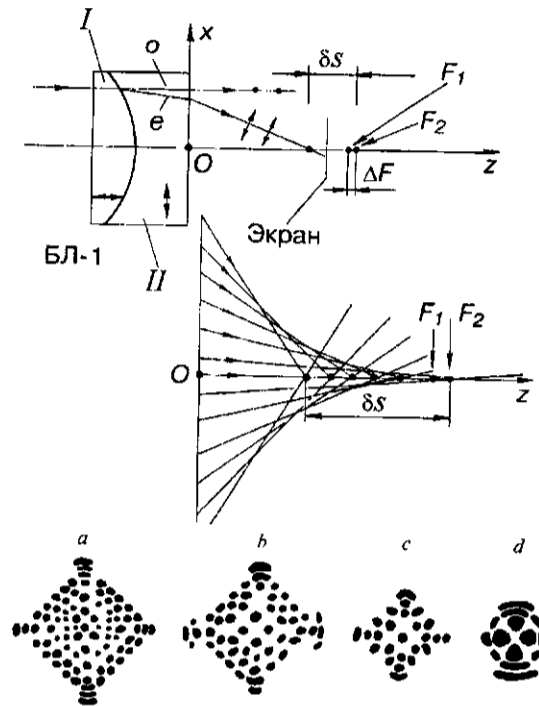


Рис. 1. Формирование сходящегося волнового фронта e -волны, деформированного сферической абберацией и астигматизмом, с помощью бифокальной линзы из одноосного кристалла исландского шпата.

Источник коллимированного излучения, падающего на БЛ-1, — гелий-неоновый лазер ($\lambda = 632,8$ нм). В нижней части рисунка приведены структуры центральных областей кружков рассеяния, полученных при параметрах дефокусировки Δz , мм: 6,8 (а), 5,8 (б), 3,8 (с), 1,3 (д)

ся на расстоянии f от плоскости $z = 0$, будет пропорционально квадрату модуля дифракционного интеграла J :

$$I(x_2, y_2, z = f) = \frac{A_0^2}{\lambda^2 f^2} |J|^2,$$

где дифракционный интеграл

$$J = \iint_{\Omega} (\exp(i\Delta\varphi(x, y))) \exp\left(-i2\pi\left(x \frac{x_2}{\lambda f} + y \frac{y_2}{\lambda f}\right)\right) dx dy. \quad (1)$$

Здесь λ — длина волны излучения; x_2, y_2 — декартовы координаты в плоскости экрана, находящегося на расстоянии f от выходной грани БЛ-1, а интеграл вычисляется в плоскости x, y при $z = 0$ по эффективно открытой апертуре волнового фронта вблизи выходной грани БЛ-1.

В ситуации сходящегося волнового фронта, деформированного сферической абберацией и абберацией астигматизма, фазовая функция отклонения волнового фронта от идеальной опорной сферы радиуса f с центром в точке $(0, 0, f)$ имеет следующий вид:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} [f - \sqrt{f^2 - x^2 - y^2} - [\bar{F} - \sqrt{\bar{F}^2 - x^2 - y^2} + a(x^2 + y^2)^2 + c(y^2 - x^2)]]]. \quad (2)$$

Здесь a — коэффициент сферической абберации 3-го порядка; c — эффективный коэффициент, характеризующий астигматизм. Формула (2) харак-

теризует изменение фазовой функции при дефокусировке, осуществляемой сдвигом плоскости экрана из плоскости $z = \bar{F}$ в плоскость $z = f$.

Для того чтобы иметь симметричные и асимметричные коэффициенты при x^2 и y^2 в формуле (2), астигматическая добавка и поправка, обусловленная сферической аберрацией, в фазовой функции записываются не относительно опорной сферы с радиусом F_2 , а относительно опорной сферы с радиусом $\bar{F} = 2F_1F_2/(F_1 + F_2)$. Таким образом, астигматическая часть фазовой функции автоматически включает в себя и величину аберрации дефокусировки на $F_2 - \bar{F}$.

Для вышеприведенных параметров F_2 , ΔF , δs при выходной апертуре БЛ-1 диаметром 20 мм коэффициенты сферической аберрации и астигматизма равны: $a = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ мм}^{-3}$; $c = 9,96 \cdot 10^{-6} \text{ мм}^{-1}$. Астигматическая поправка $2\pi c(y^2 - x^2)/\lambda$ для лучей, идущих от края апертуры, в данной ситуации будет слабым возмущением применительно к фазовой функции сферической аберрации $2\pi a(x^2 + y^2)^2/\lambda$.

Компьютерные расчеты показывают (рис. 2), что в центре дифракционной картины, формируемой в плоскости экрана при $f = 134-138,5 \text{ мм}$, имеет

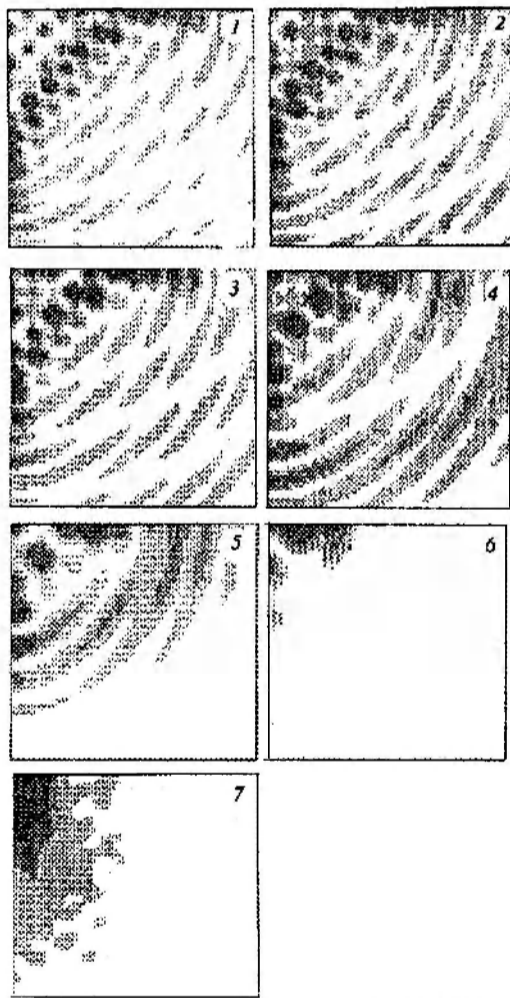


Рис. 2. Рассчитанная на компьютере трансформация дифракционной картины в области кружка рассеяния в зависимости от параметра дефокусировки плоскости экрана. Дефокусировка Δz , мм: 1 — 7,50; 2 — 6,65; 3 — 5,70; 4 — 4,20; 5 — 3,20; 6 — 1,70; 7 — «0,30». Дифракционное изображение показано для одного из квадрантов кружка рассеяния. Размеры квадранта $65 \times 65 \text{ мкм}$. По горизонтали — ось x_2 , по вертикали — y_2

место регулярная ячистая структура, которая ограничена снаружи каустической огибающей в виде ромба (квадрата). Наибольшая интенсивность оптического поля достигается в четырех вершинах ромбовидной огибающей, а интенсивность поля на самой огибающей при этом больше, чем интенсивность внутри и снаружи каустической огибающей. Отметим, что, согласно одному из определений каустической огибающей, это есть линия или контур, на котором в геометрическом приближении интенсивность поля обращается в бесконечность. В вершинах ромбовидной (квадратной) огибающей при этом расположены «факельные» ячейки. На рис. 2 показана рассчитанная на компьютере зависимость дифракционной картины в плоскости $z = f$ от параметра дефокусировки $\Delta z = \bar{F} - f$. При этом отчетливо видно изменение регулярной ячистой структуры в центральной части дифракционной картины по мере увеличения параметра дефокусировки. Так, в пределах центрального ромба (квадрата) число регулярных, геометрически правильно расположенных ячеек увеличивается, и тип центральной структуры изменяется от 3×3 до 7×7 при увеличении Δz от 3,2 до 7,5 мм. Последовательный набор дифракционных картин, соответствующий различным параметрам f , определяет трехмерное распределение искомого оптического поля в области фокусировки.

Рассчитанная здесь трансформация дифракционной картины в зависимости от параметра Δz полностью подтверждается экспериментально наблюдаемыми картинками дифракционных структур в окрестности астигматического фокуса БЛ-1, которые приведены на рис. 3. Отметим, однако, что ввиду различия поляризационно-расщепляющих свойств БЛ-1 [4] для прямого и обратного хода нормально падающих лучей ячистые дифракционные структуры в области фокусировки наблюдаются при падении коллимированного лазерного пучка на БЛ-1 только со стороны плосковыпуклого компонента l (см. рис. 1).

В плосковыпуклом компоненте l с ориентацией оптической оси перпендикулярно входной грани обыкновенная o - и необыкновенная e -волны, возникающие из нормально падающей на входную грань плоской волны, взаимно вырождены, так как различные состояния поляризации распространяются вдоль оптической оси $a_1 = (0, 0, 1)$ с одной скоростью и приобретают одинаковый фазовый набег. На сферической границе раздела между компонентами

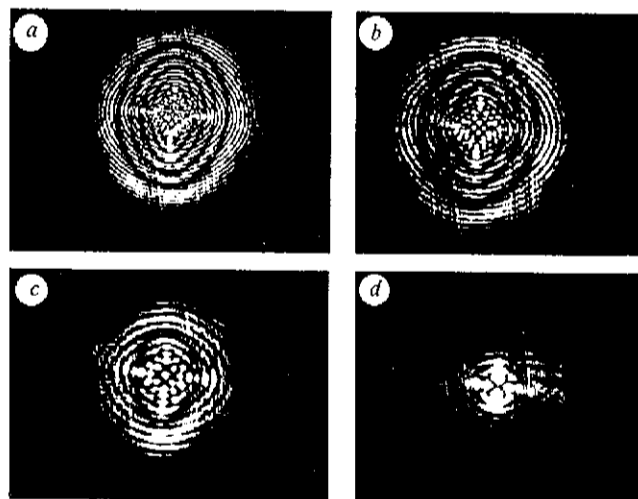


Рис. 3. Экспериментально наблюдаемая зависимость вида дифракционной картины в области кружка рассеяния БЛ-1 от параметра дефокусировки.

Дефокусировка Δz , мм: $a - 6,8$; $b - 5,8$; $c - 3,8$; $d - 1,3$. В центрах дифракционных картин видны сложные ячистые структуры, дополнительно представленные в целях лучшего воспроизведения в нижней части рис. 1. По горизонтали — ось y_2 , по вертикали — x_2

линзы происходит трансформация этой плоской вырожденной волны в сходящуюся e -волну и плоскую o -волну, которые распространяются в компоненте II линзы. В итоге на выходе БЛ-1 формируются коллимированный o -пучок и сходящийся e -пучок, обладающий сферической абберацией и астигматизмом (см. рис. 1). Путем выбора состояния поляризации падающего на входную грань БЛ-1 лазерного пучка на выходе мы можем иметь один лишь сходящийся пучок.

Наличие сферической абберации присуще всем линзовым системам, если не принимаются специальные меры для ее устранения, причем ее присутствие в случае сходящейся e -волны ясно и не требует объяснения. Астигматизм означает, что главные радиусы кривизны сходящегося волнового фронта различны во взаимно ортогональных направлениях (в данном случае вдоль осей Ox и Oy). Астигматизм e -пучка возникает вследствие того, что во втором компоненте линзы с ориентацией оптической оси $a_2 = (1, 0, 0)$ показатель преломления парциальной e -волны в направлении волнового вектора равен:

$$\text{в плоскости } yOz \quad \tilde{n}_e = n_e,$$

$$\text{в плоскости } xOz \quad \tilde{n}_e = \frac{n_e}{(1 + \delta \sin^2 \alpha)^{1/2}},$$

здесь $\delta = (n_e^2 - n_o^2)/n_o^2$; n_o и n_e — главные показатели преломления для обыкновенной и необыкновенной волн в одноосном кристалле; α — угол между направлением оси Oz системы и волновым вектором парциальной e -волны в компоненте II линзы. Поэтому если в плоскости yOz для e -луча направление лучевого и волнового векторов совпадает, то в плоскости xOz перенос энергии e -волны осуществляется в направлении лучевого вектора w_e , ориентация которого отлична от ориентации волнового вектора k_e . При этом угол β между лучевым вектором и осью Oz связан следующим соотношением с углом α между волновым вектором и осью Oz : $\operatorname{tg} \beta = [n_e^2/n_o^2] \operatorname{tg} \alpha$.

Проанализируем фазовую функцию $\Delta\varphi(x, y)$, характеризующую отклонение абберированного волнового фронта от опорной сферы радиуса f с центром в точке $(0, 0, f)$. При этом слагаемое, описывающее непосредственно дефокусировку относительно плоскости $z = \bar{F}$, представим, ограничиваясь низшими членами разложения, в виде

$$\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{2f} - \frac{1}{2\bar{F}} \right) (x^2 + y^2).$$

В геометрооптическом приближении производные $\partial\Delta\varphi/\partial x$ и $\partial\Delta\varphi/\partial y$, вычисляемые для произвольной точки (x, y) волнового фронта вблизи плоскости $z = 0$, определяют x - и y -компоненты проекции на плоскость xOy вектора, характеризующего векторную разность между нормалью к волновому фронту в точке (x, y) и нормалью к опорной сфере в этой же точке. С другой стороны, $\partial\Delta\varphi/\partial x$ и $\partial\Delta\varphi/\partial y$ определяют круговые пространственные частоты ω_x , ω_y , задающие положение соответствующей точки в плоскости фурье-образа функции $\exp(i\Delta\varphi)$ при $z = f$. Решение системы

$$\begin{aligned} -\frac{2\pi}{\lambda} x \left(4ax^2 + 4ay^2 - 2c - \frac{1}{2}(f^{-1} - \bar{F}^{-1}) \right) &= \omega_x, \\ -\frac{2\pi}{\lambda} y \left(4ax^2 + 4ay^2 + 2c - \frac{1}{2}(f^{-1} - \bar{F}^{-1}) \right) &= \omega_y, \end{aligned} \quad (3)$$

определяет положение точек $M_i(x^{(i)}, y^{(i)})$ на исходной апертуре волнового фронта, для которых ω_x и ω_y принимают одинаковые значения.

Положение точек M_i (в нашем случае $i \leq 5$) на исходной апертуре волнового фронта при $z = 0$ соответствует стационарным точкам дифракционного интеграла J , характеризующим при геометрооптической интерпретации

парциальные лучи [7—9]. Исходящие из этих точек парциальные лучи приходят в одну и ту же точку с координатами $x_2 = f(\omega_x \lambda / 2\pi)$; $y_2 = f(\omega_y \lambda / 2\pi)$ в плоскости экрана при $z = f$.

Напомним, что идеализированному геометрическому лучу соответствует в волновой теории лучевая трубка с объемом, ограниченным так называемым френелевским объемом луча [9]. При этом π -окрестности стационарных точек (т. е. расположенные вокруг точек M_i области, в которых суммарная фаза комплексных экспонент в подынтегральном выражении отличается от стационарных значений этой фазы в точках M_i не более чем на π) являются поперечными сечениями френелевских объемов соответствующих парциальных лучей.

В каждую точку области I внутри ромбовидной (квадратной) огибающей приходят пять парциальных лучей из точек $M_1—M_5$ на исходной апертуре волнового фронта при $z = 0$ (рис. 4). Положение этих пяти точек определяется решением системы уравнений (3) и показано на рис. 4, где, в свою очередь, проиллюстрирован также графический способ их нахождения.

Снаружи каустического контура имеется область II , в каждую точку которой приходят только три парциальных луча, и на периферии — область III , в каждую точку которой приходит лишь один парциальный луч (см. рис. 4). В вершинах каустической огибающей имеет место ситуация трехкратного вырождения по числу парциальных лучей, когда три из пяти входящих в вершинную точку парциальных лучей неразличимы вследствие перекрытия их френелевских объемов. Три из пяти стационарных точек в дифракционном

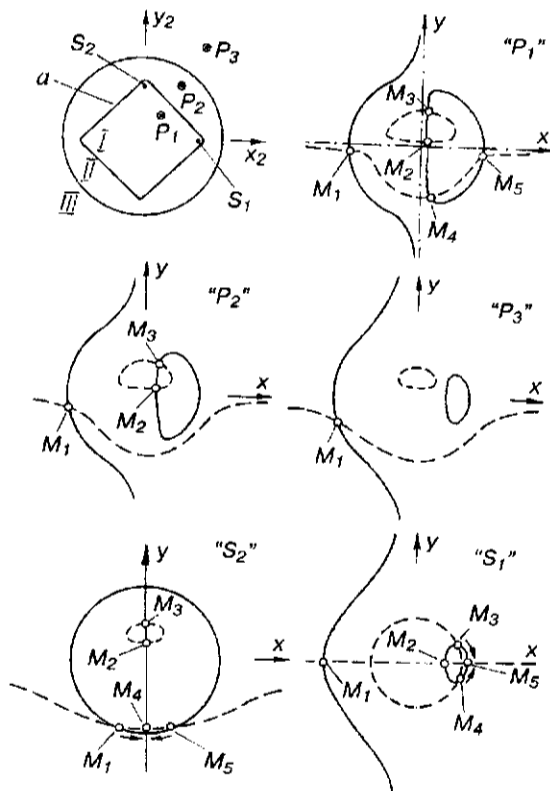


Рис. 4. Схема формирования каустической структуры в плоскости экрана на базе геометрических представлений:

I — область, в каждую точку которой приходят пять парциальных лучей, II — три луча, III — один луч; a — каустическая квадратная огибающая. Для точек P_1, P_2, P_3 в плоскости $z = f$ показана схема нахождения точек M_i ($i \leq 5$) на апертуре волнового фронта при $z = 0$, из которых исходят парциальные лучи, приходящие в анализируемую точку экранной плоскости. Сплошная кривая — график $\omega_x = f_x(x, y)$ в плоскости x, y ; штриховая — $\omega_y = f_y(x, y)$

интеграле при этом сливаются за счет перекрытия их π -окрестностей. В нижней части рис. 4 показаны два варианта сближения различных групп из трех стационарных точек, ведущие к ситуации трехкратного вырождения по числу парциальных лучей в вершинах S_1 и S_2 ромбовидной (квадратной) огибающей. На самой огибающей имеет место лишь ситуация двукратного вырождения, когда два из пяти парциальных лучей, приходящих в точку вблизи огибающей, неразличимы. При этом перекрываются π -окрестности двух из пяти стационарных точек дифракционного интеграла.

Согласно [9], неразличимость лучей означает на самом деле сильное перекрытие (в направлении распространения) их френелевских объемов. Однако условно можно считать, что два произвольных луча, приходящих в одну точку (x_2, y_2) экрана, являются неразличимыми, если разность хода между ними не превышает $\lambda/2$, и различимыми в противоположном случае.

В рамках геометрической интерпретации результатов дифракции физическая причина образования сложных дифракционных структур в области фокусировки состоит в следующем. Регулярная ячеистая структура внутри ромбовидной (квадратной) огибающей имеет место за счет пятилучевой интерференции, а сегментобразные дифракционные полосы вне огибающей возникают за счет трехлучевой интерференции. В вершинах каустики фазы трех из пяти парциальных лучей совпадают, а на огибающей совпадают фазы лишь двух из этих лучей.

Хорошо известно, что в случае одной сферической аберрации в каждую точку освещенной области экрана, расположенного в области фокусировки, приходят либо только три парциальных луча, если эта точка лежит внутри каутического кружка, либо только один парциальный луч, если точка лежит вне каутического кружка. При этом в силу осесимметричности такой ситуации относительно оси z в первом случае три парциальных луча находятся в одной плоскости, содержащей ось Oz .

Исследуя систему (3) в случае, когда ее решением являются пять стационарных точек дифракционного интеграла, можно показать, что при нулевом астигматизме решение в виде пяти точек трансформируется, как и следовало ожидать, в решение в виде трех точек, лежащих на одной прямой в плоскости x, y и соответствующих чистой сферической аберрации.

При наличии только сферической аберрации возникающая осесимметричная относительно z дифракционная структура является согласно [2, 3] вырожденной каустикой бесконечной коразмерности и структурно неустойчива, так как малые возмущения фазовой функции приводят к появлению трехмерных структурных образований нового класса, лежащих вне пределов исходного класса. Возникающие при этом возмущения каустики не могут быть сведены к исходному классу каустик посредством преобразования диффеоморфизма (каких-либо сложных деформаций трехмерной координатной сетки в «резиновом» пространстве x_2, y_2, z).

В настоящей статье показано, что введение дополнительных малых аберраций астигматизма приводит к возникновению одного строго определенного класса трехмерных каутических образований. Нетрудно показать, что малые возмущения фазовой функции $\Delta\varphi(x, y)$, уже учитывающей сферическую аберрацию и астигматизм, отныне не будут приводить к качественному изменению дифракционной структуры, и поэтому возникающая в таких условиях в пространстве трех измерений оптическая каустика является структурно устойчивой, т. е. дифракционной катастрофой. Согласно [2, 3], структурная устойчивость означает, что все члены класса могут быть трансформированы друг в друга посредством преобразования диффеоморфизма. Для анализируемой ситуации структурная устойчивость понимается как свойство полной трехмерной картины распределения волнового поля. Под дифракционной катастрофой, как правило, подразумевается волновая функция в интегральном представлении, описывающая характеристические дифракционные картины одного класса.

Интересно, что если сферическая аберрация и астигматизм по отдельности дают только структурно неустойчивые каутические образования, которые не

являются дифракционными катастрофами, то, лишь будучи взятыми вместе, они формируют структурно устойчивую каустику — дифракционную катастрофу* с коразмерностью 3.

Структура каустики в z -направлении и распределение фазы волнового поля в каустической области. Как уже отмечалось, анализ волнового поля каустики в трех измерениях x_2, y_2, z осуществлялся путем накопления на ЭВМ результатов распределения комплексной величины дифракционного интеграла J в поперечной плоскости x_2, y_2 при различных параметрах положения z этой плоскости. В результате компьютерных расчетов был накоплен набор из 160 поперечных сечений, соответствующий изменению по z от 134,05 до 142,0 мм с шагом 0,05 мм.

На рис. 5, *a* показано изображение трехмерной каустики, возникающее при ее сечении продольной плоскостью y_2Oz . Отметим, что на рисунке регистрировалось лишь распределение квадрата модуля комплексного интеграла J , соответствующее распределению интенсивности волнового поля. Видно, что внутренняя структура каустики представляет собой чередование в z -направлении областей с максимумами и минимумами по интенсивности, т. е. ячеистая структура поля имеет место и в z -направлении. Почти аналогичное по структуре изображение будет возникать и в продольной плоскости x_2Oz (рис. 5, *b*).

Из рис. 5 видно, что в плоскостях y_2Oz и x_2Oz ячеистая структура трехмерной каустики ограничена линейными огибающими с наибольшей интенсивностью. Последние являются геометрическим местом точек вершин квадратных

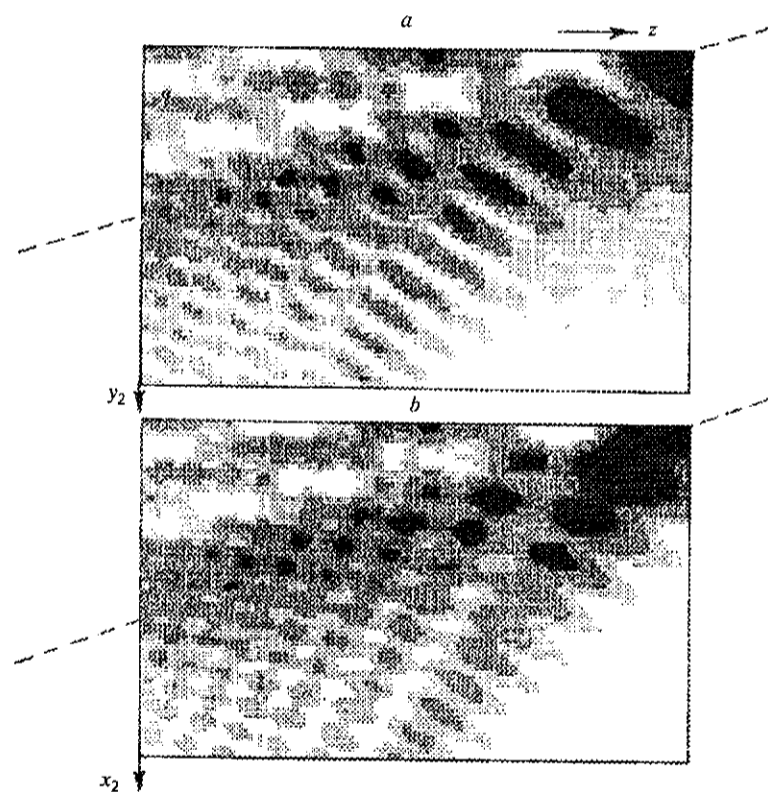


Рис. 5. Вид трехмерной структуры каустики в продольных плоскостях y_2Oz и x_2Oz .
Протяженность картины: по вертикали — 65 мкм, по горизонтали — от 135,05 до 139,80 мм.
По горизонтали — ось z : *a* — в плоскости y_2Oz ; *b* — в плоскости x_2Oz

* Без обсуждения отметим, что формируемая дифракционная катастрофа относится к классу катастроф типа соединенных гиперболических омбиликов.

огибающих в поперечных плоскостях, т. е. точек с трехкратным вырождением по числу парциальных лучей. По мере увеличения параметра z размеры каустического квадрата в поперечной плоскости линейно уменьшаются. Линейная экстраполяция в плоскостях y_2Oz и x_2Oz для размеров поперечного каустического квадрата показывает, что размеры последнего стремятся к нулю при $z \approx 140,0$ мм.

Таким образом, в пространстве трех измерений ячеисто-нитевидное тело каустики ограничено четырехгранной пирамидой, вершина которой лежит в области параксиального фокуса ($0, 0 \approx 140,0$ мм), поперечным сечением которой является квадрат (ромб), и ее четыре ребра — геометрическое место точек вершин квадратных огибающих в поперечных плоскостях. Снаружи четырехгранной пирамиды структура волнового поля уже не ярко выраженная ячеистая.

Комплексная амплитуда поля в области фокусировки записывается в виде

$$a(x_2, y_2, z) = \frac{iA_0}{\lambda z} \exp\left[-\frac{i2\pi z}{\lambda}\right] \exp\left[-\frac{i\pi(x_2^2 + y_2^2)}{\lambda z}\right] J(x_2, y_2, z). \quad (4)$$

Следовательно, полная фаза Φ комплексной амплитуды поля есть сумма четырех слагаемых:

$$\Phi = \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi z}{\lambda} - \frac{\pi(x_2^2 + y_2^2)}{\lambda z} + \tilde{\Phi}(x_2, y_2, z), \quad (5)$$

где функция $\tilde{\Phi}(x_2, y_2, z)$ есть распределение фазы комплексного дифракционного интеграла J в трехмерном пространстве x_2, y_2, z .

Напомним, что поверхности равной фазы для трехмерного распределения комплексной амплитуды волнового поля в области каустики соответствуют дифракционным волновым фронтам. Последние в общем случае не совпадают с геометрическими волновыми фронтами, которые определяются как поверхности равного эйконала (оптического пути) для семейства геометрических парциальных лучей; их геометрические свойства другие.

Как видно из (5), фаза комплексной амплитуды меняется чрезвычайно быстро в z -направлении за счет своего второго слагаемого от 0 до 2π на расстоянии длины волны излучения. В нашем случае анализируемая область пространства находится в интервале изменения по z от 134 до 142 мм и намного больше λ . Третье слагаемое в (5) само по себе тривиально. Поэтому для анализа распределения фазы в области фокусировки целесообразно ограничиться лишь исследованием четвертого слагаемого $\tilde{\Phi}(x_2, y_2, z)$. Обоснованность такого подхода следует и из того, что основная «характерологическая» информация об исследуемом поле содержится в четвертом множителе выражения (4). Действительно, нули в комплексной амплитуде поля могут возникать лишь в четвертом множителе выражения (4). Поскольку с нулями комплексной амплитуды связаны так называемые дислокации дифракционного волнового фронта, то информация о местонахождении и геометрии последних содержится исключительно в функции $J(x_2, y_2, z)$.

На рис. 6 показано распределение фазы комплексного дифракционного интеграла J в продольной плоскости x_2Oz . Почти аналогичная по структуре картина для распределения фазы интеграла J возникает и в продольной плоскости y_2Oz . Как видно из анализа рис. 6, в пространстве трех измерений в интересующей нас области синфазные поверхности $\tilde{\Phi} = 0; 2\pi$ имеют вид непересекающихся друг друга эквидистантных поверхностей. Внутри вышеупомянутой каустической четырехгранной пирамиды каждая из этих синфазных поверхностей $\tilde{\Phi}$ имеет сложную гофрированную форму, а снаружи каустической пирамиды гофрировка на синфазных поверхностях $\tilde{\Phi}$ исчезает. Сложный гофрированный характер синфазных поверхностей $\tilde{\Phi}$ внутри четырехгранной пирамиды означает, что на дифракционных волновых фронтах имеются характерные искажения типа дислокаций.

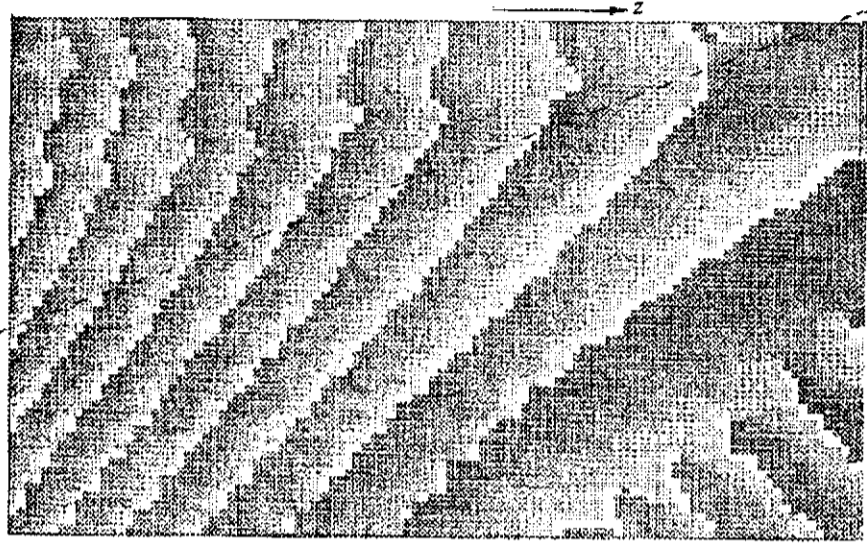


Рис. 6. Распределение фазы дифракционного интеграла J в продольной плоскости x_2Oz . Протяженность картины: по вертикали — 65 мкм, по горизонтали — от 135,05 до 140,0 мм. По горизонтали — ось z . Белый фон — фаза $\tilde{\Phi} = 0$, черный — фаза $\tilde{\Phi} = 2\pi$, серый — промежуточные значения фазы $\tilde{\Phi}$

Отметим, что такой вид фазовой функции $\tilde{\Phi}(x_2, y_2, z)$ и синфазных поверхностей $\tilde{\Phi}$, который представлен на рис. 6, имеет место только при наличии малого астигматизма и большой сферической абберации. Как показали дополнительные компьютерные эксперименты, в случае одной только сферической абберации вышеупомянутые непересекающиеся эквидистантные синфазные поверхности $\tilde{\Phi}$ с гофрировкой вблизи оси Oz полностью отсутствуют.

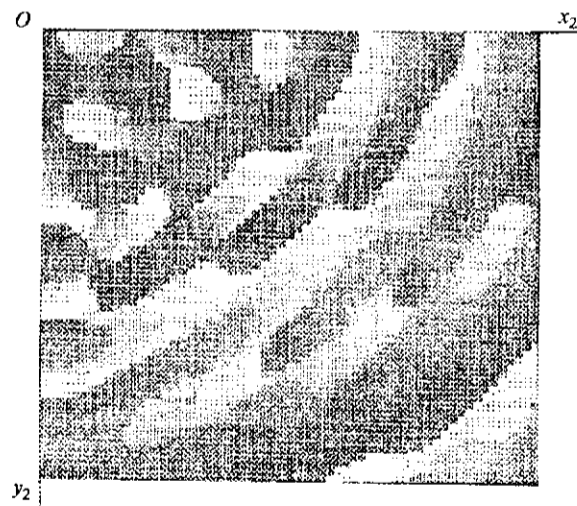


Рис. 7. Распределение фазы дифракционного интеграла J в поперечной плоскости экрана при $f = 137,1$ мм.

Данная картина позволяет определить характер дислокаций волнового фронта, т. е. линий, где имеет место скачок фазы при нулевой комплексной амплитуде поля. Видны характерные дислокационные линии, обусловленные скачком фазы. Размер квадрата 65 × 65 мкм. По горизонтали — ось x_2 , по вертикали — y_2

В произвольной поперечной плоскости x_2Oy_2 линии, на которых имеют место скачки фазы $\tilde{\Phi}$, позволяют определить геометрическую форму дислокаций дифракционного волнового фронта. При этом, по определению, на дислокационных линиях комплексная амплитуда поля в точности равна нулю. Здесь имеется в виду равенство нулю одновременно как действительной, так и мнимой части комплексной амплитуды. Так как в произвольной поперечной плоскости $z = f$ (при $134 < f < 142$ мм) нуль-линии амплитуды отделяют геометрически правильным образом одну ячейку каустической картины от другой, то именно дислокации дифракционного волнового фронта в поперечной плоскости x_2Oy_2 и определяют ячеистую структуру распределения интенсивности внутри каустического квадрата.

Анализируя по рис. 7 распределение фазы $\tilde{\Phi}$ в поперечной плоскости для случая $f = 137,1$ мм, можно непосредственно определить линии скачков фазы $\tilde{\Phi}$. На рисунке наиболее отчетливо видны линии скачков фазы $\tilde{\Phi}$ от 2π до 0 (2π — черный фон, 0 — белый). Однако не все участки со скачками фазы от 2π до 0 являются дислокационными линиями. Это связано с тем, что в ряде случаев этот скачок вызван тривиальным ограничением области допустимых значений изменения фазы $\tilde{\Phi}$ от 0 до 2π (так как фаза комплексного числа определяется однозначно лишь на интервале от 0 до 2π в меру периодичности функции $\exp(i\tilde{\Phi})$). Для обнаружения на распределении $\tilde{\Phi}$ в плоскости экрана информативных скачков фазы от $\tilde{\Phi}_1$ до $\tilde{\Phi}_2$ (здесь $0 \leq \tilde{\Phi}_1, \tilde{\Phi}_2 \leq 2\pi$), где комплексная амплитуда поля обращается в нуль, необходимо привлечение более тонких методик.

Шумовые характеристики. С целью выяснения геометрии дислокационных линий в плоскости экрана при $f = 137,1$ мм нами дополнительно исследовались шумовые характеристики фазового распределения $\tilde{\Phi}$ в плоскости x_2Oy_2 и шумовые характеристики распределения интенсивности поля в этой же плоскости. В рамках компьютерного эксперимента волновой фронт на выходе БЛ-1 подвергался очень слабым случайным возмущениям по всей своей апертуре. Всего анализировалось около 80 близких реализаций волнового фронта на выходе БЛ-1. На рис. 8 показано распределение в плоскости экрана среднеквадратичного отклонения фазы $\tilde{\Phi}$ от среднего значения, т. е. распределение флуктуаций фазы $\tilde{\Phi}$ в плоскости экрана. Ясно, что флуктуации фазового распределения $\tilde{\Phi}$ будут значительны там, где имеют место скачки (разрывы) фазы $\tilde{\Phi}$, т. е. на дислокационных линиях в поперечной плоскости. Как хорошо видно из рис. 8, внутри каустического квадрата линии флуктуаций фазы $\tilde{\Phi}$ отделяют достаточно четко одну ячейку от другой. На рисунке пронумерованы ячейки от 1 до 9, положение которых однозначно идентифицируется. Следовательно, эти линии флуктуаций фазы, расположенные внутри каустического квадрата, и являются дислокационными линиями при $f = 137,1$ мм. Данный конкретный пример подтверждает известный в литературе тезис о том, что линии дислокаций волнового фронта являются своеобразным «скелетом», на котором построена волновая картина поля.

Ясно, что при изменении положения плоскости экрана x_2Oy_2 дислокационные линии, отделяющие одну ячейку от другой, будут иметь уже другую геометрию.

Так же регистрировалось в плоскости экрана распределение шум/сигнал для интенсивности света. Здесь подразумевается распределение в плоскости экрана отношения флуктуации интенсивности поля к величине средней интенсивности. Оказалось, что распределение шум/сигнал для интенсивности света с высокой степенью точности напоминает картину распределения флуктуаций фазы $\tilde{\Phi}$ в плоскости экрана. Это означает, что относительная доля шума в интенсивности поля имеет наибольшую величину как раз там, где интенсивность поля в точности обращается в нуль, т. е. опять же на дислокационных линиях. С практической точки зрения это означает, что в произвольной экранной плоскости линии дислокаций дифракционного волнового

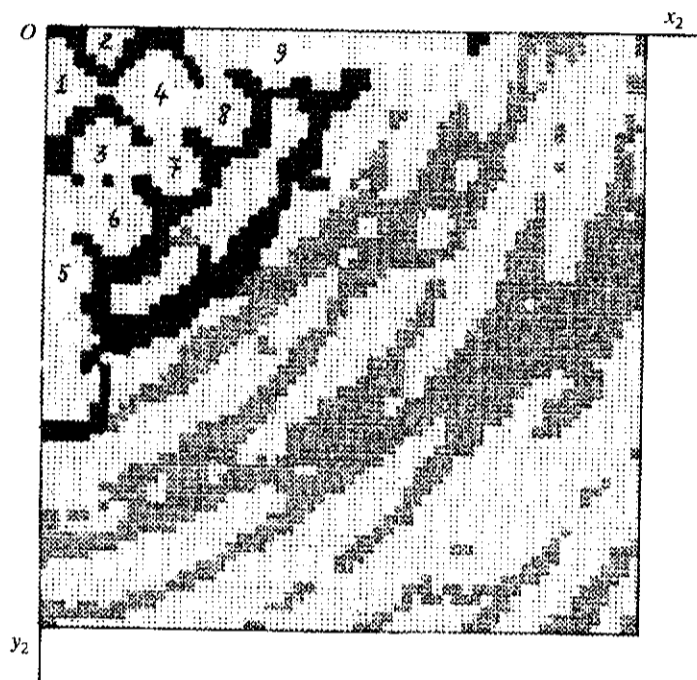


Рис. 8. Распределение флуктуаций фазы $\tilde{\Phi}$ в плоскости экрана для 80 реализаций слабо возмущенных случайным образом волновых фронтов на выходе БЛ-1. Эта же картина достаточно хорошо соответствует распределению отношения шум/сигнал для интенсивности поля в плоскости экрана. По горизонтали — ось x_2 , по вертикали — y_2

фронта можно определять по шумовым характеристикам интенсивности излучения в плоскости экрана, строя карту распределения шум/сигнал.

Применения. При реализации данной каустики в среде с оптической нелинейностью в поле мощного лазерного излучения возможно создание своеобразного волновода в области тела каустики. Геометрооптическими границами этого волновода будет служить рассмотренная выше четырехгранная пирамида, отделяющая область сильного поля от слабого. Поперечное сечение этого волновода на входе не будет превышать 55×55 мкм, а его протяженность — не более 7 мм. По мере сужения волноводного канала с ростом z концентрация излучения в нем будет возрастать. Структурная стабильность каустики, по-видимому, обеспечит устойчивость волноводного канала, а излучение, попав в область внутри четырехгранной пирамиды, уже не выйдет за ее пределы и будет каналироваться внутри нее. В области параксиальных фокусов F_1, F_2 наблюдается схлопывание волноводного канала.

Возможно использование бифокальной линзы БЛ-1 в качестве астигматического элемента в блоке контроля фокусировки в системах оптической и магнитооптической дисковой памяти высокой плотности.

Заключительные замечания. Случай падения коллимированного лазерного пучка на БЛ-1 со стороны плосковогнутого компонента II впервые теоретически рассматривался в работе [10], приведенные расчеты в которой показали, что в такой ситуации никаких ячеистых образований в центре дифракционной картины кружка рассеяния не возникает. Это связано с тем, что в последнем случае на выходе БЛ-1 формируются два сходящихся eo - и ee -волновых фронта, которые искажены практически одинаковой сферической аберрацией, имеют различные параксиальные фокусы F_{eo} и F_{ee} , а распределения их интенсивностей по апертуре пропорциональны $\cos^2\psi$ и $\sin^2\psi$, где ψ — азимутальный угол в плоскости выходной грани БЛ-1.

Однако, как показано в данной статье, ячеистые дифракционные структуры образуются только при падении коллимированного лазерного пучка со стороны плосковыпуклого компонента I , когда на выходе системы образуется единственный сходящийся волновой фронт, искаженный сферической аберрацией и астигматизмом.

В этом плане в [11, 12] были допущены ошибки в описании эксперимента, когда из-за перепутывания экспериментальных фотографий ячеистые картины приписывались не случаю падения лазерного пучка на БЛ-1 со стороны плосковогнутого компонента, как это было на самом деле, а случаю падения пучка со стороны плосковыпуклого компонента.

Интересно, что если чисто внешне вышеупомянутые касающиеся друг друга неоднородные eo - и ee -волновые фронты с различной кривизной в точке касания $(0, 0)$ аппроксимируют рассмотренный в данной статье астигматический e -волновой фронт с большой сферической аберрацией, то результаты фокусировки в обоих случаях различаются качественно.

Свойство неинвариантной фокусировки, осуществляемое БЛ-1, нетривиально по своей природе, и в дальнейшем ему будет посвящено специальное исследование автора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hannay J. N. Natural focusing and catastrophes // IEE Proc. 1983. 130. Pt. F, N 7. P. 623.
2. Berry M. V., Upstill C. Catastrophe optics: morphologies of caustics and their diffraction patterns // Progress in Optics /Ed. E. Wolf. North-Holland, 1980. 18. P. 257.
3. Постон Т., Стоарт И. Теория катастроф и ее приложения. М.: Мир, 1980.
4. Барсуков К. А., Осипов Ю. В., Умбетов А. У. Оптические свойства бифокальных линз из одноосных кристаллов // Оптика и спектроскопия. 1984. 56. С. 523.
5. Кольер Р., Берхарт К., Лин Л. Оптическая голография: Пер. с англ. /Под ред. Ю. И. Островского. М.: Мир, 1973.
6. Fransone M. Interference, diffraction et polarisation // Encyclopedia of Physics /Ed. S. Flügge. Vol. XXIV. Fundamentals of Optics. Berlin, Göttingen, Heigelberg: Springer-Verlag, 1956. P. 171.
7. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970.
8. Папулис А. Теория систем и преобразований в оптике: Пер. с англ. М.: Мир, 1971.
9. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. Границы применимости метода геометрической оптики и смежные вопросы // УФН. 1980. 132, вып. 3. С. 475.
10. Осипов В. Ю. Сферическая аберрация для обыкновенного и необыкновенного пучков, формируемых бифокальной линзой из одноосных кристаллов // Автометрия. 1995. № 6.
11. Осипов В. Ю. Тонкая структура волнового поля в окрестности дуплетного фокуса бифокальной линзы из одноосных кристаллов // Оптика и спектроскопия. 1994. 76, № 3. С. 534.
12. Осипов В. Ю. Ячеистая структура волнового поля в окрестности дуплетного фокуса бифокальной линзы из одноосных кристаллов // Оптический журнал. 1995. № 2. С. 31.

Поступила в редакцию 12 апреля 1996 г.