РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

АВТОМЕТРИЯ

№ 3 1996

НАУЧНЫЕ ДИСКУССИИ

УДК 517.97.519.7 ПИСЬМО В РЕДАКЦИЮ

Л. П. Костина

(Санкт-Петербург)

О РАЗРЫВНЫХ ВАРИАЦИОННЫХ ЗАДАЧАХ

В статье [1] сделана попытка вывести необходимые условия экстремума для функционалов с разрывным интеграндом, причем функционалы зависят от интегральных операторов Урысона, и продемонстрировать их эффективность на примере решения задачи Дидоны с канавой. Об эффективности самой попытки авторов можно судить, если учесть следующие замечания.

1. Оператор Урысона с импульсным ядром Дирака смысла не имеет. Не имеет смысла он и тогда, когда действует на δ-функцию, поскольку не все нелинейные операции над обобщенными функциями определены. Даже при вычислении произведений обобщенных функций встречаются определенные трудности.

2. Сформулированную авторами теорему таковой назвать нельзя, поскольку не приведено никаких ограничений на интегранд, ядра операторов и оптимизируемую функцию.

3. В статье бездоказательно утверждается, что «методику Кларка применить к функционалам, зависящим от интегральных операторов, нельзя, как нельзя ее применять и для функционалов с разрывным интегрантом». В последние 30—40 лет такими известными математиками, как Р. Т. Рокафеллар, А. Д. Иоффе, В. Л. Левин, Ф. Г. Кларк, Б. Ш. Мордухович, Б. Н. Пшеничный и др. (см., например, библиографию к монографии [2]), интенсивно развивается негладкий анализ, который имеет дело с недифференцируемыми в обычном смысле функциями. В работах Кларка вводятся понятия градиента и субдифференциала для локально липшицевых функций и говорить о «неприменимости методики Кларка», не попробовав ее применить к сформулированной задаче, некорректно.

4. Доказательство «теоремы» в теоретической части статьи мало чем отличается от содержания четвертьвековой давности заметки В. В. Кашинова [3]. Заметка эта, по-видимому, осталась без развития и, наверное, не зря. Если это не так, то авторам следовало бы привести библиографию по упомянутому «направлению».

5. Хотя в тексте статьи говорится, что концы дуг l и l' соединяются прямыми, на рисунке эти линии — тоже дуги. Кроме того, решение примера не доведено до конца: не рассмотрен вид экстремалей при различных соотношениях длины веревки, ширины канавы и коэффициента «доходности» участка γ выше берега канавы β.

Приведенные замечания и не позволяют считать, что в рассматриваемой статье [1] корректно обоснованы и исчерпывающе исследованы необходимые условия экстремума функционалов с разрывным интеграндом, зависящим от операторов Урысона, действующих на оптимизируемую функцию.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Вознесенский В. В., Кашинов В. В., Оганджанянц С. И.** Вариационный метод оптимизации обработки результатов эксперимента по разрывным критериям // Автометрия. 1995. № 3.
2. **Кларк Ф.** Оптимизация и негладкий анализ: Пер. с англ. /Под ред. В. И. Благодатских. М.: Наука, 1988.
3. **Кашинов В. В.** Необходимые условия оптимальности в некоторых задачах управления и фильтрации // Кибернетика. 1972. № 6.

Поступило в редакцию 25 ноября 1995 г.

УДК 517.97.519.7 ОТВЕТ НА ПИСЬМО В РЕДАКЦИЮ

В. В. Вознесенский, В. В. Кашинов, С. И. Оганджанянц

(Тюмень)

РАЗРЫВНЫЕ ВАРИАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

Авторы благодарны за внимательное отношение и критические замечания, высказанные в письме в редакцию [1] по поводу нашей статьи [2]. Полностью со всеми замечаниями согласиться нельзя, рассмотрим их.

1. Запись интегрального оператора в виде оператора Урысона с ядром $K[\chi, t, h(t)]$ является наиболее общей, частным случаем записи ядра Урысона может быть, например, ядро оператора типа Фредгольма $K[\chi, t, h(t)] = K(\chi, t)h(t)$. Этот случай используется в следствии 1 статьи [2]. Здесь же, в следствии 2, приведен пример импульсного ядра $K(\chi, t) = \delta(\chi - t)$, когда оператор типа Фредгольма, т. е. частный случай оператора Урысона, действует на δ-функцию. Следует отметить, что $\delta(t) \notin L_2$, однако свертка δ-функции с собой существует и является тоже δ-функцией, имеют смысл и выражения типа $\delta(\varphi(\chi))$ [3]. Таким образом, оператор Урысона может (хотя бы в частных случаях) иметь смысл и с импульсным ядром Дирака, и когда он действует на δ-функцию. Заметим, что оператор Урысона еще требует дальнейших исследований.

2. Теорема сформулирована в общем виде для любых пространств L_p и справедлива для любого из конкретных пространств L_p. Равенство (5) и обобщенное уравнение Эйлера — Пуассона (6) в статье [2] выведены при условии применимости теоремы Фубини и основной леммы вариационного исчисления в формулировке Л. Янга [4] к вариации (4) функционала (2).

Все ограничения на интегрант, ядро и оптимизируемую функцию вытекают из условия применимости теоремы Фубини для конкретного пространства. В частности, одним из таких условий может быть суммируемость произведений $F'_{\Phi_i}(dK_i[\chi, t, h(t)]/dt)\delta h(t)$. Каждый исследователь может конкретизировать условия применимости теоремы Фубини для пространства, в котором работает. Мы согласны, что наша формулировка теоремы непривычная, но в приведенном виде она справедлива для всех L_p, $p \geq 1$.

3. Действительно, попыток использовать негладкий анализ Кларка [5] или других необходимых условий экстремума [1] нами не предпринималось. Дело в том, что для теории сигналов, большинства физических, экономических и других задач характерна зависимость функционала качества от интегральных операторов, описывающих фильтрацию, детектирование или другие преобразования входного процесса. Это гораздо более общий случай, чем зависимость функционала от операторов дифференцирования, который позволяет ставить и решать задачи принципиально нового класса. При этом значение отклика