

УДК 621.391.266

В. В. Кашинов

*(Санкт-Петербург)***ОПТИМАЛЬНАЯ ФИКСАЦИЯ ВРЕМЕННОГО ПОЛОЖЕНИЯ
ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ В ПРИСУТСТВИИ ПОМЕХ**

На основе представления любого фиксатора временного положения импульсных сигналов в виде элементарного фиксатора, перед которым включен эквивалентный (физически не существующий) фильтр, и использования методов обобщенного вариационного исчисления получено общее решение задачи оптимальной фиксации в присутствии произвольной композиции малых помех.

Фиксация временного положения импульсных сигналов — основная операция при измерении времени прихода радиосигналов в радиотехнических системах ближней (РСБН) и дальней (РСДН) навигации, а также в системах радиолокации, связи с времяимпульсной модуляцией и спутниковых навигационных системах GPS (США), NAVSTAR и ГЛОНАСС (Россия), в системах лазерного измерения расстояний и т. д. Фиксатор представляет собой устройство, реализующее решающее правило, по которому вырабатывается нормированный короткий измерительный импульс при действии на входе фиксатора полезного сигнала, подверженного воздействию помех. Момент появления измерительного импульса считается моментом прихода сигнала, т. е. оценкой времени прихода сигнала.

Существует много разновидностей фиксаторов: по пересечению входным сигналом с помехами заданного уровня, максимуму входного сигнала с помехами, «центру тяжести» и т. д. Выбирают тип применяемого фиксатора в зависимости от решаемой задачи, помех и способа их взаимодействия с сигналом: помехи могут быть аддитивными, мультипликативными, типа мешающих переотражений (ПТМП); возможны и другие способы взаимодействия сигнала и помех, например при детектировании с помощью различных нелинейных элементов.

В классической статистической радиотехнике получена структура устройства оптимальной оценки временного положения импульса, принимаемого на фоне нормального шума. Оптимальная оценка находится при фиксации момента пересечения нулевого уровня продифференцированным откликом согласованного (если шум белый) фильтра.

Для разных систем и различных помеховых ситуаций предложено большое число различных фиксаторов, для которых получены соответствующие оптимальные фильтры. Эти исследования продолжаются до сих пор [1, 2]. В то же время ранее было предложено [3] математическое представление любого фиксатора в виде некоторого элементарного фиксатора, перед которым включен эквивалентный (физически не существующий) фильтр. Поэтому представляется важным осуществить синтез оптимального фиксатора для произвольной композиции различных помех в общем виде.

Элементарным фиксатором назовем устройство, срабатывающее каждый раз, когда импульс $s(t)$ пересекает нулевой уровень, т. е. выполняется условие

$$s(t_0) = 0. \quad (1)$$

Возможная неоднозначность отсчетов t_0 в уравнении (1) в другие моменты (например, начала и конца импульса) обычно устраняется с помощью обнуителя видеоимпульса, выполняющего роль «грубого» фиксатора.

Выражение (1) назовем *уравнением фиксации* и с помощью фильтрующего свойства δ -функции представим в виде

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t_0 - \tau) s(\tau) dt = 0. \quad (2)$$

Будем считать, что интегральный оператор с ядром $\delta(t - \tau)$ в уравнении (2) описывает процесс фильтрации некоторым фильтром с импульсной характеристикой

$$h_0(t - \tau) = \delta(t - \tau), \quad (3)$$

которой соответствует коэффициент передачи $K(\omega) = 1$, т. е. *эквивалентный фильтр у элементарного фиксатора отсутствует*.

Одним из методов фиксации, часто рассматриваемым в литературе, является фиксация по равенству площадей под кривой входного воздействия слева и справа от момента фиксации t_0 . Уравнение фиксации в этом случае имеет вид

$$\int_{-\infty}^{t_0} s(t) dt = \int_{t_0}^{\infty} s(t) dt, \quad (4)$$

где $s(t)$ — произвольный финитный сигнал.

Перенос в этом уравнении все интегралы в левую часть, используя единичную функцию включения Хевисайда $1(t)$ и зеркальную к ней $1(-t)$ и переходя к бесконечным пределам, получаем

$$\int_{-\infty}^{\infty} [1(-\tau + t_0) - 1(\tau - t_0)] s(\tau) dt = 0. \quad (5)$$

В случае фиксатора по равенству площадей импульсная характеристика эквивалентного фильтра равна

$$h(t - \tau) = 1(t - \tau) - 1(\tau - t). \quad (6)$$

Для каждого фиксатора можно записать выражение его эквивалентного фильтра. Момент срабатывания некоторых типов фиксаторов зависит от формы входного сигнала с помехами [4]. Поэтому при записи ядра оператора, описывающего эквивалентный фильтр, будем использовать выражение

$$h[t, \tau, \chi(\tau)] = h[t - \tau, \tau, \chi(\tau)], \quad (7)$$

соответствующее уравнению фиксации

$$\int_{-\infty}^{\infty} h[t_0, \tau, \chi(\tau)] \chi(\tau) dt = \int_{-\infty}^{\infty} h[t_0 - \tau, \tau, \chi(\tau)] \chi(\tau) dt = 0. \quad (8)$$

Оператор (8) является нелинейно-инерционным оператором *Урысона*.

Действуя аналогично описанному приему, можно получить импульсные характеристики эквивалентных фильтров для наиболее часто встречающихся фиксаторов. Эти импульсные характеристики сведены в таблицу.

В данном случае задачу оптимизации любого фиксатора можно свести к поиску оптимального фильтра для элементарного фиксатора, а особенности

Представление эквивалентных фильтров

Тип фиксатора	Уравнение фиксации	Импульсная характеристика эквивалентного фильтра
Элементарный фиксатор	$\chi(t_0) = 1$	$h_0(t - \tau) = \delta(t - \tau)$
Фиксатор по одному отсчету (уровень a)	$\chi(t_0) = a$	$h_1(t - \tau, \chi(\tau)) = \delta(t - \tau) \times (1 - a/\chi(\tau))$
Фиксатор по максимуму	$\chi'(t_0) = 0$	$h_2(t - \tau) = \delta'(t - \tau)$
Фиксатор по двум отсчетам	$\chi(t_0 - t_1) = \chi(t_0 + t_2)$	$h_3(t - \tau) = \delta(t - \tau - t_1) - \delta(t - \tau + t_2)$
Фиксатор по равенству площадей	$\int_0^{t_0} \chi(\tau) d\tau = \int_{t_0}^{\tau_p} \chi(\tau) d\tau$	$h_4(t - \tau, \tau) = 1(t - \tau) - 1(\tau_p - \tau)$
Фиксатор по моментам	$t_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \tau \chi(\tau) ^p d\tau : \int_{-\infty}^{\infty} \chi(\tau) ^p d\tau$	$h_5[t - \tau, \chi(\tau)] = (t - \tau) \chi(\tau) ^{p-1} \text{sign} \chi(\tau)$
Фиксатор по относительному уровню	$\chi(t_0)/\chi_{\max} = \lambda$ или $\chi(t_0) - \lambda \chi_{\max} = 0$	$h_6[t - \tau, \chi(\tau)] = \delta(t - \tau)(1 - \lambda \chi_{\max}/\chi(\tau))$
Асимптотически инвариантный оптимизированный фиксатор	$\chi'(t_0)/\chi(t_0) = v_0$	$h_7(t - \tau) = \delta(t - \tau) \times (\chi'(\tau)/\chi(\tau) - v_0)/\chi(\tau)$

Обозначения: t_1 — момент фиксации по переднему фронту; t_2 — момент фиксации по заднему фронту; τ_p — длительность импульса, начинающегося в момент 0; χ_{\max} — максимальное значение входного воздействия сигнала; v_0 — уровень срабатывания асимптотически инвариантного оптимизированного фиксатора [4].

конкретного фиксатора учесть с помощью эквивалентного фильтра. Для этого, например, следует синтезировать коэффициент передачи оптимального фильтра для элементарного фиксатора и разделить полученный коэффициент передачи на коэффициент передачи эквивалентного фильтра, соответствующего любому выбранному фиксатору. Таким образом, оптимизацию теперь можно производить только один раз.

Перейдем к задаче синтеза оптимального фиксатора. Для этого решим ее для элементарного фиксатора, а особенности конкретного фиксатора учтем с помощью эквивалентного фильтра. Задачу оптимизации поставим следующим образом. На вход фиксатора поступает неаддитивная (это следует понимать так: не обязательно аддитивная) смесь сигнала s и помех ξ_n :

$$\chi(t) = F(s, \xi_1, \dots, \xi_n, \dots, \xi_N), \quad (9)$$

где $s = s(t)$ — полезный сигнал, момент прихода которого подлежит определению; $\{\xi_n\}_{n=1}^N$ — помехи, искажающие полезный сигнал; F — функциональное преобразование, определяющее характер взаимодействия сигнала и помех, например, для случая совместного действия аддитивной и мультипликативной помех:

$$F(s, \xi_1, \xi_2) = \xi_2(t)s(t) + \xi_1(t). \quad (10)$$

Необходимо найти фиксатор, обеспечивающий минимум ошибки фиксации момента прихода полезного сигнала. Представляя для решения поставленной задачи фиксатор в виде последовательно соединенных физического фильтра, эквивалентного фильтра и элементарного фиксатора, сформулируем зада-

чу оптимизации следующим образом: определить импульсную характеристику системы, состоящей из физического и эквивалентного фильтров, которая обеспечивает минимальное значение дисперсии ошибки фиксации.

Для нахождения оптимальной импульсной характеристики запишем уравнение фиксации для входного сигнала (9):

$$\int_{-\infty}^{\infty} h[t'_0, \tau, F(s, \xi_1, \dots, \xi_N)] F(s, \xi_1, \dots, \xi_N) d\tau = 0, \quad (11)$$

где t'_0 — момент фиксации при действии помех.

При отсутствии помех уравнение фиксации принимает вид

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(t_0, \tau, s) s(\tau) d\tau = 0, \quad (12)$$

где t_0 — момент фиксации при отсутствии помех.

Так как помехи вызывают смещение момента фиксации t'_0 относительно t_0 , то его можно представить в виде

$$t'_0 = t_0 + \Delta t, \quad (13)$$

с учетом которого перепишем уравнение фиксации (11) следующим образом:

$$\int_{-\infty}^{\infty} h[t_0 + \Delta t, \tau, F(s, \xi_1, \dots, \xi_N)] F(s, \tau, \xi_1, \dots, \xi_N) d\tau = 0. \quad (14)$$

Для нахождения смещения момента фиксации Δt разложим левую часть уравнения (14) в ряд по переменным Δt и $\{\hat{\xi}_n\}_{n=1}^N$, где $\{\hat{\xi}_n\}$ — центрированные случайные процессы. Считая уровни помех и ошибок малыми, ограничимся линейным приближением

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} \left[h[t, \tau, F(s, m_1, \dots, m_N)] F(s, m_1, \dots, m_N) + (dh[t, \tau, F(s, m_1, \dots, m_N)]/dt) \times \right. \\ & \times F(s, m_1, \dots, m_N) \Delta t + \sum_{n=1}^N (h[t, \tau, F(s, m_1, \dots, m_N)] + \\ & \left. + (dh[t, \tau, F(s, m_1, \dots, m_N)]/dF) F(s, m_1, \dots, m_N)) \times \right. \\ & \left. \times (dF(s, \xi_1 = m_1, \dots, \xi_N = m_N)/d\xi_n) \hat{\xi}_n(\tau) \right] \Big|_{t=t_0} d\tau = 0, \end{aligned}$$

откуда, приняв следующие обозначения: $h = h[t_0, \tau, F(s, m_1, \dots, m_N)]$; $F = F(s, m_1, \dots, m_N)$; $dF/d\xi_n = dF(s, \xi_1, \dots, \xi_N)/d\xi_n|_{\{\xi_n=m\}_{n=1}^N}$, получим

$$\Delta t = \int_{-\infty}^{\infty} \left(hF + \sum_{n=1}^N [h + (dh/dF)F] dF/d\xi_n \hat{\xi}_n \right) d\tau / \int_{-\infty}^{\infty} dh/dt \Big|_{t=t_0} F d\tau. \quad (15)$$

Выражение (15) дает связь между реализациями помех $\{\hat{\xi}_n(t)\}$ и значением случайного смещения момента фиксации. Для оценки смещения определим

вероятностные характеристики случайной величины Δt . Как следует из формулы (15), среднее значение и дисперсия Δt соответственно равны

$$\langle \Delta t \rangle = - \int_{-\infty}^{\infty} h F d\tau / \int_{-\infty}^{\infty} dh/dt \Big|_{t=t_0} F d\tau, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\Delta t}^2 = & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [h + (dh/dF)F]_{\tau_1} [h + (dh/dF)F]_{\tau_2} B_{\mu}(\tau_1, \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 : \\ & : \left(\int_{-\infty}^{\infty} h [dF(t_0 - \tau)/ds] s'(t_0 - \tau) d\tau \right)^2, \end{aligned} \quad (17)$$

где $\mu = \sum_{n=1}^N (dF/d\xi_n) \hat{\xi}_n$ назовем обобщенной помехой; $B_{\mu}(\tau_1, \tau_2)$ — корреляционная функция обобщенной помехи;

$$[h + (dh/dF)F]_{\tau} = h(t_0, \tau, F) + [dh(t_0, \tau, F)/dF] F[s(\tau), m_1, \dots, m_N].$$

Принимая за критерий ошибки определения момента прихода импульсного сигнала дисперсию момента фиксации, определим оптимальную импульсную характеристику фильтрующей системы, состоящей из физического и эквивалентного фильтров, т. е. характеристику, обеспечивающую минимум дисперсии. Применяя методы обобщенного вариационного исчисления [5], найдем уравнение фильтрации

$$\int_{-\infty}^{\infty} (h + (dh/dF)F) [B_{\mu}(\tau_1, \tau_2) + B_{\mu}(\tau_2, \tau_1)] d\tau_2 = \lambda_0 (dF/ds) s'(t_0 - \tau_1), \quad (18)$$

где $\lambda_0 = \text{const.}$

Обозначая

$$h(t_0, \tau, F) + (dh/dF)F = H(t_0, \tau) \quad (19)$$

и

$$B_{\mu}(\tau_1, \tau_2) + B_{\mu}(\tau_2, \tau_1) = R(\tau_1, \tau_2), \quad (20)$$

перепишем (18) в виде

$$\int_{-\infty}^{\infty} H(t_0, \tau_2) R(\tau_1, \tau_2) d\tau_2 = [dF(s, m_1, \dots, m_N)/ds] \Big|_{t_0 - \tau_1} s'(t_0 - \tau_1). \quad (21)$$

Полученное уравнение является интегральным уравнением типа Фредгольма первого рода. Особенность этих уравнений — их некорректность по Адамару. Для решения таких уравнений используют методы регуляризации Тихонова [6, 7].

Решение уравнения (21) в общем случае может быть представлено в виде обратного оператора следующим образом:

$$H(t_0, \tau_2) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{-1}(\tau_1, \tau_2) dF(s, m_1, \dots, m_N)/ds \Big|_{t_0 - \tau_1} s'(t_0 - \tau_1) d\tau_1, \quad (22)$$

где $R_{-1}(\tau_1, \tau_2)$ — обратное ядро.

Постоянный множитель λ_0 , входящий в уравнение (18), при переходе к (21) и (22) опущен, так как при сделанных допущениях относительно малости ошибок дисперсия ошибки фиксации не зависит от его значения.

После решения уравнения Фредгольма (21) и определения функции $H(t_0, \tau)$ импульсная характеристика оптимальной системы, состоящей из физического и эквивалентного фильтров, находится из уравнения в частных производных (19).

При вычислении обратного ядра $R_{-1}(\tau_1, \tau_2)$ всегда следует учитывать несии ошибки фиксации временного положения импульсного сигнала при произвольной композиции малых помех.

П р и м е р ы. *Оптимальные фиксаторы для частных случаев помех.* Исследуем полученное в предыдущем разделе решение. Нетрудно показать, что решение уравнения (21) в общем случае может быть представлено в виде

$$h(t_0, \tau, F) = H(t_0, \tau) + P(t_0, \tau), \quad (\text{П1})$$

где $P(t_0, \tau)$ — некоторая пока не известная функция, с точностью до которой найдено решение уравнения в частных производных (21).

При $P(t_0, \tau) = 0$ система фильтров является линейной, в этом случае фиксатор будем называть *линейным фиксатором*. Ниже вернемся к определению функции $P(t_0, \tau)$.

Необходимо отметить, что импульсная характеристика эквивалентного фильтра линейного фиксатора может зависеть от сигнала и помех *нелинейно*, т. е. быть решением нелинейного интегродифференциального уравнения.

Теперь рассмотрим более подробно случай, когда оптимальный эквивалентный фильтр ищется в классе линейных стационарных систем. В этом случае $dh/dF = 0$ и уравнение для нахождения оптимальной импульсной характеристики примет вид

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_2) R(\tau_1, \tau_2) d\tau_2 = dF(s, m_1, \dots, m_N) / ds \Big|_{t_0 - \tau_1} s'(t_0 - \tau_1).$$

Если помехи $\{\xi_n(\tau)\}_{n=1}^N$ являются некоррелированными между собой стационарными случайными процессами с корреляционными функциями

$$\{B_n(\tau)\}_{n=1}^N = \{N_{0n} \delta(\tau) / 2\}_{n=1}^N,$$

то выражение для оптимальной импульсной характеристики конкретизируется следующим образом:

$$h(t_0 - \tau) = A \frac{dF(s, m_1, \dots, m_N)}{\sum_{n=1}^N N_{0n} \{dF[s(\tau), \xi_1 = m_1, \dots, m_N] / d\xi_n\}^2} s'(\tau), \quad A = \text{const.} \quad (\text{П2})$$

При совместном действии сигнала, аддитивной и мультипликативной помех

$$F(s, \xi_1, \xi_2) = \xi_2(t)s(t) + \xi_1(t), \quad \langle \xi_1 \rangle = 0, \quad \langle \xi_2 \rangle = 1,$$

оптимальная импульсная характеристика (П2) примет вид

$$h(t_0 - \tau) = \frac{As'(\tau)}{N_{01}[1 + (N_{02}s^2(\tau)/N_{01})]} = A \operatorname{arctg} [N_{02}s(\tau)/N_{01}]. \quad (\text{П3})$$

При воздействии только одного из видов помех из выражения (П3) получаются соответственно оптимальные характеристики при мультипликативной или аддитивной помехе.

Для мультипликативной помехи $N_{01} = 0$ и

$$h(t_0 - \tau) = \frac{As(\tau)}{N_{02}s^2(\tau)} = \frac{A}{N_{02}} \left[\frac{1}{s(\tau)} \right]'. \quad (\text{П4})$$

Для аддитивной помехи $N_{02} = 0$ и

$$h(t_0 - \tau) = As'(\tau)/N_{01}. \quad (\text{П5})$$

Как следует из выражения (П5), при аддитивной помехе в виде белого шума оптимальным эквивалентным фильтром, включенным перед элементарным фиксатором, является фильтр, настроенный на производную полезного сигнала. Так как элементарный фиксатор срабатывает в момент пересечения сигналом, поступающим на его вход, нулевого уровня, являющегося в данном случае производной выходного сигнала согласованного фильтра, то фиксация временного положения сигнала осуществляется в момент, когда $y'(t) = 0$, где $y(t)$ — реакция фильтра, согласованного с сигналом $s(t)$. Учитывая, что производная обращается в нуль, когда функция достигает максимума, получаем, что оптимальный фиксатор определяет временное положение импульса по максимуму выходного сигнала такого фильтра. Общеизвестно, что указанный алгоритм фиксации является оптимальным при действии флуктуационной аддитивной помехи в виде нормального белого шума.

Представление фиксатора в виде последовательно соединенных эквивалентного фильтра и элементарного фиксатора, а затем его оптимизация путем нахождения оптимальной характеристики эквивалентного фильтра для случая белого шума привели к известному наилучшему алгоритму фиксации в одной из возможных его реализаций. Эта реализация состоит в нахождении момента максимума выходного сигнала согласованного фильтра по моменту обращения в нуль производной этого сигнала.

Как следует из полученных выражений, достаточно общим является представление фиксатора в виде фиксатора по максимуму. Для пояснения этого перепишем формулу (22) в виде

$$H(t_0, \tau) = \frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{\infty} R_{-1}(\tau_1, \tau_2) F(t - \tau_1) d\tau_1 \Big|_{t=t_0}$$

и соответственно (19) в виде

$$g(t_0, \tau_2, F) + \frac{dg}{dF} F = \int_{-\infty}^{\infty} R_{-1}(\tau_1, \tau_2) F(t_0 - \tau_1) d\tau_1,$$

где

$$h(t_0, \tau_2, F) = \left. \frac{dg(t, \tau_2, F)}{dt} \right|_{t_0 - \tau_1}.$$

Тогда выходной сигнал фильтра можно записать следующим образом:

$$y(t_0) = \int_{-\infty}^{\infty} h[t_0, \tau, \chi(\tau)] \chi(\tau) d\tau = \left. \frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{\infty} g[t, \tau, \chi(\tau)] \chi(\tau) d\tau \right|_{t=t_0}.$$

Так как элементарный фиксатор срабатывает в момент t_0 , определяемый равенством $y(t_0) = z'(t)|_{t=t_0} = 0$, где

$$z(t_0) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t_0, \tau, \chi) \chi(\tau) d\tau,$$

а производная обращается в нуль, когда функция $z(t)$ достигает максимума, получаем, что оптимальный фиксатор всегда определяет временное положение по максимуму выходного сигнала фильтра с характеристикой $g(t, \tau, \chi)$.

Такое представление позволяет в общем случае трактовать процесс оптимальной фиксации как операцию нахождения максимума некоторого преобразованного сигнала и заменить нахождение функции $h(t, \tau, \chi)$ на отыскание функции $g(t, \tau, \chi)$.

Перейдем теперь к определению неизвестной функции $P(t_0, \tau)$, полученной в результате решения уравнения в частных производных (19) и входящей в выражение для оптимальной импульсной характеристики эквивалентного фильтра. Очевидно, что между общим выражением (П1) и конкретным выражением для оптимальной импульсной характеристики (П5) для случая аддитивной помехи в виде белого шума должен выполняться принцип соответствия, т. е. выражение (П5) должно получаться из (П1) при соответствующих $H(t_0, \tau)$ и F . Учитывая, что $P(t_0, \tau)$ является произвольной функцией и не зависит от $H(t_0)$ и F , получаем, что для выполнения принципа соответствия должно быть $P(t_0, \tau) \equiv 0$.

Итак, в общем случае при действии произвольной композиции малых помех оптимальными являются линейные фиксаторы, т. е. фиксаторы, эквивалентное представление которых — последовательное включение фильтра и элементарного фиксатора. В соответствии с этим уравнение типа Фредгольма для нахождения оптимальной импульсной характеристики примет вид

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(t_0, \tau_2) R(\tau_1, \tau_2) d\tau_2 = \left. \frac{dF(s, m_1, \dots, m_N)}{ds} \right|_{t=t_0 - \tau_1} s'(t_0 - \tau),$$

где $R(\tau_1, \tau_2)$ определяется из формулы (22).

Таким образом, оптимальный фиксатор описывается линейным функционалом

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(t_0, \tau) \chi(\tau) d\tau = 0, \quad (\text{П6})$$

общий вид которого задается теоремой Рисса. Из теоремы Рисса следует, что не существует линейного функционала, который было бы нельзя представить в форме скалярного произведения (П6). Поскольку при оптимизации фиксатора мы пользовались именно этим представлением, справедливо утверж-

дение, что синтезирован оптимальный фиксатор для произвольной композиции малых помех. Большинство радиосистем работают в условиях малых помех, поэтому этот случай — наиболее важный.

ВЫВОД

Использование представления любого фиксатора временного положения импульса в виде элементарного фиксатора (для него эквивалентный фильтр отсутствует), перед которым включен эквивалентный фильтр [3], и методов обобщенного вариационного исчисления [5] позволило получить общий вид оптимального фиксатора временного положения импульсного сигнала при наличии произвольной композиции малых помех.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пахолков Г. А., Збрицкая Г. Е., Криворучко Ю. Т., Пономаренко Б. В. и др. Обработка сигналов в радиотехнических системах ближней навигации. М.: Радио и связь, 1992.
2. Зюко В. А. Совместный синтез сигнала и фильтра по минимуму дисперсии ошибки фиксации временного положения сигнала // Радиотехника. 1994. № 8.
3. Кашинов В. В., Пономаренко Б. В. Математическое представление фиксаторов временного положения сигналов // Вопросы радиоэлектроники. Сер. общетехн. 1979. Вып. 5.
4. Басевич Я. С. Синтез инвариантных алгоритмов фиксации временного положения импульсных сигналов // Вопросы радиоэлектроники. Сер. общетехн. 1980. Вып. 6.
5. Вознесенский В. В., Кашинов В. В., Оганджянц С. И. Вариационный метод оптимизации обработки результатов эксперимента по разрывным критериям // Автометрия. 1995. № 3.
6. Тихонов А. Н., Арсеньев В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1974.
7. Алифанов О. М., Артюхин Е. А., Румянцев С. В. Экстремальные методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1988.
8. Пахолков Г. А., Кашинов В. В., Пономаренко Б. В. Вариационный метод синтеза сигналов и фильтров. М.: Радио и связь, 1981.

Поступила в редакцию 17 июля 1995 г.