РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
АВТОМЕТРИЯ
№ 2 1996

УДК 519.272 : 681.518

В. В. Савченко
(Нижний Новгород)

ОБНАРУЖЕНИЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАЗЛАДКИ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА НА ОСНОВЕ СПЕКТРАЛЬНОГО ОЦЕНИВАНИЯ

Ставятся и решаются задачи обнаружения и прогнозирования разладки или изменения статистических свойств случайного процесса по текущей выборочной оценке его спектральной плотности мощности. Рассматриваются различные модификации предложенных алгоритмов, исследуется их эффективность.

Введение. Спектральное оценивание случайных процессов и полей на протяжении многих лет относится к традиционным направлениям исследований стохастических систем. Появление же почти три десятилетия назад цифровых алгоритмов быстрого преобразования Фурье значительно расширило сферу его применения, в том числе за счет проникновения методов спектрального оценивания в область оптимальной обработки сигналов. Примером могут служить задачи технической и медицинской диагностики по виброакустическим сигналам, где эти методы давно и успешно применяются на практике. Распространение спектрального оценивания непрерывно продолжается, и наиболее интенсивно — в последние годы, в связи с появлением нового класса методов с улучшенным частотным разрешением [1].

К сожалению, дальнейший прогресс в указанном направлении объективно сдерживается недостаточными исследованиями ряда основополагающих вопросов теории, особенно в части синтеза и анализа оптимальных алгоритмов обработки информации в частотной области. Поэтому представляет несомненный интерес предложенный ниже строгий подход к проблеме статистических выводов по спектральным характеристикам случайных процессов, основанный на ряде общих положений информационной теории идентификации [2]. При этом в качестве объекта исследования выбрана задача о разладке нормального случайного процесса как наиболее распространенная и актуальная разновидность статистических задач, возникающих при проектировании современных автоматизированных систем управления, таких как системы контроля качества продукции, обнаружения сбоев в технологических процессах и другие [3]. Предположение же о гауссовом распределении случайного процесса в контексте данной работы не может считаться существенным ограничением, о чем подробно описано в заключительной части статьи.

Задача о разладке. Задача обнаружения разладки нормального процесса X по однородной выборке повторных наблюдений $\mathbf{x}_1, ..., \mathbf{x}_M$ из вероятностного выборочного пространства $\{\mathbf{R}^n, B, \mathbf{P}\}$ с неизвестным распределением вероятностей $\mathbf{P}\{d\mathbf{x}\}$ элементарных исходов в евклидовом пространстве $\mathbf{R}^n$, $n = 1, 2, ...$, традиционно формулируется в терминах проверки статистических гипотез [3]: проверяется простая гипотеза

$$H_0\colon\ \mathbf{P} = N(\mu, \mathbf{K}_0)$$

против сложной альтернативы

$$H_1\colon\ \mathbf{P} = N(\mu, \mathbf{K}), \quad \mathbf{K} \neq \mathbf{K}_0.$$

Здесь $N(\mu, \mathbf{K})$ обозначает нормальный закон распределения, заданный n-вектором средних значений μ и матрицей $n \times n$ ковариаций $\mathbf{K}$; $\mathbf{K}_0$ — исходная матрица ковариаций. В дальнейшем без нарушения общности формулировки задачи будем полагать анализируемый процесс X центрированным, т. е. $\mu = \mathbf{0}$. Следуя асимптотически оптимальному критерию отношения правдоподобия (ОП) [4], определим критическую область в пространстве исходов $\mathbf{R}^n$ согласно следующему правилу:

$$\ln[\sup p_1(X)/p_0(X)] \geq c_0. \tag{1}$$

Здесь $p_0(X)$, $p_1(X)$ — две функции правдоподобия, отвечающие гипотезам H_0 и H_1; sup обозначает верхнюю границу функции $p_1(X)$ на множестве допустимых ковариаций $\mathbf{K}$. При этом пороговый уровень $c_0 = \text{const}$ устанавливается постоянным, исходя из заданной вероятности ошибки первого рода $\alpha(c_0) = \alpha = \text{const}$.

В предположении о независимости в совокупности имеющихся наблюдений $\{\mathbf{x}_m\}$ можно записать [5]:

$$\ln p_0(X) = -0{,}5M[\ln|\mathbf{K}_0| + \operatorname{tr}(\mathbf{K}_X\mathbf{K}_0^{-1})] + \text{const},$$

$$\ln p_1(X) = -0{,}5M[\ln|\mathbf{K}| + \operatorname{tr}(\mathbf{K}_X\mathbf{K}^{-1})] + \text{const},$$

$$\ln\sup p_1(X) = -0{,}5M(\ln|\mathbf{K}_X| + n) + \text{const},$$

где $\mathbf{K}_X \triangleq M^{-1}\sum_{m=1}^{M}\mathbf{x}_m\mathbf{x}_m^{\text{т}}$ — оценка максимального правдоподобия матрицы ковариаций $\mathbf{K}$ по выборке конечного объема $M < \infty$. Здесь $\mathbf{x}_m$ — n-вектор (столбец) выборочных данных, соответствующий m-му наблюдению; т — символ транспонирования векторов; $|\cdot|$ — определитель ковариационных матриц $\mathbf{K}_0$ и $\mathbf{K}_X$, которые везде в дальнейшем полагаются неособенными. С использованием последних соотношений из (1) приходим к выражению для минимальной решающей статистики вида

$$\lambda(X) \triangleq \operatorname{tr}(\mathbf{K}_X\mathbf{K}_0^{-1}) - \ln|\mathbf{K}_X\mathbf{K}_0^{-1}|. \tag{2}$$

Решение принимается в пользу гипотезы H_1 при выполнении условия

$$\lambda(X) \geq \lambda_0, \tag{3}$$

где $\lambda_0 = 2c_0/M + n = \text{const}$ — пороговый уровень, заданный равенством

$$\alpha(\lambda_0) = P\{\lambda(X) \geq \lambda_0 \mid H_0\} = \alpha. \tag{4}$$

Выражения (2) и (3) определяют наилучший в смысле критерия ОП (1) алгоритм обнаружения разладки случайного процесса X по его корреляционным характеристикам. Преобразуем полученный алгоритм в частотную область, основываясь на существующей жесткой взаимосвязи корреляционных характеристик случайных процессов и спектральных [1].

Решение задачи в частотной области. Отталкиваясь от выборочной оценки матрицы ковариаций $\mathbf{K}_X$, рассмотрим гауссову модель случайных наблюдений $\mathbf{x}_m = \{x_m(i)\}$ с распределением $\mathbf{P}_X = N(\mathbf{K}_X)$.

Утверждение 1. Наилучшее по критерию ОП (1) решение задачи обнаружения разладки нормального случайного процесса X отвечает принципу наименьшего информационного отклонения закона $\mathbf{P}_X$ от исходного распределения $\mathbf{P}_0 = N(\mathbf{K}_0)$ в метрике Кульбака — Лейблера $I[\mathbf{P}_X \mid \mathbf{P}_0]$.

Доказательство прямо следует из сопоставления известного из теории информации результата [2]

$$I[\mathbf{P}_X \mid \mathbf{P}_0] \triangleq \int\limits_{\mathbf{R}^n} \ln[d\mathbf{P}_X/d\mathbf{P}_0(\mathbf{x})]\mathbf{P}_X\{d\mathbf{x}\} = 0{,}5[\operatorname{tr}(\mathbf{K}_X\mathbf{K}_0^{-1}) - \ln|\mathbf{K}_X\mathbf{K}_0^{-1}| - n]$$

с выражением для минимальной решающей статистики (2).

Доказанное утверждение существенно упрощает в вычислительном отношении аналитическое решение поставленной задачи.

Полагая анализируемый процесс $X = \{x(i)\}$ стационарным в широком смысле и ограниченным по полосе частот $[-F; F]$, воспользуемся его классическим отображением в частотной области по формуле спектральной плотности мощности [1]

$$G_0(f) \triangleq \lim_{n\to\infty} \mathbf{E}\left\{(2Fn)^{-1}\left|\sum_{i=1}^{n} x(i)\exp(-j\pi if/F)\right|^2\right\}, \tag{5}$$

где $\mathbf{E}\{\cdot\}$ — символ математического ожидания; i — дискретное время. Основываясь на справедливости утверждения 1, при дополнительном учете полученного в [6] равенства относительно удельной величины информационного отклонения вида

$$n^{-1} I[\mathbf{P}_X \mid \mathbf{P}_0]\big|_{n\to\infty} = (4F)^{-1}\int [G_X(f)G_0^{-1}(f) - \ln(G_X(f)G_0^{-1}(f))]df - 0{,}5$$

перепишем выражение (2) в терминах спектральных характеристик случайного процесса:

$$\lambda(X) = (2F)^{-1}\int\limits_{-F}^{F} [G_X(f)G_0^{-1}(f) - \ln(G_X(f)G_0^{-1}(f))]df. \tag{6}$$

Здесь

$$G_X(f) \triangleq M^{-1}\sum_{m=1}^{M}(2Fn)^{-1}\left|\sum_{i=1}^{n} x_m(i)\exp(-j\pi if/F)\right|^2$$

— выборочная оценка спектральной плотности мощности. Последнее выражение совместно с (3) и (4) определяет искомое решение задачи обнаружения разладки в частотной области.

Таким образом, оптимальная процедура принятия решений в рассматриваемой задаче предполагает следующую последовательность операций над выборкой текущих наблюдений: 1) формирование по выборке конечного объема M оценки неизвестной спектральной плотности мощности; 2) вычисление в частотной области текущего значения решающей статистики; 3) сравнение решающей статистики с заданным пороговым уровнем (4) и фиксация момента разладки по факту выполнения условия (3).

Указанной последовательности операций должен предшествовать подготовительный этап, состоящий в формировании исходного вида спектральной плотности (5), например, по результатам ее оценивания на предыдущем интервале наблюдений.

Полученный алгоритм допускает ряд интересных модификаций. Так, для процессов X, формируемых из «белого» шума $\{\eta(i)\}$ с дисперсией $\sigma_0^2 = \text{const}$ по схеме линейной фильтрации в заданной полосе частот $[-F; F]$, можно записать:

$$G_0(f) = (2F)^{-1}\sigma_0^2\,|K_0(jf)|^2, \tag{7}$$

где $K_0(jf)$ — комплексный коэффициент передачи формирующего фильтра. На множестве физически осуществимых фильтров из выражений (6) и (7) будем иметь достаточную статистику

$$\lambda(X) = \sigma_0^{-2} \int G_X(f) \, |K_0(jf)|^{-2} df + \ln\sigma_0^2 - (2F)^{-1} \int \ln G_X(f) df, \tag{8}$$

реализуемую в системе с линейным фильтром, инверсным формирующему. Решение в данном случае принимается на основании сравнения с пороговым уровнем λ_0 взвешенного с коэффициентом σ_0^{-2} среднего квадрата отклика инверсного фильтра

$$\int G_X(f) \, |K_0(jf)|^{-2} df = M^{-1} \sum_{m=1}^{M} y_0^2(m) \tag{9}$$

в сумме с величиной

$$2\Delta H \triangleq \ln\sigma_0^2 - (2F)^{-1} \int \ln G_X(f) df = \ln(\sigma_0^2 \sigma_X^{-2}). \tag{10}$$

Последняя с точностью до постоянного множителя определяет разность шенноновских энтропий рассматриваемых распределений $\mathbf{P}_0$ и $\mathbf{P}_X$ [7]. Здесь σ_X^2 — минимальное собственное число матрицы ковариаций наблюдений $\mathbf{K}_X$.

В терминах метода формирующего фильтра (7) величина σ_X^2 определяет, в свою очередь, дисперсию порождающего процесса типа «белого» шума на входе линейного фильтра с коэффициентом передачи $K_X(jf) \sim G_X(f)$. В практически интересном случае нормирования порождающего процесса по его дисперсии к некоторому уровню $\sigma_X^2 = \sigma_0^2 = \text{const}$ из выражений (8), (10) получаем наиболее простую формулировку синтезированного алгоритма обнаружения разладки вида

$$\sigma_0^{-2} \int_{-F}^{F} G_X(f) \, |K_0(jf)|^{-2} df \geq \lambda_0.$$

Здесь все возможные изменения статистических свойств наблюдаемого случайного процесса X связаны со структурными изменениями формирующего фильтра по сравнению с его исходной моделью $K_0(jf)$. Для многих прикладных задач предложенная интерпретация в достаточной мере точно отражает реальный механизм возникновения разладок.

Анализ эффективности. Эффективность разработанного алгоритма может быть охарактеризована вероятностями ошибок первого и второго рода [4]. В обозначениях из выражений (7) и (9) в отсутствие разладки будем иметь

$$\lambda(X)\big|_{H_0} = \sigma_0^{-2} \int G_X(f) \, |K_0(jf)|^{-2} df \big|_{H_0} = (M\sigma_0^2)^{-1} \sum_{m=1}^{M} y_0^2(m) = M^{-1} \chi^2(M),$$

где $\chi^2(M)$ — случайная величина, распределенная по закону χ^2 Пирсона с M степенями свободы. В таком случае вероятность ошибки первого рода равна

$$\alpha(\lambda_0) = P\{\chi^2(M) \geq M\lambda_0\}.$$

Приравнивая ее к заданному значению $\alpha = \text{const}$, по таблицам χ^2-распределения [8] находим квантиль $\chi^2_{1-\alpha}$ на уровне значимости $1 - \alpha$ и после этого получаем оптимальный пороговый уровень $\lambda_0 = \chi^2_{1-\alpha}/M$.

Аналогично для расчета вероятности ошибки второго рода (пропуск разладки) истинный вид спектральной плотности мощности наблюдаемого процесса определим произвольной величиной $G_1(f) > 0$, а соответствующий отклик инверсного фильтра на множестве M независимых наблюдений — последовательностью отсчетов $\{y_1(m)\}$. В указанных обозначениях при условии нормирования порождающего процесса по дисперсии к постоянному уровню σ_0^2 получаем выражение

$$\lambda(X)\Big|_{H_1} = (M\sigma_0^2)^{-1}\sum_{m=1}^{M} y_1^2(m) = M^{-1}\chi^2(M)\gamma_{01},$$

где $\gamma_{01} \triangleq (2F)^{-1}\int G_1(f)G_0^{-1}(f)df$ — коэффициент разладки в частотной области со свойством $\gamma_{01} \geq 1$ в роли рабочей характеристики синтезированного алгоритма. Следовательно, искомая вероятность ошибки второго рода может быть представлена в виде

$$\beta_\alpha \triangleq P\{\lambda(X) < \lambda_0 \mid H_1\} = 1 - P\{\chi^2(M) \geq \chi^2_{1-\alpha}/\gamma_{01}\}.$$

При увеличении значения параметра γ_{01} достоверность обнаружения разладки монотонно возрастает. В асимптотике при $M \to \infty$ этим реализуется наиболее мощное правило обнаружения разладки, отвечающее оптимальному байесовскому критерию в задаче проверки простых гипотез [4]. Теоретико-информационное обоснование сделанных выводов дается в заключительном утверждении.

Утверждение 2. Рабочая характеристика асимптотически оптимального алгоритма обнаружения разладки случайного процесса, нормированного по дисперсии порождающего шума к произвольному постоянному уровню, определяется удельной величиной информационного рассогласования по Кульбаку — Лейблеру $I[\mathbf{P}_1 \mid \mathbf{P}_0]$ распределений до и после возникновения разладки:

$$\gamma_{01} = 2n^{-1} I[\mathbf{P}_1 \mid \mathbf{P}_0]\Big|_{n\to\infty} + 1 \geq 1.$$

Доказательство непосредственно вытекает из выражений (6) и (10) после замены в них величины $G_X(f)$ на $G_1(f)$ при дополнительном учете равенства $\sigma_1^2 = \sigma_X^2 = \sigma_0^2$.

Задача прогнозирования разладки. Во многих прикладных задачах, включая виброакустическую диагностику сложных систем, разладка представляет собой развивающийся во времени процесс с переменной интенсивностью $\lambda(X) = \lambda_t(X)$, которая монотонно нарастает вплоть до момента $t = T_р$ полной выработки ресурса контролируемой системы. Величина

$$\lambda_t(X)\Big|_{t=T_р} = \lambda^* \tag{11}$$

характеризует предельно допустимый уровень разладки в конце рабочего периода $[t_0, T_р]$. При заданном априори значении λ^* (устанавливается путем предварительных испытаний) соотношение (11) определяет момент $T_р$ в зависимости от динамических свойств процесса развития разладки. Оценивание $T_р$ по эмпирическим данным в каждом конкретном случае представляет собой самостоятельную задачу. Проблема состоит в том, что зависимость $\lambda_t(X)$ задана на ограниченном интервале наблюдения $[t_0, t_H]$, которым не охватывается будущий момент $T_р > t_H$. Поэтому естественный интерес вызывает задача прогнозирования развития разладки на интервал $(t_H, T_р]$. Ее решение в значительной мере предопределяется схемой и результатами предыдущего исследования.

Пусть $X(t)$ — случайный процесс, заданный на конечном интервале наблюдения $[t_0, t_H]$ нормальным законом распределения $\mathbf{P}_t = N(\mathbf{0}, \mathbf{K}_t)$ с переменной матрицей $n \times n$ ковариаций $\mathbf{K}_t$. Исходный вид этой матрицы определяется равенством $\mathbf{K}_0 = \mathbf{K}_t\big|_{t=t_0}$. При $t > t_0$ под действием разладки матрица ковариаций приобретает неопределенный вид $\mathbf{K}_t \neq \mathbf{K}_0$. Разобьем интервал наблюдения на L (натуральное число) непересекающихся отрезков $[t_{l-1}, t_l)$ длиной $\Delta t = (t_H - t_0)/L$ каждый из условия, что матрица ковариаций процесса $X(t)$ в пределах l-го отрезка имеет некоторую фиксированную структуру $\mathbf{K}_l$. Следуя общим принципам асимптотически оптимального подхода (1), (2), по совокупности M независимых наблюдений на каждом временном отрезке $[t_{l-1}, t_l)$ будем иметь последовательность выборочных оценок матрицы ковариаций $\mathbf{K}_X^{(l)}$, $l = 1, 2, ..., L$. Отталкиваясь от нее, по схеме предыдущих вычислений (5), (6) получаем последовательность достаточных статистик

$$\lambda_l(X) = (2F)^{-1} \int_{-F}^{F} [G_X^{(l)}(f) G_0^{-1}(f) - \ln(G_X^{(l)}(f) G_0^{-1}(f))] df \triangleq \lambda_l, \quad l = 1, 2, ..., \tag{12}$$

в роли исчерпывающей характеристики интенсивности случайной разладки, рассматриваемой в динамике. Здесь $G_X^{(l)}(f)$ — оценка спектральной плотности мощности анализируемого процесса $X(t)$ на l-м интервале наблюдения. Задача состоит, таким образом, в формировании оценки прогнозирования разладки $\lambda_{L+q\,|\,L}$ для будущего момента времени $t = (L + q)\Delta t = t_H + q\Delta t \le T_р$ по L последовательным наблюдениям (12) из интервала $[t_0, t_H]$. Воспользуемся для ее решения линейной стохастической моделью разладки общего вида

$$\lambda_l = \sum_{k=1}^{p} a_k \lambda_{l-k} + u_l, \quad l = 1, 2, ..., \tag{13}$$

с порождающим процессом $\{u_l\}$ типа независимого шума с нулевым математическим ожиданием и дисперсией $\sigma_u^2 = \text{const}$. Здесь вектор постоянных коэффициентов $\{a_k\}$ определяет динамические свойства процесса развития разладки; p — порядок линейной модели ($p < L$). В рассматриваемых условиях алгоритм оптимального прогнозирования разладки на произвольное число шагов q после L-го наблюдения определяется рекуррентной формулой линейной авторегрессии p-го порядка [9]:

$$\lambda_{L+q\,|\,L} \triangleq \mathrm{E}\{\lambda_{L+q} \mid \lambda_L, \lambda_{L-1}, ..., \lambda_{L-p+1}\} = \sum_{k=1}^{p} a_k \lambda_{L+q-k\,|\,L} =$$

$$= \begin{cases} \sum\limits_{k=1}^{p} a_k \lambda_{L+1-k}, & q = 1; \\ \sum\limits_{k=1}^{q-1} a_k \lambda_{L+q-k\,|\,L} + \sum\limits_{k=q}^{p} a_k \lambda_{L+q-1}, & q \le p. \end{cases} \tag{14}$$

Представленный алгоритм оптимален в том смысле, что дисперсия ошибки прогнозирования при его применении принимает минимально возможное значение:

$$\sigma_q^2 \triangleq \mathrm{E}\{|\lambda_{L+q\,|\,L} - \lambda_{L+q}|^2\} \triangleq \mathrm{E}\{\delta_q^2\} = \mathrm{E}\left\{\left|\sum_{k=1}^{q-1} a_k \delta_{q-k}\right|^2\right\} + \mathrm{E}\{u_L^2\},$$

пропорциональное конечной площади усиления формирующего фильтра (13) и средней мощности порождающего шума σ_u^2.

На множестве различных значений параметра q полученный результат (14) определяет искомую оценку рабочего ресурса диагностируемой системы согласно очевидному соотношению

$$T_р^* = (L + q^*)\Delta t = t_H + q^*\Delta t, \tag{15}$$

где временной сдвиг q^* устанавливается в интервале допустимых значений

$$\{q\} : | \lambda_{L+q \mid L} - \lambda^* | \leq \delta_q^*,$$

исходя из естественного требования достаточной степени близости результирующей оценки прогнозирования $\lambda_{L+q \mid L}$ к пороговому уровню λ^*. Величина δ_q^* здесь характеризует ширину доверительного интервала оценки прогнозирования (14) в момент $t = T_{\text{р}}$. При доверительной вероятности порядка 0,99 и гауссовой статистике ошибки прогнозирования выполняется приближенное равенство $\delta_q^* \cong 3\sigma_q$ [8]. Чем меньше остаточный допуск по условию $\Delta T_{\text{р}} \triangleq T_{\text{р}} - T_y$, у ру вычислений является некоторое увеличение одновременно дисперсии ошибки прогнозирования и ширины доверительного интервала $2\delta_q^*$. При применении асимптотически оптимальных оценок $\left\{a_k^{(L)}\right\}$ дисперсия ошибки прогнозирования сходится к своему минимальному значению по степенному закону $\sigma_q^2(L) = \sigma_q^2(1 + b^2/L)$ со скоростью неулучшаемого порядка $\sim 1/L$ [7]. Здесь $b = \text{const}$ — параметр, зависящий от динамических или корреляционных свойств процесса развития разладки. При выполнении требований к объему наблюдений вида $L \geq (2...3)b^2$ надежность оценок прогнозирования (14), (15) в условиях полной априорной неопределенности почти не отличается от потенциально достижимой.

Обсуждение полученных результатов. К основным результатам проведенного исследования следует отнести вывод и обоснование спектрального оценивания в качестве неотъемлемой составной части оптимальной обработки при обнаружении и прогнозировании разладок случайных процессов по конечным выборкам наблюдений. Во многих случаях, благодаря спектральному оцениванию, существенно упрощается физическая интерпретация выявляемых разладок, что часто дает дополнительный эффект с точки зрения определения причин или материальных источников таких разладок. Это справедливо, например, в задачах технической и медицинской диагностики, где зарождающиеся дефекты проявляются на относительно узких участках частотной области и поэтому легко идентифицируются по спектральным характеристикам виброакустических сигналов [10]. Полученные в данной работе результаты могут служить необходимой теоретической базой для обоснованных статистических выводов по спектральным оценкам в задачах указанного класса.

Среди ограничений на оптимальность разработанных алгоритмов выделим как наиболее существенное требование стационарности анализируемого процесса в широком смысле. Последнее прямо связано со строгим определением понятия его спектральной плотности мощности (5). Однако на практике указанное ограничение в значительной степени ослабляется при переходе к моделям кусочно-стационарных процессов на интервалах, не выходящих за пределы конечного интервала наблюдений. Ограничения же, обусловленные введением гауссовой модели наблюдений, только на первый взгляд выглядят чрезмерно жесткими. В действительности распределение **P** может существенно отличаться от нормального. В таком случае используемая в работе модель $\mathbf{P}_X = N(\mathbf{K}_X)$ определяет его ортопроекцию на семейство нормальных распределений как наиболее близкое приближение в теоретико-информационном смысле [11].

Отдельного внимания заслуживает выбор оптимальных методов спектрального оценивания применительно к задачам о разладке. В работе обоснован лишь один из них — это известный метод периодограммных оценок в формулировке Бартлетта [1]. Однако здесь же в аналитическом виде (6) одновременно строго выведен критерий эффективности спектрального оценивания для задач с различными априорными данными и ограничениями [7].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Марпл С. Л.** Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990.
2. **Кульбак С.** Теория информации и статистика. М.: Наука, 1967.
3. **Клигенэ Н., Телькснис Л.** Методы обнаружения моментов изменения свойств случайных процессов // Автоматика и телемеханика. 1983. № 10.
4. **Леман Э.** Проверка статистических гипотез. М.: Наука, 1964.
5. **Берг Дж. П., Люнбергер Д. Ж., Венгер Д. Л.** Оценивание ковариационных матриц заданной структуры // ТИИЭР. 1982. **70**, № 9.
6. **Савченко В. В.** Теоретико-информационное обоснование спектральных оценок минимакса энтропии // Изв. вузов. Радиофизика. 1993. **36**, № 11.
7. **Савченко В. В.** Адаптивные методы нелинейного спектрального оценивания на основе принципа ММЭ /Дис. ... д-ра техн. наук. Н. Новгород: НГТУ, 1993.
8. **Таблицы** по математической статистике /П. Мюллер и др. М.: Финансы и статистика, 1982.
9. **Андерсон Т.** Статистический анализ временных рядов. М.: Мир, 1976.
10. **Пат. 2037799 RU.** Устройство для вибродиагностики машинного оборудования /В. В. Савченко, Д. Ю. Акатьев. Опубл. 1995, Бюл. № 17.
11. **Ченцов Н. Н.** Статистические решающие правила и оптимальные выводы. М.: Наука, 1972.

Поступила в редакцию 25 декабря 1995 г.