

УДК 681.3.058

Е. В. Рабинович

*(Новосибирск)***ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КУСОЧНО-ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ
АППРОКСИМАЦИИ ДЛЯ СЖАТИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ**

Предлагается алгоритм адаптивной одномерной кусочно-полиномиальной аппроксимации сигналов для сжатия изображений. В набор базисных функций, состоящих из ортогональных полиномов Чебышева для равноудаленных узлов, дополнительно вводится дельта-функция Кронекера. В результате предложенного вида аппроксимации сигналов формируется компактное представление, пригодное для описания как плавных, так и скачкообразных изменений сигнала интенсивности изображений. Приводятся данные моделирования, производится сравнение с известными алгоритмами сжатия изображений.

Введение. Сжатие изображений играет все возрастающую роль в таких областях, как телевизионное вещание, видео- и телеконференции, охранные системы, факсимильная передача газетных матриц и других печатных материалов, передача и хранение баз данных. Искусственные спутники Земли посылают непрерывные потоки погодных карт и снимков природных ресурсов по телевизионным каналам; кроме того, имеется ряд важных военных применений типа наблюдения за дистанционно управляемыми летательными объектами. Эффективное сжатие видеоинформации для указанных применений дает возможность существенного снижения расходов на передачу и хранение данных.

Сжатие полутонового черно-белого изображения обычно производится в три основных этапа. Главному этапу — статистическому кодированию — предшествуют процедуры, обеспечивающие максимальную степень эффективности кодирования. Сначала применяется декоррелирующее представление цифрового сигнала интенсивности изображения, устраняющее статистическую зависимость отсчетов, например, в виде набора коэффициентов некоторого преобразования. Компактное представление изображения дает, кроме того, возможность уменьшить статистическую избыточность описания. Представление изображения, приспособленное к свойствам механизма зрения человека, позволяет получить дополнительное сжатие за счет использования различного числа битов для описания хорошо и плохо воспринимаемых глазом частей изображения. На втором этапе может понижаться точность описания (уменьшается число битов, представляющих данные) и производится частичное устранение несущественной части данных, но так, чтобы обеспечивались заданные требования к качеству (в смысле минимального уровня искажений, воспринимаемых глазом) восстановленного изображения. Эта операция, очевидно, необратима, вносит определенные искажения и выполняется при помощи различных способов квантования. На третьем этапе устраняется статистическая избыточность представления, что достигается использованием обратимого статистического кодирования, которое короткие кодовые последова-

тельности приписывает чаще встречающимся элементам представления, а более длинные — реже встречающимся значениям.

Методы сжатия изображений различаются в первую очередь тем, каким образом решается задача представления изображения, обеспечивающего максимальную степень его сжатия при соблюдении требований к качеству восстановленного изображения. Данное обстоятельство является следствием того, что эффективное статистическое кодирование имеет нижнюю грань сжатия, определяемую, по теореме Шеннона, энтропией источника. Поэтому ведется поиск методов максимальной декорреляции описания изображения, которая сильно затруднена характерными особенностями цифровых изображений.

В данной статье предлагается вид компактного представления одномерных сигналов, хорошо приспособленного для описания как плавных, так и скачкообразных изменений сигнала интенсивности изображения, а также алгоритм для первого этапа эффективного сжатия изображений, основанный на таком представлении.

Компактное представление интенсивности изображения. Аппроксимационные методы декорреляции гладких сигналов выгодно отличаются от других методов тем, что обладают невысокой сложностью вычислений и, кроме решения задачи декорреляции, обеспечивают удобное для обработки и компактное представление данных. Коэффициенты преобразования сохраняют естественный порядок расположения в пространственной области. Сокращение объема данных, необходимого для представления сигнала посредством параметров его приближения на некотором отрезке, достигается уже при числе отсчетов сигнала на этом отрезке, даже на единицу большем, чем количество параметров.

Существенная нестационарность, пространственная и частотная анизотропия, отсутствие гладкости и разрывность сигнала интенсивности изображения значительно осложняют применение классических аппроксимационных методов. Интерполяционное и сплайновое приближения накладывают на свойства сигнала жесткие требования, которые применительно к изображениям уменьшают возможность использования этих методов. Полиномиальное приближение в большей мере отвечает потребностям сжатия изображений, однако и оно нуждается в дополнительных усовершенствованиях.

Улучшение свойств представления изображения связано с применением адаптивной кусочно-полиномиальной аппроксимации сигнала интенсивности с заданной среднеквадратической погрешностью [1]. Адаптация заключается в поиске аппроксимирующих полиномов минимальной степени, заданных на отрезках приближения максимальной длины, в тех случаях, когда приближение возможно, и сохранении значений сигнала в точках области определения, в которых приближение полиномом максимальной степени с заданной погрешностью невозможно.

Такое представление достаточно хорошо описывает нерегулярные свойства сигнала интенсивности изображения, а также согласуется с механизмом восприятия зрительной системы человека и может быть использовано для сжатия изображений. Одноточечные элементы представления, а также короткие (в 2—4 точки) отрезки приближения позволяют локализовать резкие скачки сигнала интенсивности, характеризующие контуры изображения. Более длинные отрезки определяют текстуру изображения, описывающую более гладкие и протяженные части изображения.

Цифровое изображение разбивается на строки из $N + 1$ пикселей, каждая из которых может быть описана функцией $f(x)$, заданной своими значениями в $N + 1$ узлах отрезка $[a, b]$: x_0, x_1, \dots, x_N , причем $x_m - x_{m-1} = h$, $m = 0, 1, \dots, N$. Компактное представление заключается в замене функции $f(x)$ функцией $g(x)$, которая однозначно задается на отрезке $[a, b]$ с помощью M ($M < N$) числовых параметров и приближает $f(x)$ со среднеквадратической погрешностью σ , не превосходящей наперед заданного фиксированного $\varepsilon > 0$. Функция $g(x)$ состоит из последовательно расположенных на отрезке $[a, b]$ кусков $g_j(x)$, $j = 0, 1, \dots, J$. Различают куски двух типов. Первый тип представляют

полиномы степеней не выше второй, заданные в $k + 1$ ($k \ll N$) узлах и приближающие j -й кусок функции $f(x)$ с погрешностью

$$\sigma_j^2 = \sum_{i=0}^k [f(x_i) - g_j(x_i)]^2 < \varepsilon^2.$$

Второй тип представляют отсчеты сигнала интенсивности в узлах x_m , где не удалось приблизить функцию $f(x)$ указанными полиномами.

Будем считать, что для каждого отрезка приближения выполнена замена переменных $t = (x - x_i)/h$, которая переводит его узлы в $0, 1, \dots, k$, и вместо t снова будем писать x . В данном контексте полиномом наилучшего приближения на отрезке числовой оси $[0, k]$ является многочлен, представляющий собой линейную комбинацию трех полиномов $P_{kn}(x) \in G(f)$, $n = 0, 1, 2$, для k узлов:

$$g_j(x) = c_{j0}P_{k0}(x) + c_{j1}P_{k1}(x) + c_{j2}P_{k2}(x),$$

где $P_{k0}(x) = 1$, $P_{k1}(x) = 1 - 2x/k$, $P_{k2}(x) = 1 - 6x/(k-1) + 6x^2/k(k-1)$.

Коэффициенты c_{jn} вычисляются по формуле

$$c_{jn} = \frac{\sum_{i=0}^k f_j(i)P_{kn}(i)}{\sum_{i=0}^k P_{kn}^2(i)}.$$

Несмещенная оценка среднеквадратической погрешности приближения σ на j -м отрезке находится из равенства

$$\sigma_j^2 = \frac{\sum_{i=0}^k f_j^2(i) - \sum_{n=0}^2 c_{jn}^2 \|P_{kn}(x)\|^2}{k-2},$$

где $\|P_{kn}(x)\|$ — норма $P_{kn}(x)$.

j -й одноточечный элемент приближения $f(x)$ в точке x_m имеет вид:

$$g_j(x) = f(x_m)\delta(x - x_m),$$

где

$$\delta(x - x_m) = \begin{cases} 1, & x = x_m, \\ 0, & x \neq x_m \end{cases}$$

— дельта-функция Кронкера.

Полином второй степени однозначно определяется тремя числовыми параметрами, которые целесообразно представлять целыми числами, лежащими в том же диапазоне, что и пиксели исходного изображения (8 бит). Были исследованы две формы представления параметров аппроксимации в виде округленных коэффициентов при степенях переменной и значений полинома в первой, средней и последней точках области определения. Оказалось, что использование значений полинома предпочтительнее с точки зрения качества восстановленного изображения.

Алгоритм построчной декорреляции изображений. Сегментом приближения будем называть набор параметров, необходимый для полного описания сигнала на отрезке приближения и состоящий из значений аппроксимирующего полинома, его степени и длины отрезка. С помощью алгоритма адаптивной кусочно-полиномиальной аппроксимации для каждой строки изображения строится последовательность независимых сегментов приближения.

Так как для аппроксимации параболой второго порядка требуется вычислить три значения, то для получения экономного описания сигнала длина отрезка приближения (сегмента) должна быть не менее четырех точек. Алгоритм начинает аппроксимацию с отрезка, состоящего из четырех отсчетов. Если на этом отрезке аппроксимация с заданной погрешностью осуществлена, то производится попытка построения полинома на отрезке из пяти точек и т. д., пока погрешность аппроксимации не превзойдет заданный порог. В этот момент приближение на текущем отрезке прекращается и формируется соответствующий сегмент. Если невозможно аппроксимировать квадратической параболой сигнал на отрезке из четырех отсчетов, то производится повторная попытка приближения, но с погрешностью на 10 % больше, чем исходная. В алгоритме заложена возможность трех таких попыток. При неудачном исходе алгоритм формирует не имеющий длины одноточечный сегмент, представляющий собой первый отсчет сигнала на текущем отрезке, и начинает аппроксимацию на следующем четырехточечном отрезке сигнала.

После того как сформирован очередной сегмент квадратического приближения, проверяется статистическая гипотеза о наличии регрессии второго, первого и нулевого порядков. В результате этой проверки выявляется наименьший порядок аппроксимирующего полинома и сегменту присваивается соответствующий индекс: 0 — константному, 1 — линейному, 2 — квадратическому и 3 — одноточечному. Если сигнал на некотором отрезке приближается прямой наклонной линией или линией с нулевым наклоном, то полученный сегмент будет состоять из трех или двух чисел соответственно.

Управление процессом аппроксимации осуществляется заданием порогов приведенной среднеквадратической погрешности и интегрирования. Роль первого параметра ясна, второй же используется для устранения искажающего эффекта, заключающегося в том, что при построении длинного сегмента отдельные отсчеты сигнала, не лежащие в зоне приближения, присоединяются к точкам сегмента. Это происходит тогда, когда запас точности приближения полиномами на длинных интервалах достаточно велик. На некоторых тестовых изображениях данный искажающий эффект заметен. Выбор порога интегрирования представляет определенную сложность ввиду того, что раннее прекращение аппроксимации нежелательным образом влияет на степень сжатия. Кроме того, порог интегрирования устанавливается меньшим для коротких отрезков, так как они играют важную роль в определении положения контуров изображения.

В результате обработки строки изображения формируются три массива данных. Первый массив содержит двухбитные индексы сегментов приближения, расположенных в строгом соответствии с порядком построения сегментов. Количество элементов этого массива является числом сегментов данной строки. Очевидно, что число сегментов для разных строк изображения будет различным и для каждой строки оно заносится в общий для всех строк массив данных. Второй массив содержит длины сегментов. Третий массив содержит значения аппроксимирующих полиномов в соответствующих точках отрезка приближения. Аппроксимация каждой строки изображения выполняется дважды: один раз в прямом направлении, другой — в обратном. Меньшее суммарное количество элементов всех трех массивов определяет выбор одного из направлений аппроксимации. Признак направления, естественно, фиксируется.

По завершении аппроксимации всех строк формируются и статистически кодируются арифметическим кодером [3] три двумерных массива данных. Размер в байтах двух последних массивов определяется по размерности их максимальных элементов. Делается это потому, что для алфавитов меньшей размерности (для меньшего количества разных чисел) кодирование осуществляется быстрее и эффективнее. Кроме того, при формировании всех трех массивов составляются гистограммы значений каждого массива, которые используются для повышения эффективности статистического кодирования. Такое представление объясняется тем, что арифметическое кодирование

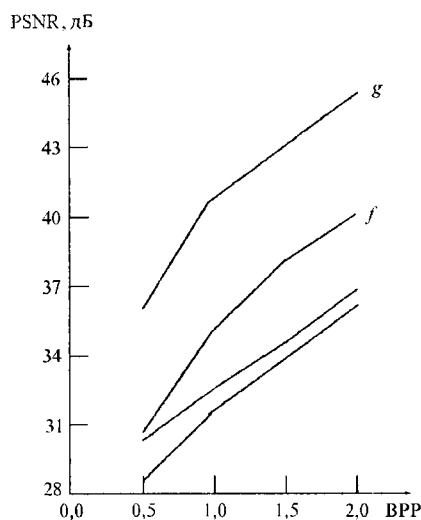


Рис. 1

занные в основном со среднеквадратической ошибкой восстановления пиксела, приведенной некоторым образом ко всему изображению.

Неоднозначности оценки эффективности алгоритма сжатия способствует также чрезвычайно широкий диапазон характеристик и свойств изображений. Одни алгоритмы эффективно покрывают одну или несколько частей этого диапазона, другие хороши для остальных частей. По этой причине корректное сравнение алгоритмов возможно только на одинаковых тестовых изображениях. Моделирование предлагаемого алгоритма проводилось на одном из таких изображений "Lenna" (256×256 — размеры изображения в пикселах). Разработчиками многих алгоритмов сжатия для этого изображения опубликованы зависимости отношения бит/пиксел (BPP) от пикового отношения сигнал/шум (PSNR). На рис. 1 изображены три зависимости из шести, приведенных в [2] (f — результат применения алгоритма из [2], две другие — результаты иных авторов), а также зависимость g , полученная моделированием предлагаемого алгоритма адаптивной аппроксимации для отношений бит/пиксел от 0,50 до 2,00. Приведем округленные значения зависимости g :

Рис. 2	b	c	d	e	f
BPP, бит/пиксел	2,00	1,50	1,25	1,00	0,50
PSNR, дБ	45,13	43,35	42,87	41,36	36,44

Как видно, при равных отношениях BPP у зависимости g отношение PSNR приблизительно на 5 дБ выше, чем у зависимости f . На уровне 30—40 дБ это существенное преимущество. Для визуальной иллюстрации качества восстановления изображения "Lenna" шесть его копий представлены на рис. 2: a — исходное изображение, b — f имеют параметры сжатия, приведенные выше.

Заключение. Рассмотрен первый этап эффективного сжатия изображений. Он заключается в формировании компактного представления строк изображения, приспособленного к особенностям цифрового сигнала интенсивности полутоновых изображений. Такая возможность обеспечивается применением алгоритма адаптивной одномерной кусочно-полиномиальной аппроксимации сигналов на базе ортогональных полиномов Чебышева для равноудаленных узлов и дельта-функций Кронекера. На данном этапе удастся в 2—3 раза уменьшить число битов, необходимых для кодирования изображения,

нескольких массивов данных с различными статистическими свойствами уменьшает среднюю энтропию источника кодирования [2].

Воспроизводящий алгоритм декодирует сегменты приближения строк, по которым строит параболы, прямые линии, константы и одиночные отсчеты, представляющие аппроксимированный с заданной погрешностью сигнал интенсивности изображения.

Результаты моделирования. Критерий оценки эффективности алгоритма сжатия изображений является существенно двухпараметрическим и, к сожалению, неоднозначным. Если степень сжатия в виде отношения числа бит/пиксел признается всеми авторами, то мера степени искажения восстановленного изображения, в значительной степени качественная, не имеет такого общепризнанного показателя. Используются различные количественные критерии оценки, свя-



Рис. 2

практически без ущерба для качества воспроизведения (отношение сигнал/шум на уровне 43—45 дБ).

Дальнейшее повышение степени сжатия может базироваться на применении на втором этапе предлагаемого алгоритма нелинейного скалярного квантования отдельных параметров приближения и устранении межстрочной корреляции при переходе к пространственной аппроксимации.

Достижение сжатия с очень низким (0,1—0,3) отношением бит/пиксел при сохранении приемлемого качества восстановленного изображения на основе использования предлагаемого представления изображения и механизма восприятия зрительной системы человека может быть предметом последующих исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рабинович Е. В., Рубан А. А., Цапенко М. П., Шефель Г. С. Алгоритмы адаптивной кусочно-полиномиальной аппроксимации // Автометрия. 1993. № 1.
2. Huang Y., Driezen H. M., Galatsanos N. P. Prioritized DCT for compression and progressive transmission of images // IEEE Trans. Image Proc. 1992. 1. P. 477.
3. Witten I. H., Neil R. M., Cleary J. G. Arithmetic coding for data compression // Commun. ACM. 1987. 30. P. 520.

Поступила в редакцию 25 декабря 1995 г.

Реклама продукции в нашем журнале — залог Вашего успеха!