

УДК 007.001.362 : 681.3.019

Н. Г. Федотов, А. А. Кадыров

(Пенза)

**НОВЫЕ МЕТОДЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПРИЗНАКОВ  
РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ  
С ПОЗИЦИЙ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ**

Проанализировано применение методов стохастической геометрии в распознавании образов. Рассуждения проводились на базе введенного авторами Тгасе-преобразования исходных изображений в изображения на листе Мебиуса. Предложен новый подход к формированию признаков распознавания, не зависящих от движений изображений, а также от их линейных деформаций. Отличительной чертой группы рассматриваемых признаков является представление каждого из них в виде последовательной композиции трех функционалов.

В распознавании образов традиционно выделяют формирование признаков и решающую процедуру. В кибернетической литературе исторически сложилось так, что подавляющее большинство работ по распознаванию образов посвящено решающим правилам и практически нет работ по формированию признаков. По общепринятому мнению это объясняется тем, что процесс формирования признаков является эмпирическим и зависит от интуиции проектировщика распознающей системы.

Подход с позиций стохастической геометрии, развитый в [1], позволяет восполнить этот пробел и, наряду с конструктивной теорией признаков, дать практические методы генерации большого числа новых признаков распознавания изображений. Столь мощное смещение акцента с решающих правил на новые признаки распознавания сближает данный подход с нейрокомпьютерингом.

В работе [1] предложено в качестве признаков распознавания изображений использовать вероятности геометрических событий, под которыми понимают результат взаимодействия геометрических объектов: пересечения, покрытия и т. п. Роль геометрических объектов выполняют, с одной стороны, сложные траектории сканирования со случайными параметрами (отрезки, линии, кривые, фигуры и т. п.), с другой — фрагменты распознаваемого изображения. Рассматривается структура подобных распознающих систем, примеры конкретных технических реализаций. Рассмотрены также возможные расширения базисного метода распознавания, основанного на стохастической геометрии. Одно из расширений связано с усложнением наблюдений случайного события — пересечения линии развертки с изображением, т. е. с применением более сложных признаков распознавания.

В статье представлены начала новой теории формирования признаков распознавания, не зависящих от движений изображений, а также от аффинных преобразований. Отличительной чертой группы рассматриваемых признаков является представление каждого из них в виде последовательной композиции трех функционалов.

Рассмотрим входную сетчатку распознающего устройства, под которой будем понимать сканируемую часть плоскости изображения. В этой части плоскости располагается некоторое изображение, тогда как оставшаяся часть плоскости — фоновая. Таким образом, изображение финитно. Рассмотрим

случайную прямую  $l$ , которая может пересекать изображение. Предположим, что пересечение прямой  $l$  и изображения позволяет нам вычислить некоторое число  $g$ , характеризующее их взаимное расположение. Производя серию случайных бросаний прямой  $l$  на плоскость, получаем выборку для случайной величины  $g$ . Далее, можно определить какую-нибудь эмпирическую характеристику  $n$  случайной величины  $g$ . Описанную процедуру следует реализовать в радиоэлектронной системе, осуществляющей распознавание изображений [1].

Математическая сторона рассмотренной процедуры интенсивно исследовалась в стохастической геометрии. Было выяснено, что при некоторых условиях характеристика  $n$  может иметь явный геометрический смысл. Для нас важно, что, легко реализуясь в устройствах, эта идея может служить исходной точкой для получения новых признаков распознавания образов как в теоретическом анализе, так и в практической сфере.

В [1] приводятся формулы, на основе которых строятся критерии распознавания. Рассматриваются только бинарные изображения (черные фигуры на белом фоне).

1. Рассмотрим изображение в виде кусочно-дифференцируемой кривой, которая может быть границей фигуры. Пусть  $g$  — число пересечений этой кривой со случайной прямой  $l$ . Тогда математическое ожидание  $Mg$  пропорционально длине кривой.

2. Рассмотрим изображение в виде выпуклой фигуры. Это может быть выпуклая оболочка некоторой другой фигуры. Пусть  $g$  — длина пересечения выпуклой фигуры со случайной прямой  $l$ . Тогда средние величины  $Mg^0$ ,  $Mg$ ,  $Mg^2$  пропорциональны соответственно периметру, площади и собственному потенциалу однородного слоя.

Трассе-преобразование. Приведенные выше формулы и их многочисленные аналоги имеют для распознавания образов следующие недостатки: 1) число этих формул ограничено, поскольку ясно выраженных геометрических характеристик не так много, а признаков требуются тысячи и более; 2) формулы применимы только для бинарных изображений. К достоинствам следует отнести возможности параллельных вычислений (одновременно обрабатывается несколько прямых сразу) и стохастической реализации, последнее позволяет оборвать процесс при достижении нужной точности, кроме того, вычисленные признаки не зависят от движений объектов. Известно, что обычно признаки сильно зависят от поворота и сдвига объекта, в то время как во многих задачах распознавания поворот и сдвиг объектов совершенно неинформативны.

В данной работе мы предлагаем обобщение приведенного выше подхода с целью преодоления его недостатков и с сохранением достоинств, причем это обобщение в некотором смысле полное.

Обозначим буквой  $F$  финитное изображение. Если дана прямая  $l$ , то число  $g$ , характеризующее взаимное расположение прямой  $l$  и изображения, будем вычислять согласно некоторому правилу  $T$ :  $g = T(l, F)$ ; отображение  $T$  будем называть функционалом. Для нас желаемым свойством является независимость вычислений от движения объекта, поэтому единственное требование, которое мы накладываем на  $T$ , формулируется следующим образом. Пусть изображение претерпело сдвиг и поворот, при этом возникло новое изображение  $F'$ . При этом же сдвиге и повороте прямая  $l$  перейдет в прямую  $l'$ , оставаясь, таким образом, «вмороженной» в изображение. Требуется, чтобы  $T(l, F) = T(l', F')$ . Это равенство должно быть верным для всех прямых и всех допустимых изображений. Такое свойство назовем полной инвариантностью функционала  $T$ . Следует отметить, что понятие полной инвариантности весьма сильно расширяет возможности распознавания образов, ибо это не обязательно число пересечений, длина секущей и т. д. Например, если изображение цветное, переменной яркости, то таких функционалов можно найти довольно много. Итак, круг функционалов и обрабатываемых изображений значительно расширен.

Аналогично, как и в стохастической геометрии, определена случайная величина  $g = T(l, F)$ , распределение которой не зависит от сдвигов и поворотов изображения. Поэтому числовые характеристики этой случайной величины опять могут служить признаками изображений, которые определяются специальными техническими устройствами и системами. Недостаток нового семейства признаков — первоначальное отсутствие ясного геометрического смысла, и заранее не известна их различающая сила. Однако для распознавания образов это не так важно, ибо решающей все-таки является экспериментальная проверка.

Отметим еще одно свойство вполне инвариантного функционала  $T$  (Trасе): он не обязательно определяется лишь сечением прямой изображения. Для его вычисления может быть привлечена также и другая информация, например, свойства окрестности этого сечения.

Чтобы понять, что предложенное обобщение в некотором смысле исчерпывает все его возможности, изложим теорию Trасе-преобразований (или Tr-преобразований). Прямая  $l$ , если введены полярные координаты на плоскости, характеризуется расстоянием  $p$  от начала координат до нее и углом  $\varphi$  (с точностью до  $2\pi$ ) ее направляющего вектора:

$$l = \{(x, y): x \cos \varphi + y \sin \varphi = p\}, \quad l = l(\varphi, p),$$

где  $x, y$  — декартовы координаты на плоскости. Если позволить параметру  $p$  принимать также и отрицательные значения, то

$$l(\varphi, p) = l(\varphi + \pi, -p).$$

Таким образом, множество всех направленных прямых, пересекающих круг радиусом  $R$  с центром в начале координат («сетчатку»), однозначно параметризуется множеством

$$M = \{(\varphi, p): 0 \leq \varphi \leq \pi, -R \leq p \leq R\}$$

при условии, что параметры  $(0, p)$  и  $(\pi, -p)$  задают одну прямую. Видно, что множество прямых на сетчатке есть в топологическом смысле не что иное, как лист Мебиуса [2]. Множество чисел  $T(l(\varphi, p), F)$ , зависящее от точки на листе Мебиуса  $M$ , есть некоторое преобразование изображения, которое назовем Tr-преобразованием. Если, например, при численном анализе Tr-преобразование представлено матрицей, то будем называть ее Tr-матрицей. Если направить ось  $O\varphi$  горизонтально, а ось  $Op$  вертикально, то в точке  $\varphi_j, p_i$  будет расположен элемент матрицы с номером  $(i, j)$ , т. е. значение  $T(l(\varphi_j, p_i), F)$ . Здесь  $\varphi_j, p_i$  — некоторые значения равномерных дискретных сеток на указанных осях. Матрица будет  $2\pi$ -периодична в направлении горизонтальной оси, причем через каждый интервал длины  $\pi$  столбцы ее переворачиваются.

Будем считать дополнительно, что если прямая  $l$  не пересекает изображения, то  $T(l, F)$  есть заданное число (например, 0), или другой фиксированный элемент, если функционал  $T$  нечисловой. В этом случае первоначальному изображению  $F$  соответствует  $\text{Tr}(F)$  — новое изображение (можно трактовать  $T(l(\varphi, p), F)$  как изображение, характеристики которого в точке  $(\varphi, p)$  — его Tr-образ.

Заметим, что известное преобразование Радона [3] может рассматриваться как пример Tr-преобразования.

Кратко остановимся на том, как меняется изображение  $\text{Tr}(F)$  при сдвигах и вращениях исходного изображения  $F$ . Если первоначальное изображение поворачивается, то его Tr-образ сдвигается по горизонтальной оси  $O\varphi$ . Если же происходит сдвиг исходного изображения на некоторый вектор, то его Tr-образ претерпевает следующие преобразования. Лучшее их изложить в терминах Tr-матриц. Столбцы остаются неизменными, на своих местах, но могут сдвигаться вверх или вниз. Вектор сдвига определяет числа  $a$  и  $b$  такие, что

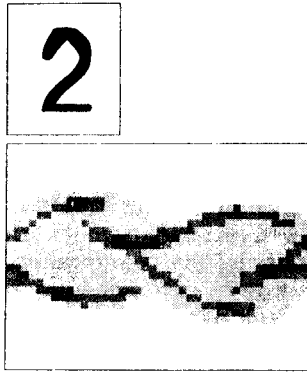


Рис. 1

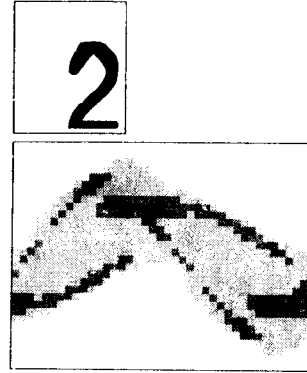


Рис. 2

столбец с координатой  $\varphi_i$  сдвигается в вертикальном направлении на  $a \cdot \cos(\varphi_i - b)$ . Следует отметить, что вполне строгим это описание будет лишь в том случае, если  $T$ -матрицу считать непрерывной, т. е.  $i$  и  $j$  — непрерывные параметры. На рис. 1 представлены изображение цифры «2» и результат его  $T\Gamma$ -преобразования —  $T\Gamma$ -трансформанта, на рис. 2, 3 — изображение цифры «2» при сдвигах и соответствующие  $T\Gamma$ -трансформанты, на рис. 4 — изображение цифры «2», претерпевшее масштабное преобразование, и соответствующая ему расширенная  $T\Gamma$ -трансформанта, на рис. 5 — повернутое изображение этой цифры и ее  $T\Gamma$ -трансформанта, сдвинутая по горизонтальной оси.

Обычная евклидова мера  $d\varphi dp$  листа Мебиуса инвариантна к указанным преобразованиям, поэтому плотность распределения всякой функции, заданной на листе Мебиуса, в данном случае функции изображения  $T\Gamma(F)$ , не зависит от указанных преобразований, т. е. если изображение  $F$  сдвинуто и повернуто до состояния  $F'$ , то распределения значений функций изображений  $T\Gamma(F)$  и  $T\Gamma(F')$  одинаковы. Именно поэтому их значения могут трактоваться как случайные функции, не зависящие от движений исходного изображения. Этим доказано, что при данном выше обобщении признаков, действительно, сохраняется инвариантность.

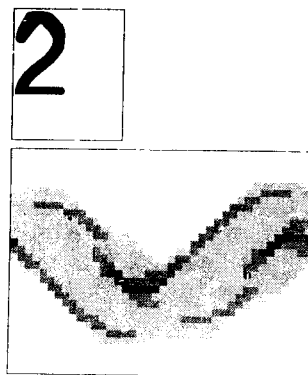


Рис. 3

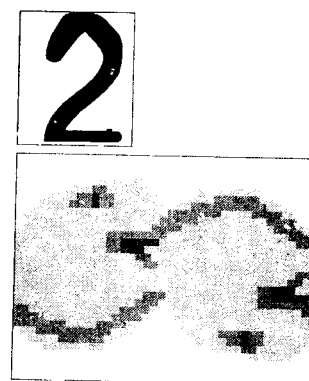


Рис. 4

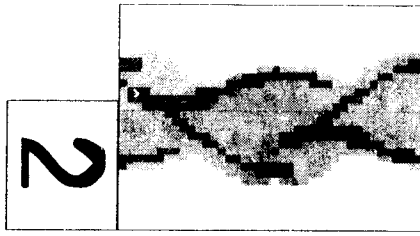


Рис. 5

**Триплексные признаки.** Рассмотрим формирование триплексных признаков, представляющих последовательную композицию трех функционалов:

$$\Pi(F) = \Phi \circ P \circ T(F \circ l(\varphi, p, t)).$$

Каждый функционал ( $\Phi$ ,  $P$  и  $T$ ) действует на функции одной переменной ( $\varphi$ ,  $p$  и  $t$ ) соответственно. Для каждого из трех функционалов легко можно придумать десятки разных конкретизаций, удовлетворяющих требуемым условиям. Следовательно, сразу получаем тысячи новых призна-

ков, инвариантных к движениям. Для распознавания  $2l$  объектов требуется порядка  $n$  признаков, следовательно, мы получаем возможность распознавать очень большое число изображений, например идеограмм.

Функционал  $T$ , соответствующий Тг-преобразованию, подробно рассмотрен выше. В дискретном варианте вычислений результат этого преобразования, или Тг-трансформанта  $T(F \circ l(\varphi, p, t))$ , представляет собой матрицу, элементами которой являются, например, значения яркости изображения  $F$  на пересечениях со сканирующей линией  $l(\varphi, p)$ . Параметры сканирующей линии  $p$  определяют позицию этого элемента в матрице. Последующее вычисление признака заключается в последовательной обработке столбцов матрицы с помощью функционала  $P$ , а затем в преобразовании полученной периодической функции с помощью функционала  $\Phi$  в число-признак  $\Pi(F)$ .

Рассмотренные триплексные признаки распознавания могут быть вычислены в высшей степени параллельном процессе. Подобно признакам, формируемым нейронными сетями, данные признаки не имеют наперед заданного смысла, их отбор осуществляется в ходе машинного эксперимента, принимая во внимание исключительно лишь их полезность для классификации.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федотов Н. Г. Методы стохастической геометрии в распознавании образов. М.: Радио и связь, 1990.
2. Масси У., Столлингс Дж. Алгебраическая топология. Введение. М.: Мир, 1977.
3. Хелгасон С. Преобразование Радона. М.: Мир, 1983.

Поступила в редакцию 30 октября 1995 г.