

УДК 621.391.266

Я. А. Фурман, А. А. Роженцов, Р. Г. Хафизов

(Йошкар-Ола)

ДИСКРЕТНО-КОДИРОВАННЫЕ СИГНАЛЫ НА БАЗЕ КОМПОЗИЦИОННЫХ КОНТУРОВ

Показано, что существует алфавит из не менее чем $2k$ визуальных символов с дельтовидной автокорреляционной функцией и равномерным энергетическим спектром на базе композиционных контуров, составленных из полного семейства ортогональных контуров размерностью k . Получены сложные гармонические сигналы на основе композиционных контуров. Рассмотрена работа системы связи, использующая в качестве сигналов алфавит визуальных символов.

Введение. В работах [1, 2] рассмотрены сигналы в виде композиционных контуров $\Gamma_{0, 1, \dots, k-1}$, составленных из полного семейства элементарных контуров (ЭК) Γ_m , $m = 0, 1, \dots, k-1$, обладающих высокой эффективностью разрешения и распознавания. Возможность наилучшего разрешения символов обеспечивается тем, что автокорреляционная функция (АКФ) $H = \{\eta(s)\}_{0, k^2-1}$ является дельтовидной [3], т. е.

$$\eta(s) = \begin{cases} k^2 & \text{при } s = 0, \\ 0 & \text{для остальных } s, \end{cases}$$

где k^2 и k — соответственно размерности композиционного контура и составляющих его ЭК. Из дискретного аналога теоремы Винера — Хинчина следует, что при такой АКФ энергетический спектр композиционного контура является равномерным [4]. Высокая эффективность распознавания контуров $\Gamma_{0, 1, \dots, k-1}$ объясняется тем, что векторы, задающие ЭК $\Gamma_0, \Gamma_1, \dots, \Gamma_{k-1}$, ортогональны между собой, и поэтому расстояние между любой парой этих векторов слабо отличается от максимально возможного [5]. Спектры ЭК $\Gamma_0, \Gamma_1, \dots, \Gamma_{k-1}$ содержат лишь одну ненулевую составляющую, причем эти спектры не имеют ни одной общей значащей составляющей.

Цель данной работы заключается в рассмотрении свойств сигналов на базе композиционных контуров из полного семейства ЭК, являющихся эффективными для совместного решения задач разрешения—расознавания.

1. Группы композиционных контуров из полного семейства ЭК, обладающие дельтовидной АКФ. Рассмотрим, каким образом на основе базового композиционного контура $\Gamma_{0, 1, \dots, k-1}$ образуются другие композиционные контуры с равномерным энергетическим спектром, а следовательно, и дельтовидной АКФ.

Первый подход заключается в умножении каждой компоненты $\rho_6(m)$ спектра базового контура на комплексную экспоненту с единичным модулем. Опущая тривиальные случаи, когда такое умножение приводит лишь к повороту контура, выберем этот коэффициент в виде $\exp\left\{i \frac{2\pi}{k^2} m k d\right\}$. Тогда каждая компонента спектра нового контура будет равна $\rho_6(m) \exp\left\{i \frac{2\pi}{k^2} m k d\right\}$. Такое умно-

жение приводит к сдвигу начальной точки базового контура на kd элементарных векторов, т. е. на d элементарных контуров [1].

Контур, полученные таким образом, отнесем к композиционным контурам первой группы. Группа содержит k различных контуров:

$$\Gamma_{0,1,\dots,k-1}, \Gamma_{1,2,\dots,k-1,0}, \dots, \Gamma_{k-1,0,\dots,k-2}. \quad (1)$$

Вторым преобразованием контура, сохраняющим вид его энергетического спектра, будет операция комплексной сопряженности. Контур, спектр которого комплексно сопряжен со спектром базового контура $\Gamma = \{\gamma_6(n)\}_{0,k^2-1}$, в соответствии со свойствами ДПФ имеет вид

$$\{\gamma(n)\}_{0,k^2-1} = \{\gamma_6^*(k^2 - n)\}_{0,k-1},$$

т. е. элементарные векторы искомого контура равны комплексно-сопряженным элементарным векторам исходного базового контура, взятым в обратном порядке. В развернутом виде с учетом свойства периодичности элементарных векторов $\gamma(n) = \gamma(n \pm \alpha k)$, где α — целое число, искомым контур представим как

$$\{\gamma_0^*(0), \gamma_{k-1}^*(k-1), \gamma_{k-1}^*(k-2), \dots, \gamma_2^*(1), \gamma_1^*(0), \gamma_0^*(k-1), \dots, \gamma_0^*(1)\}. \quad (2)$$

В соответствии со свойствами симметричности и эргодичности элементарных векторов ЭК [1]

$$\gamma_n^*(m) = \gamma_m(k - n).$$

Поэтому выражение (2) примет вид

$$\{\gamma_0(0), \gamma_{k-1}(1), \gamma_{k-1}(2), \dots, \gamma_1(k-1), \gamma_1(0), \gamma_0(1), \dots, \gamma_0(k-1)\}.$$

Так как нулевые элементарные векторы ЭК любого порядка равны единице, т. е. $\gamma_m(0) = \exp\left\{i \frac{2\pi}{k} m0\right\} = 1$, то искомым контур запишется как

$$\{\gamma_{k-1}(0), \gamma_{k-1}(1), \gamma_{k-1}(2), \dots, \gamma_1(k-1), \gamma_0(0), \gamma_0(1), \dots, \gamma_0(k-1)\},$$

т. е. он равен

$$\{\Gamma_{k-1}, \Gamma_{k-2}, \dots, \Gamma_1, \Gamma_0\} = \{\Gamma_{k-n}\}_{0,k-1} = \Gamma_{k-1,k-2,\dots,1,0}.$$

Таким образом, композиционные контуры со взаимно обратным порядком следования составляющих их ЭК имеют комплексно-сопряженные спектры. Так как операция комплексной сопряженности спектральных составляющих не затрагивает энергетического спектра, то контур $\Gamma_{k-1,k-2,\dots,1,0}$, как и базовый контур $\Gamma_{0,1,\dots,k-1}$, будет иметь равномерный энергетический спектр и дельтовидную АКФ. Осуществляя в контуре $\Gamma_{k-1,k-2,\dots,1,0}$ сдвиги начальных точек на d элементарных векторов, приходим ко второй группе композиционных контуров, допускающих идеальное сжатие:

$$\Gamma_{k-1,k-2,\dots,1,0}, \Gamma_{k-2,k-3,\dots,0,k-1}, \Gamma_{0,k-1,\dots,2,1}. \quad (3)$$

Отметим, что соответствующие композиционные контуры из обеих групп обладают комплексно-сопряженными спектрами. На рис. 1 показаны изображения контуров первой и второй групп для $k = 3$.

Найдем взаимно корреляционную функцию базового контура $\Gamma_{0,1,\dots,k-1}$ и контура первой группы со сдвигом на d элементарных контуров, т. е. контура $\Gamma_6^{(d)} = \Gamma_{d,d+1,\dots,k-1+d}$. Если $\rho_6(m)$, $m = 0, 1, \dots, k^2 - 1$, — компонента спектра

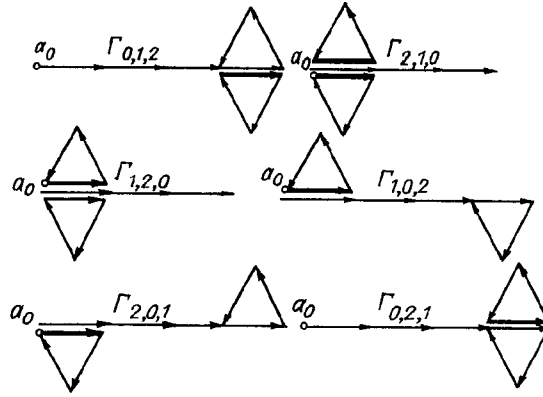


Рис. 1. Композиционные контуры с дельтовидной АКФ:
 первая группа – $\Gamma_{0,1,2}$; $\Gamma_{1,2,0}$; $\Gamma_{2,0,1}$; вторая группа – $\Gamma_{2,1,0}$; $\Gamma_{1,0,2}$; $\Gamma_{0,2,1}$

базового контура, то соответствующая компонента спектра контура $\Gamma_6^{(d)}$ равна [1]

$$\rho_6^{(d)}(m) = \rho_6(m) \exp\left\{i \frac{2\pi}{k} md\right\}, \quad m = 0, 1, \dots, k^2 - 1, \\ d = 1, 2, \dots, k^2 - 1.$$

Взаимно корреляционная функция $\eta_1^{(d)}(s)$, $s = 0, 1, 2, \dots, k^2 - 1$, контуров первой группы Γ_6 и $\Gamma_6^{(d)}$ связана со взаимным энергетическим спектром этих контуров $\{\rho_6(m)\rho_6^{(d)}(m)\}$ преобразованием Фурье [4], т. е.

$$\eta_1^{(d)}(s) = \frac{1}{k^2} \sum_{m=0}^{k^2-1} \rho_6(m) \rho_6^*(m) \exp\left\{-i \frac{2\pi}{k} md\right\} \exp\left\{-i \frac{2\pi}{k^2} sm\right\} = \\ = \frac{1}{k^2} \sum_{m=0}^{k^2-1} |\rho_6(m)|^2 \exp\left\{-i \frac{2\pi}{k^2} m(kd + s)\right\}.$$

Так как $|\rho_6(m)| = k$, $m = 0, 1, \dots, k^2 - 1$ [1], то

$$\eta_1^{(d)}(s) = \sum_{m=0}^{k^2-1} \exp\left\{-i \frac{2\pi}{k^2} m(kd + s)\right\}. \quad (4)$$

Данная сумма при любом s равна нулю, кроме значения $s = k^2 - kd$. При этом значении s отсчет взаимно корреляционной функции будет равен k^2 . Итак,

$$\eta_1^{(d)}(s) = \begin{cases} k^2 & \text{при } s = k^2 - kd, \\ 0 & \text{для остальных } s. \end{cases} \quad (5)$$

Аналогичные соотношения получаются для взаимно корреляционной функции любой пары контуров из первой и второй групп.

П р и м е р. Определим взаимно корреляционную функцию базового контура $\Gamma_{0,1,2}$ и контура $\Gamma_{1,2,0}$. Здесь $k = 3$, $d = 1$, $k^2 - kd = 6$. Выражение (4) для данного случая принимает вид

$$\eta_1^{(1)}(s) = \sum_{n=0}^8 \exp\{-0,7n(3 + s)i\}, \quad s = 0, 1, \dots, 8.$$

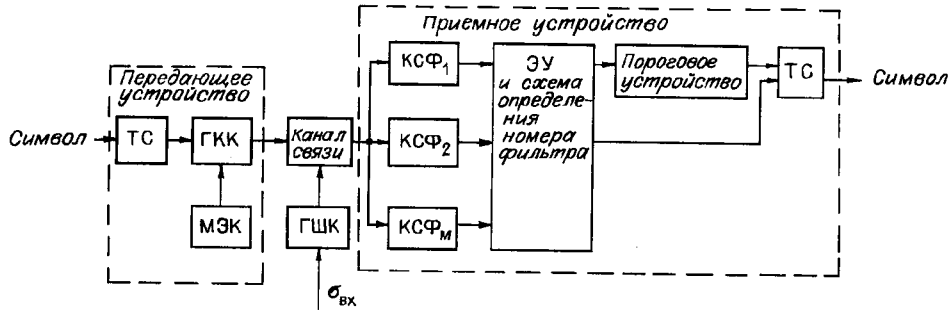


Рис. 2. Структурная схема системы связи

Производя вычисления, получаем

$$\{\eta_i^{(1)}(s)\}_{0,8} = \{0, 0, 0 \quad 0, 0, 0 \quad 9, 0, 0\}.$$

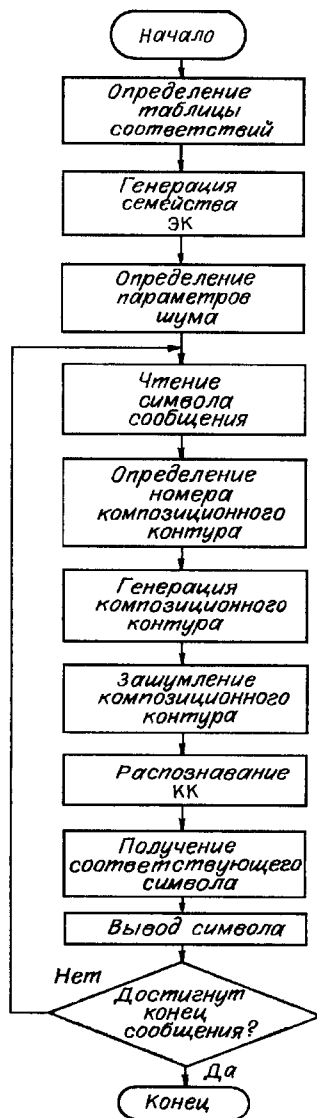
Таким образом, взаимно корреляционные функции пар контуров внутри каждой из групп, как и АКФ контуров этих групп, обладают дельтовидным свойством.

2. Моделирование системы связи на базе сигналов в виде композиционных контуров. Примем аддитивную модель $N = \Gamma + Z$ зашумленного сигнала. Здесь $N = \{\nu(n)\}_{0, k-1}$ — сигнал в виде зашумленного контура; $Z = \{\xi(n)\}_{0, k-1}$ — шумовой контур, элементарные векторы $\xi(n)$ которого являются независимыми комплексными случайными числами с нулевым математическим ожиданием, причем реальные и мнимые части этих чисел распределены нормально с заданным среднеквадратическим отклонением $\sigma_{вх}$. В этом случае, когда N , Γ и Z — композиционные контуры, их размерности равны k^2 .

Рассмотрим систему связи, в которой в качестве алфавита сигналов используются композиционные контуры с дельтовидной АКФ. Как было показано выше, для каждого значения размерности k существует не менее чем $2k$ контуров с такой АКФ. Система характеризуется высокой эффективностью разрешения и распознавания сигналов.

Структурная схема системы связи представлена на рис. 2, а алгоритм ее работы — на рис. 3. В таблице соответствий (ТС) передатчика задаются алфавит допустимых символов и соответствующие им номера комбинаций ЭК в композиционном контуре (КК). Массив комбинаций ЭК содержится в генераторе композиционных контуров (ГКК), а сами элементарные контуры — в массиве ЭК (МЭК). Поступающему на вход системы символу в ТС ставится в соответствие композиционный контур, который генерируется ГКК и передается через канал связи. В канале связи происходит зашумление композиционного контура шумовым, генерируемым в генераторе шумовых контуров (ГШК). Входными данными для него являются математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение шума $\sigma_{вх}$. Зашумленный композиционный контур поступает на вход приемника, где выполняется процедура распознавания. Для этого контурными согласованными фильтрами [6] (КСФ₁, ..., КСФ_М), количество которых равно количеству эталонных контуров, вычисляется реальная часть $(k^2 - 1)$ отсчета взаимно корреляционной функции зашумленного и соответствующего эталонного контуров:

$$\text{Re}(N, \Gamma_j) = \text{Re} \left(\sum_{n=0}^{k^2-1} \nu(n) \gamma_j^*(n) \right),$$



где j — номер эталона.

Экстремальное устройство (ЭУ) выбирает реальную часть отсчета с максимальным значением, и если она превышает порог U_0 , то по таблице соответствий выбирается символ алфавита в качестве элемента сообщения. Пороговый уровень U_0 определяется допустимым значением риска ошибочных решений, априорными вероятностями наличия и отсутствия символа, среднеквадратическим отклонением шума $\sigma_{\text{вк}}$ и нормой контура $\|\Gamma_j\|$ [7].

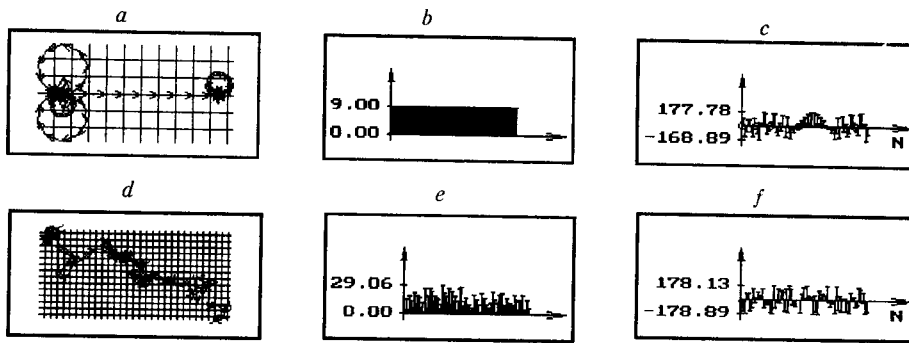
На рис. 4 представлены результаты моделирования работы системы связи, использующей в качестве сигналов композиционные контуры с $k = 9$. Для этого случая существует, как было показано А. И. Михайловым, не $2k = 18$, а 54 контура с дельтовидной АКФ. Поэтому алфавит символов включает все буквы русского алфавита и цифры.

На рис. 4, $a-c$ показаны соответственно вид отдельного незашумленного контура, его амплитудный и фазовый спектры, а на рис. 4, $d-f$ — аналогичные характеристики зашумленного контура при отношении сигнал/шум 6,364. Ниже приведен текст принятого сообщения (рис. 4, g).

Эффективность системы связи характеризуется вероятностями правильного и ошибочного распознаваний каждого символа и зависит от объема передаваемого алфавита. Поскольку помехоустойчивость всех символов, характеризуемая матрицей взаимных расстояний между векторами, задающими эти символы, одинакова, то эффективность системы связи можно определить характеристиками обнаружения по форме отдельного символа. В этом случае объем алфавита не играет роли. На рис. 5 показаны построенные экспериментально характеристики

обнаружения символа в виде композиционного контура $\Gamma_{0,1,2}$ ($k = 3$). Характеристики строились следующим образом: 1) формировалась репрезентативная выборка аддитивно зашумленных композиционных контуров одного класса с заданным отношением сигнал/шум $q = \|\Gamma\|/\sigma_{\text{вк}}$; 2) производилась фильтрация этих контуров фильтром, согласованным с эталонным контуром; 3) для заданных значений отношения сигнал/шум и вероятности ложной тревоги F определялась величина порога обнаружения U_0 ; 4) находилась оценка вероятности правильного обнаружения D как отношение количества случаев превышения уровня U_0 выходного сигнала фильтра к количеству входных сигналов. Из сравнения полученных характеристик с характеристиками оптимального обнаружителя [8] видно, что система связи на базе композиционных контуров обладает потенциальной помехоустойчивостью. В сочетании с возможностью обеспечения потенциальной разрешающей способностью принимаемых символов это делает композиционные контуры перспективными сигналами для систем связи.

3. Сложные гармонические сигналы, ассоциированные с композиционными контурами из полного семейства элементарных контуров. Рассматривая $\{\gamma(n)\}_{0,k-1}$ как последовательность комплексных амплитуд, с



g
7 МАЯ 1895 ГОДА - ЦЕНЬ РОЖДЕНИЯ РАДИО

Рис. 4. Результаты моделирования работы системы связи с сигналами в виде композиционных контуров

каждым полигональным контуром Γ можно ассоциировать дискретно-кодированный сигнал из k кодовых интервалов. Элементарному вектору $\gamma(n) = |\gamma(n)| \exp[i\varphi(n)]$ ставится в соответствие n -й кодовый интервал сигнала. Амплитуда синусоиды в пределах этого интервала равна $|\gamma(n)|$, а начальная фаза — $\arg \gamma(n) = \varphi(n)$. Частота синусоиды во всех кодовых интервалах постоянна (рис. 6). Если дискретно-кодированный сигнал ассоциируется с композиционным контуром из полного семейства ЭК, то амплитуды синусоид во всех кодовых интервалах будут одинаковы, а начальные фазы принимают значения из ряда $\left\{ \frac{2\pi}{k} n \right\}$ (рис. 7). Таким образом, все свойства подобного сигнала определяются последовательностью начальных фаз кодовых интервалов

$$\{\varphi(0), \varphi(1), \dots, \varphi(k^2 - 1)\}, \quad (6)$$

причем $\varphi(0) = 0$, так как элементарный вектор $\gamma_m(0)$ любого ЭК всегда равен единице.

Структура системы связи на основе сложного периодического сигнала по сравнению с представленной на рис. 2 должна включать в передающем устройстве генератор сигналов в гармонической форме, а в приемном устройстве — систему фазовой автоподстройки частоты, вырабатывающую последовательность начальных фаз синусоид каждого кодового интервала в соответствии с

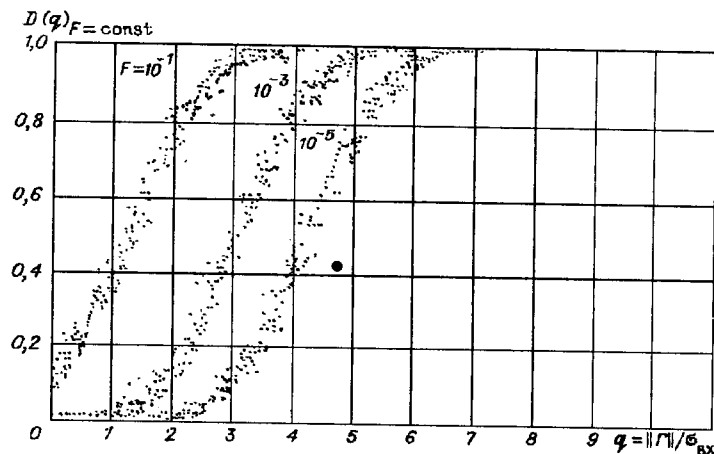


Рис. 5. Характеристики обнаружения композиционного контура

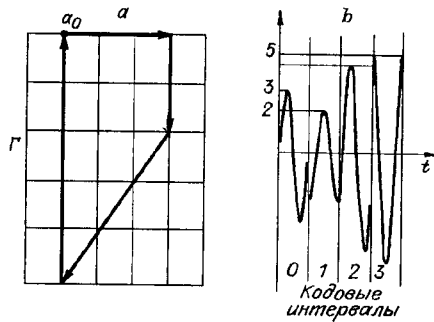


Рис. 6. Контур $\Gamma = \{3; -2i; -3 - 3i; 5i\}$ (а) и ассоциированный с этим контуром гармонический сигнал (б)

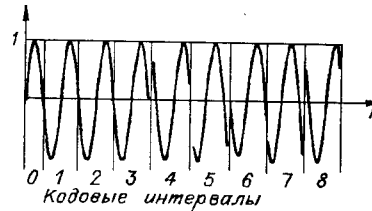


Рис. 7. Сложный гармонический сигнал, ассоциированный с композиционным контуром $\Gamma_{0,1,2}$ (см. рис. 1)

выражением (б). Количество периодов синусоиды в пределах кодового интервала определяется требуемой точностью оценки начальной фазы $\varphi(n)$ и отношением сигнал/шум. В качестве канала связи в данном случае может быть использован не только проводной, но и радиоканал.

Подобный дискретно-кодированный сигнал был описан Фрэнком [3]. Однако им не было обнаружено свойство идеального сжатия сигнала на основе композиционного контура, обеспечивающее полное отсутствие боковых лепестков при прохождении сигнала (б) через согласованный фильтр. Сигнал, описанный Фрэнком, на выходе такого фильтра имел заметный уровень боковых лепестков из-за того, что для обработки применялась аperiodическая свертка. Как показано в [1], нулевой уровень боковых лепестков достигается лишь при использовании периодической (циклической) свертки.

Рассмотренный сложный гармонический сигнал представляет интерес в качестве радиолокационного зондирующего сигнала. Фрэнком был рассмотрен лишь один вид сигнала размерностью k , названный в работе [1] базовым. Как показано в разд. 1, существует не менее $2k$ сигналов со свойствами, аналогичными свойствам базового сигнала. Это дает возможность в каждом периоде повторения менять вид зондирующего сигнала, т. е. увеличивать интервал времени между появлением двух одинаковых сигналов до $2kT_n$, где T_n — период повторения зондирующих импульсов радиолокационной станции.

При приеме эхосигналов с помощью фильтра, согласованного с излученным в данном периоде повторения сигналом, производится его распознавание и выделяется именно этот вид сигналов.

Целый ряд недостатков существующих радиолокационных станций вызван тем, что форма зондирующего сигнала у большинства из них от периода к периоду не меняется. Один из них состоит в неоднозначности измерения дальности: дальность до цели может быть измерена однозначно лишь в том случае, когда запаздывание эхосигнала по отношению к зондирующему не превышает T_n . Использование сложного сигнала увеличивает интервал однозначно измеряемых дальностей в $2k$ раз. Другой недостаток радиолокационных станций заключается в подверженности их активным помехам, формируемым переизлучением принятого эхосигнала. Применение алфавита из $2k$ сложных гармонических сигналов, выбираемых по случайному закону в качестве зондирующих, делает радиолокационную станцию нечувствительной к уводящим по дальности помехам, угловым ответным помехам и т. д.

Заключение. Показано, что на основе теории обработки изображений могут быть получены интересные приложения для систем связи и радиолокации. Полученный алфавит сигналов композиционных контуров из полного семейства элементарных контуров обеспечивает высокую эффективность решения задачи разрешения-распознавания сигналов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Фурман Я. А.** Помехоустойчивые символы для передачи сообщений // Автометрия. 1996. № 1.
2. **Фурман Я. А., Михайлов А. И., Роженцов А. А.** Оптимальные информационные структуры в контурной среде // Тез. докл. конф. РОАИ-2-95. Ульяновск, 1995. Ч. 2.
3. **Кук Ч., Бернфельд М.** Радиолокационные сигналы. М.: Сов. радио, 1971.
4. **Введение в цифровую фильтрацию** /Под ред. Р. Богнера, А. Константинодиса: Пер. с англ. /Под ред. Л. И. Филиппова. М.: Мир, 1976.
5. **Филиппов Л. И.** Теория передачи дискретных сигналов. М.: Высш. шк., 1981.
6. **Фурман Я. А.** // Радиотехника. 1995. № 6.
7. **Фурман Я. А.** // Радиотехника. 1994. № 10.
8. **Лезин Ю. С.** Введение в теорию и технику радиотехнических систем. М.: Радио и связь, 1986.

Поступила в редакцию 6 октября 1995 г.

Реклама продукции в нашем журнале — залог Вашего успеха!