

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 621.383.292 : 621.391.922.001

В. А. Филь

(Жуковский Московской обл.)

ОТНОШЕНИЕ СИГНАЛ/ШУМ В ЛАЗЕРНЫХ ДОПЛЕРОВСКИХ ИЗМЕРИТЕЛЯХ СКОРОСТИ

На основе анализа нестационарного пуассоновского процесса образования дробовых шумов в фотоэлектронном умножителе получены выражения, позволяющие рассчитать отношение сигнал/шум в одночастичном и многочастичном режимах работы ЛДИС. Показан мультипликативный характер шума в ЛДИС.

Основным параметром, определяющим качество сигнала, принимаемого фотоприемником лазерного доплеровского измерителя скорости (ЛДИС), а следовательно, и точность измерения скорости, является отношение сигнал/шум. В качестве фотоприемника в ЛДИС, как правило, используются фотоэлектронные умножители (ФЭУ) [1]. Известно [2], что генерация тока фотокатода ФЭУ — это процесс образования дробовых шумов. Среднее значение данного процесса содержит сигнал с информацией о доплеровской частоте, пропорциональной измеряемой скорости, а дисперсия определяет шум, сопровождающий сигнал.

В [2] показано, что плотность вероятности случайного процесса образования дробовых шумов имеет вид

$$P(J, t) = \left(\frac{\tau_h}{2\pi e^2 A(t)} \right)^{1/2} e^{-(J - eA(t))^2 \tau_h / (2e^2 A(t))}, \quad (1)$$

где $A(t)$ — интенсивность дробовых шумов ФЭУ; e — заряд электрона; τ_h — длительность отклика ФЭУ по току на эмиттируемый фотокатодом электрон. $P(J, t)$ представляет собой нестационарный гауссов процесс, среднее значение которого

$$J_{\text{ср}}(t) = eA(t), \quad (2)$$

а дисперсия

$$J_{\text{МШ}}^2(t) = e^2 A(t) / \tau_h. \quad (3)$$

Плотность вероятности $P(J, t)$ в общем виде приведена на рис. 1. Кривая $J_{\text{ср}}(t)$ представляет собой среднее значение случайного процесса образования дробовых шумов, составной частью которого является сигнал, содержащий информацию о доплеровской частоте. Дисперсия этого случайного процесса определяет его разброс относительно среднего значения или квадрат тока мультипликативного шума, сопровождающего сигнал.

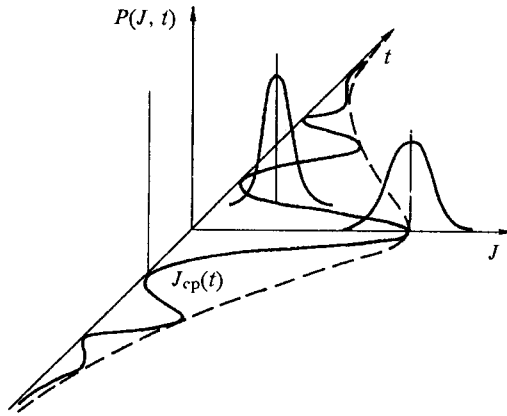


Рис. 1

длительности сигнального импульса по уровню $e^{-1/2}$; m — глубина модуляции сигнала; ω — доплеровская частота.

Подставляя в (2) и (3) $A(t)$ из (4), получаем

$$J_{cp}(t) = eA_{cp} + eA_{c0}e^{-(t^2/2a^2)}(1 + m\cos\omega t), \quad (5)$$

$$J_{МШ}^2(t) = e[(A_{cp} + A_{c0}e^{-(t^2/2a^2)}(1 + m\cos\omega t))/\tau_h]^{1/2}.$$

Учитывая, что информация о доплеровской частоте содержится в третьем члене выражения (5), а первый и второй члены представляют собой соответственно постоянную составляющую фоновой засветки и низкочастотную составляющую сигнала, можно записать для тока сигнала

$$J_{c0}(t) = eA_{c0}me^{-(t^2/2a^2)}\cos\omega t.$$

Мощность сигнала и мультипликативного шума равна

$$P_c = \frac{e^2 A_{c0}^2 m^2 R_0}{2T} \int_{-T}^T e^{-(t^2/a^2)} \cos^2 \omega t dt = \frac{e^2 A_{c0}^2 m^2 a R_0 \sqrt{\pi}}{2T} \Phi(T/a), \quad (6)$$

$$P_{МШ} = \frac{e^2 A_{cp} R_0}{\tau_h} + \frac{e^2 A_{c0} R_0}{T \tau_h} \int_{-T}^T e^{-(t^2/2a^2)} dt = \frac{e^2 A_{cp} R_0}{\tau_h} + \frac{e^2 A_{c0} a R_0 \sqrt{2\pi}}{T \tau_h} \Phi(T/\sqrt{2}a),$$

где T — пределы интегрирования; $\Phi(T/a)$ и $\Phi(T/\sqrt{2}a)$ — интегралы вероятности; R_0 — сопротивление нагрузки.

Первое слагаемое в (6) определяет мощность мультипликативного шума постоянной фоновой засветки.

Кроме мультипликативного шума, мощность которого определяется выражением (6), всегда имеется аддитивный тепловой шум, мощность которого равна $P_K = \frac{\beta k K}{\tau_h}$, где β — коэффициент пропорциональности; k — постоянная Больцмана; K — температура окружающей среды в градусах Кельвина. Отсюда отношение сигнал/шум по мощности на выходе ФЭУ с учетом теплового шума равно

$$\frac{C}{Ш_{ФЭУ}} = \frac{e^2 A_{c0}^2 \tau_h m^2 a R_0 \sqrt{\pi} \Phi(T/a)}{2[\beta k K T + e^2 A_{cp} R_0 T + e^2 A_{c0} a R_0 \sqrt{2\pi} \Phi(T/\sqrt{2}a)]}. \quad (7)$$

Функция $A(t)$, входящая в (2) и (3), в общем случае содержит постоянную фоновую засветку A_{cp} и функцию $A_c(t)$, определяющую сигнал:

$$A(t) = A_{cp} + A_c(t). \quad (4)$$

В [3] показано, что функция $A_c(t)$ при пролете одной светорассеивающей частицы через измерительный объем ЛДИС имеет вид

$$A_c(t) = A_{c0}e^{-(t^2/2a^2)}(1 + m\cos\omega t),$$

где A_{c0} — максимальное значение интенсивности вылета электронов с фотокатода ФЭУ; a — половина

С выхода ФЭУ сигнал поступает на полосовой фильтр с полосой пропускания $\Delta f_{\text{вх}}$. Спектр мультипликативного шума является равномерным в полосе пропускания ФЭУ [2], поэтому при его прохождении через входной фильтр с более узкой полосой пропускания $\Delta f_{\text{вх}}$ на выход фильтра проходит только часть полной энергии мультипликативного шума, определяемая отношением $\Delta f_{\text{вх}}/\Delta f_{\text{ФЭУ}}$. То же самое можно сказать и о тепловом шуме. Поэтому на выходе входного фильтра отношение сигнал/шум по мощности равно

$$\frac{C}{\text{Ш}_0} = \frac{\Delta f_{\text{ФЭУ}}}{\Delta f_{\text{вх}}} \frac{C}{\text{Ш}_{\text{ФЭУ0}}} \quad (8)$$

Без учета теплового шума и постоянной фоновой засветки

$$\frac{C}{\text{Ш}_0} = \frac{A_{\text{с0}}\tau_h m^2 \Delta f_{\text{ФЭУ}} \Phi(T/a)}{2\sqrt{2} \Delta f_{\text{вх}} \Phi(T/\sqrt{2}a)} \quad (9)$$

При $T \rightarrow \infty$

$$\frac{C}{\text{Ш}_0} = \frac{A_{\text{с0}}\tau_h m^2 \Delta f_{\text{ФЭУ}}}{2\sqrt{2} \Delta f_{\text{вх}}} \quad (10)$$

Формула (10) представляет собой зависимость $\frac{C}{\text{Ш}_0}(A_{\text{с0}}\tau_h, m)$, где $A_{\text{с0}}\tau_h$ — число электронов, эмиттированных с фотокатода ФЭУ за время τ_h . Эта зависимость показана на рис. 2.

Пользуясь формулами (7) — (9), можно осуществить выбор мощности лазера, необходимой для достижения требуемого отношения сигнал/шум при заданной глубине модуляции, или определить отношение сигнал/шум при заданной мощности лазера и глубине модуляции.

Время интегрирования T при пороговой обработке сигнала ЛДИС зависит от амплитуды конкретного сигнального импульса. Обычно оптимальный порог определяется следующим образом: $u_{\text{п}} = eA_{\text{опт}}R_0 e^{-1/2}$, где $A_{\text{опт}}$ — максимальное значение интенсивности вылета электронов с фотокатода ФЭУ при оптимальном сигнале.

Для сигнального импульса, имеющего амплитуду $eA_{\text{с0}}R_0$, можно записать: $eA_{\text{с0}}R_0 e^{-(T^2/2a^2)} = eA_{\text{опт}}R_0 e^{-1/2}$. Отсюда значение T в выражениях (7) — (9) получается равным

$$T = a\sqrt{1 + 2\ln(A_{\text{с0}}/A_{\text{опт}})} \quad (11)$$

Полученные выше результаты относятся к одночастичному режиму работы ЛДИС, когда через измерительный объем ЛДИС в данный момент времени пролетает одна светорассеивающая частица.

В случае многочастичного режима работы ЛДИС для интенсивности вылета электронов с фотокатода ФЭУ

$$A_m(t) = A_{\text{ср}} + \sum_{i=1}^{k(0, \tau_i)} A_i e^{-(t-t_i)^2/2a_i^2} (1 + m_i \cos \omega_i t) \quad (12)$$

Индекс i в формуле (12) относится к i -му сигнальному импульсу. Как и прежде,

$A_{\text{ср}}$ и $A_i e^{-(t-t_i)^2/2a_i^2}$ представляют собой соответственно постоянную фоновую засветку и низкочастотную составляющую сигнального импульса. На выходе ФЭУ они дадут в результате суммирования пос-

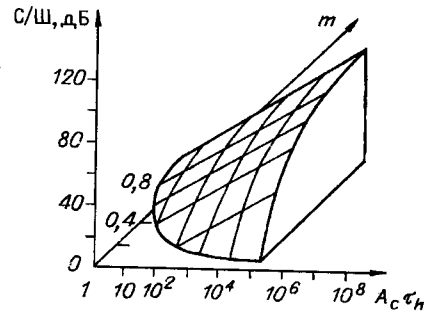


Рис. 2

тоянную составляющую, среднее значение $A_{\text{срм}}$ которой можно получить, исходя из предположения, что процесс суммирования сигнальных импульсов также является нестационарным пуассоновским процессом [2]. Отсюда

$$A_{\text{срм}} = A_{\text{с0}} N \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(t-z)^2/2a^2} dz = A_{\text{с0}} N a \sqrt{2\pi}, \quad (13)$$

где N — интенсивность потока светорассеивающих частиц через измерительный объем ЛДИС. Здесь приняты допущения, что все суммируемые импульсы имеют одинаковое максимальное значение интенсивности вылета электронов с фотокатода ФЭУ ($A_i = A_{\text{с0}}$), одинаковую глубину модуляции ($m_i = m$) и одинаковое значение параметра a ($a_i = a$).

Суммирование членов в выражении (12), содержащих $\cos \omega_i t$, дает:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{k(0, \tau_i)} A_i m_i e^{-(t-t_i)^2/2a^2} \cos \omega_i t = & \left[\sum_{i=1}^k A_i^2 m_i^2 e^{-(t-t_i)^2/a^2} + \right. \\ & \left. + 2 \sum_{i,j=1}^{k(k-1)/2} A_i A_j m_i m_j e^{-(t-t_i)^2/4a^2} e^{-(t-(t_i+t_j)/2)^2/a^2} \cos((\omega_i - \omega_j)t + \psi) \right]^{1/2} \cos \xi(t), \quad (14) \end{aligned}$$

где $\xi(t)$ — функция, содержащая информацию о ω_i , $\xi(t) = \omega_j t_j - \omega_i t_i$.

Выражение в квадратных скобках в формуле (14) представляет собой амплитуду суммарного колебания. Среднее значение этой амплитуды можно определить с учетом того, что среднее значение второй суммы в квадратных скобках равно нулю, а среднее значение первой суммы определяется по аналогии с (13) как среднее значение нестационарного пуассоновского процесса:

$$A_{\text{ам}}^2 = A_{\text{с0}}^2 m^2 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(t-z)^2/a^2} N dz = A_{\text{с0}}^2 N m^2 a \sqrt{\pi}. \quad (15)$$

С учетом (14) и (15) можно записать:

$$A_{\text{м}}(t) = A_{\text{ср}} + A_{\text{с0}} N a \sqrt{2\pi} + A_{\text{с0}} m \sqrt{a N \sqrt{\pi}} \cos \xi(t). \quad (16)$$

Первый член в (16) представляет собой постоянную фоновую засветку, а второй член — постоянную составляющую сигнала. Они отфильтровываются входным фильтром. Третий член определяет сигнал, который проходит через входной фильтр и содержит информацию о доплеровской частоте. Подставляя $A_{\text{м}}(t)$ в (2) и (3), получаем соответственно ток сигнала и ток мультипликативного шума в многочастичном режиме работы ЛДИС.

Отсюда мощность сигнала и мультипликативного шума равна

$$P_{\text{срм}} = \frac{e^2 A_{\text{с0}}^2 m^2 a N R_0 \sqrt{\pi}}{2}, \quad P_{\text{мшм}} = \frac{e^2 A_{\text{ср}} R_0 + e^2 R_0 A_{\text{с0}} N a \sqrt{2\pi}}{\tau_h}.$$

Отношение сигнал/шум в многочастичном режиме работы ЛДИС по мощности с учетом теплового шума на выходе ФЭУ равно

$$\frac{C}{\text{Ш}_{\text{ФЭУм}}} = \frac{A_{\text{с0}}^2 m^2 a N \tau_h \sqrt{\pi}}{2(A_{\text{ср}} + A_{\text{с0}} a N \sqrt{2\pi}) + \frac{\beta k K}{\tau_h}}, \quad (17)$$

а на выходе входного фильтра

$$\frac{C}{\text{Ш}_{\text{м}}} = \frac{\Delta f_{\text{ФЭУ}}}{\Delta f_{\text{вх}}} \frac{C}{\text{Ш}_{\text{ФЭУм}}}. \quad (18)$$

Без учета постоянной фоновой засветки и теплового шума получаем

$$\frac{C}{\Pi_m} = \frac{C}{\Pi_0}, \quad (19)$$

где C/Π_0 определяется выражением (10). Отсюда следует вывод, что отношения сигнала к мультипликативному шуму без учета фоновой засветки в одночастичном и многочастичном режимах работы ЛДИС равны. Эти выражения позволяют оценивать отношение сигнал/шум при заданных параметрах ЛДИС или выбирать параметры ЛДИС при заданном отношении сигнал/шум.

Формулы (17)—(19) получены в предположении, что в многочастичном режиме суммируются идентичные сигнальные импульсы, отличающиеся только моментами времени, в которые они появляются. В реальной ситуации это не так. Поэтому, чтобы пользоваться данными результатами, необходимо исследовать статистику распределения максимальных значений интенсивности вылета электронов с фотокатода ФЭУ, статистику распределения глубины модуляции и подставлять их средние значения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ринкевичюс Б. С. Лазерная диагностика потоков. М.: МЭИ, 1990.
2. Гальярди Р. М., Карп Ш. Оптическая связь: Пер. с англ. С. М. Бабия /Под ред. А. Г. Шереметьева. М.: Связь, 1978.
3. Гродзовский Г. Л. Анализ точности измерений ЛДИСа // Труды ЦАГИ. 1979. Вып. 1750.

Поступило в редакцию 17 ноября 1995 г.
