

НОВЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 621.391.28 : 519.816

Ю. Н. Золотухин, Д. И. Кореньков, А. А. Нестеров
(Новосибирск)

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ УПРАВЛЕНИЯ
СЕТЬЮ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ
НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ

На примере задач выбора кратчайших маршрутов и реконфигурации сети передачи данных иллюстрируются возможности методов теории нечетких множеств.

1. При управлении сложными системами часто приходится принимать решения в условиях неопределенности, причем эта неопределенность во многих случаях не носит вероятностного характера. Типичным примером здесь являются задачи принятия решений при нечетко определенных целях и нечетких ограничениях. Использование классических методов в этих случаях наталкивается на известные трудности. В настоящее время для решения таких задач все чаще привлекаются методы теории нечетких множеств [1—3]. При этом используются понятия нечетких оценок степени достижения нечетких целей и степени удовлетворения ограничений. Оптимальным является решение, максимизирующее функцию принадлежности пересечения соответствующих нечетких множеств. В работе показана эффективность данных методов на примере двух задач управления сетью передачи данных.

2. При проектировании и эксплуатации сетей передачи данных возникает проблема выбора кратчайшего пути между узлами i и j с учетом ограничений на пропускную способность каналов [4, 5]. Рассмотрим соответствующую задачу, предварительно уточнив некоторые понятия и обозначения.

Узлы сети обозначим числами $1, 2, \dots, n$. Маршрут между узлами i и j , проходящий последовательно через транзитные узлы i_1, \dots, i_k , обозначим упорядоченным набором $ii_1 \dots i_k j$. Несуществующий маршрут будем считать нулевым маршрутом и обозначать нулем. Маршрут, в котором есть повторяющиеся узлы, считается несуществующим. Это исключает из рассмотрения маршруты с петлями.

Канал связи, непосредственно соединяющий узлы i и j , обозначается упорядоченной парой ij . Наличие такого канала гарантирует существование маршрута ij без промежуточных узлов. Отсутствие такого маршрута означает и отсутствие соответствующего канала.

С учетом введенных обозначений топология сети полностью описывается матрицей

$$m = \begin{bmatrix} 0 & m_{12} & \dots & m_{1n} \\ m_{21} & 0 & \dots & m_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_{n1} & m_{n2} & \dots & 0 \end{bmatrix},$$

где

$$m_{ij} = \begin{cases} ij & \text{при наличии канала } ij; \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Очевидно, определенная таким образом матрица m описывает и все маршруты без транзитных узлов.

Для полной характеристики сети необходимо ввести пропускную способность L_{ij} канала ij и интенсивность обмена λ_{sk} между узлами s и k . Интенсивность потока сообщений через канал ij обозначим l_{ij} . Длиной маршрута $ii_1 \dots i_k j$ будем считать число k — количество промежуточных узлов в этом маршруте.

Сформулируем две задачи.

Задача 1. В множестве M всех возможных маршрутов найти подмножество M_0 такое, что:

1) в подмножестве M_0 обязательно найдется маршрут, возможно, не единственный, связывающий любой узел i с любым узлом j ;

2) система маршрутов M_0 гарантирует выполнение условий $l_{ij} \leq L_{ij}$ для всех каналов;

3) маршруты $ii_1 \dots i_k j \in M_0$ обладают наименьшей средней длиной $k(i, j)$ по определяемому ниже критерию (7) среди всех маршрутов, связывающих узел i с узлом j и удовлетворяющих п. 2.

Таким образом, M_0 — множество кратчайших маршрутов, обеспечивающих связь каждого узла с каждым и гарантирующих отсутствие перегрузок каналов связи. Невозможность выполнения условий пп. 1, 2 означает недостаточную пропускную способность сети.

В случае выхода из строя некоторых каналов сети необходимо провести ее реконфигурацию, т. е. выбрать новую систему маршрутов. При этом время восстановления работоспособности сети зависит от количества изменений в маршрутных таблицах центров коммутации и, следовательно, от количества измененных маршрутов. В связи с этим возникает

Задача 2. В множестве M' всех маршрутов, возможных при новой конфигурации сети, найти подмножество M'_0 маршрутов, удовлетворяющих условиям 1 и 2 задачи 1 и условию

3') количество измененных маршрутов должно быть минимальным.

Для решения задач 1 и 2 нам понадобятся процедуры перечисления маршрутов и вычисления критериев по пп. 3 и 3' задач 1 и 2 соответственно.

Для перечисления маршрутов воспользуемся процедурой, описанной в [6]. Введем матрицу m' , которую получим из матрицы m удалением в каждом ее элементе номера первого по порядку следования узла, т. е. заменой упорядоченной пары ij на число j . Далее положим

$$\begin{cases} m_0 = m, \\ m_1 = m_0 m', \\ m_2 = m_1 m', \\ \dots \\ m_{n-2} = m_{n-3} m'. \end{cases} \quad (1)$$

В определении (1) в правых частях соответствующих равенств стоят произведения матриц, в которых под операцией $i_1 \dots i_k j \times s$ следует понимать маршрут $i_1 \dots i_k j s$ и под $i_1 \dots i_k j + i_1 \dots i_k j$ — существование соответствующих параллельных маршрутов. При появлении в обозначении маршрута повторяющихся индексов этот маршрут заменяется нулем. Умножение любого маршрута на нуль даст нуль, сложение маршрута с нулем не изменяет маршрута.

С учетом сделанных замечаний матрица m_0 определяет все маршруты без промежуточных узлов, матрица m_1 — все маршруты с одним промежуточным узлом и т. д. Последней в этом ряду стоит матрица m_{n-2} , которая перечисляет маршруты с $n-2$ промежуточными узлами, так как более длинных маршрутов без петель для сети с n узлами не существует. Матрица

$$\bar{M} = \sum_{i=0}^{n-2} m_i \quad (2)$$

перечисляет все возможные в данной сети маршруты.

Далее, каждому маршруту $i_1 \dots i_k j$ поставим в соответствие коэффициент $\alpha_{i_1 \dots i_k j}$, равный доле потока между узлами i и j , которую сеть передает по данному маршруту. Очевидно,

$$0 \leq \alpha_{i_1 \dots i_k j} \leq 1 \quad (3)$$

и

$$\sum_{i_1 \dots i_k} \alpha_{i_1 \dots i_k j} = 1, \quad i, j = 1, \dots, n. \quad (4)$$

Множество наборов коэффициентов $\alpha_{i_1 \dots i_k j}$, $i, j = 1, \dots, n$, удовлетворяющих (3) и (4), обозначим через A , и произвольный элемент этого множества — через α без индексов. При фиксированных коэффициентах α и заданных интенсивностях обмена λ_{sk} поток l_{ij} через канал ij определяется соотношением

$$l_{ij}(\alpha) = \sum_{s,k} \lambda_{sk} \sum_{\substack{i_1 \dots i_q \\ j_1 \dots j_p}} \alpha_{s i_1 \dots i_q j_1 \dots j_p k}. \quad (5)$$

Отсутствие перегрузок в каналах требует выполнения условий

$$l_{ij}(\alpha) \leq L_{ij}, \quad i, j = 1, \dots, n. \quad (6)$$

Выбор коэффициентов α полностью определяет выбор маршрутов и режим сети, так как при $\alpha_{i_1 \dots i_k j} = 0$ соответствующий маршрут исключается из рассмотрения, а при $\alpha_{i_1 \dots i_k j} = 1$ исключаются из рассмотрения все маршруты, параллельные выбранному.

В качестве критерия $k_{ij}(\alpha)$ длины маршрута между узлами i и j примем среднюю длину маршрутов, используемых для передачи сообщений между узлами i и j , т. е.

$$k_{ij}(\alpha) = \sum_{i_1 \dots i_k} k \alpha_{i_1 \dots i_k j}, \quad i, j = 1, \dots, n. \quad (7)$$

Теперь задачу 1 можно сформулировать следующим образом: найти наборы $\alpha \in A$, удовлетворяющие условиям (6) и доставляющие минимум функционалам (7).

Выборную таким образом систему маршрутов назовем базовой, а наборы коэффициентов базовой системы обозначим через α^0 .

В случае выхода из строя некоторых каналов связи нам необходимо выбрать новую систему коэффициентов $\alpha_{i_1 \dots i_j}$, причем вновь выбранная система должна минимально отличаться от базовой. В качестве критерия оптимальности в данном случае целесообразно принять величину

$$\Delta(\alpha) = \sum_{i_1 \dots i_j} 1 \left[|\alpha_{i_1 \dots i_j}^0 - \alpha_{i_1 \dots i_j}| \right]. \quad (8)$$

В таком случае задача 2 формулируется следующим образом: найти наборы коэффициентов $\alpha' \in A$, удовлетворяющие условию (6) и доставляющие минимум функционалу (8).

3. Описанные нами задачи 1 и 2 являются задачами на условный экстремум со многими критериями и ограничениями в виде равенств и неравенств. Выше уже отмечалось, что в последнее время для решения задач с векторными критериями и ограничениями типа неравенств все чаще применяются методы теории нечетких множеств. Например, в работе [7] эти методы используются для решения близкой по постановке задачи восстановления распределительной сети системы энергоснабжения после выхода из строя одного из фидеров системы.

Опишем процедуру применения теории нечетких множеств, приводящую к решению задач 1 и 2.

1. Представим значения критериев $k_{ij}(\alpha)$, $\Delta(\alpha)$ и потоков $l_{ij}(\alpha)$ элементами образов соответствующих нечетких подмножеств \tilde{k}_{ij} , $\tilde{\Delta}$, \tilde{l}_{ij} универсального множества A с функциями принадлежности

$$\mu_{\tilde{k}_{ij}}(\alpha) = \mu_{\tilde{k}_{ij}}(k_{ij}(\alpha)), \quad \mu_{\tilde{\Delta}}(\alpha) = \mu_{\tilde{\Delta}}(\Delta(\alpha)), \quad \mu_{\tilde{l}_{ij}}(\alpha) = \mu_{\tilde{l}_{ij}}(l_{ij}(\alpha)) \quad (9)$$

при отображениях $k_{ij} = k_{ij}(\alpha)$, $\Delta = \Delta(\alpha)$, $l_{ij} = l_{ij}(\alpha)$. Указанные значения критериев и потоков будем рассматривать как нечеткие оценки степени достижения целей и степени удовлетворения ограничений.

2. Построим функции принадлежности пересечений соответствующих нечетких подмножеств

$$\mu_1(\alpha) = \min \left[\mu_{\tilde{k}_{12}}(k_{12}(\alpha)), \dots, \mu_{\tilde{k}_{n-1}}(k_{n-1}(\alpha)), \mu_{\tilde{l}_{12}}(l_{12}(\alpha)), \dots, \mu_{\tilde{l}_{n-1}}(l_{n-1}(\alpha)) \right]; \quad (10)$$

$$\mu_2(\alpha) = \min \left[\mu_{\tilde{\Delta}}(\Delta(\alpha)), \mu_{\tilde{l}_{12}}(l_{12}(\alpha)), \dots, \mu_{\tilde{l}_{n-1}}(l_{n-1}(\alpha)) \right] \quad (11)$$

для задач 1 и 2 соответственно.

3. Среди коэффициентов $\alpha \in A$ найдем коэффициенты α^0 и α' в соответствии с соотношениями

$$\alpha^0 = \arg \left[\max_{\alpha \in A} \mu_1(\alpha) \right]; \quad (12)$$

$$\alpha' = \arg \left[\max_{\alpha \in A} \mu_2(\alpha) \right]. \quad (13)$$

Определенные таким образом коэффициенты α^0 и α' и будем считать решениями нечетко определенных задач 1 и 2.

Описанная процедура требует некоторого обсуждения. При надлежащем выборе функций принадлежности (9) процедуры типа описанных в пп. 1—3 дают решения, сколь угодно близкие к оптимальным. Вопрос о надлежащем выборе этих функций остается открытым, однако описанная процедура даст удовлетворительные решения и при просто разумном выборе функций принадлежности.

Для задач 1 и 2 такой выбор довольно прост. Матрица \bar{M} , вычисляемая в соответствии с (2), позволяет легко определить максимальную и минимальную длину параллельных маршрутов между узлами i и j . Тогда можно положить

$$\mu_{k_{ij}}(\alpha) = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 \leq k_{ij}(\alpha) \leq k_{ij\min}; \\ 1 - \frac{k_{ij}(\alpha) - k_{ij\min}}{k_{ij\max} - k_{ij\min}} & \text{при } k_{ij\min} < k_{ij}(\alpha) < k_{ij\max}; \\ 0 & \text{при } k_{ij}(\alpha) \geq k_{ij\max}. \end{cases} \quad (14)$$

Далее, очевидно, что $\Delta(\alpha) \geq 1$, так как при выходе из строя канала ij меняется, по крайней мере, маршрут ij . В данном случае целесообразно положить

$$\mu_{\Delta}(\alpha) = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 \leq \Delta(\alpha) \leq 1; \\ \frac{1}{\Delta^2(\alpha)} & \text{при } \Delta(\alpha) > 1. \end{cases} \quad (15)$$

При определении $\mu_{l_{ij}}(\alpha)$ решающими являются ограничения $l_{ij}(\alpha) \leq L_{ij}$. В связи с возможными флуктуациями потока сообщений во времени нецелесообразно работать с нагрузками, близкими к предельным. Поэтому для $\mu_{l_{ij}}(\alpha)$ можно воспользоваться следующим определением:

$$\mu_{l_{ij}}(\alpha) = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 \leq l_{ij}(\alpha) \leq \beta L_{ij}; \\ 1 - \frac{l_{ij}(\alpha) - \beta L_{ij}}{(1 - \beta)L_{ij}} & \text{при } \beta L_{ij} < l_{ij}(\alpha) < L_{ij}; \\ 0 & \text{при } l_{ij}(\alpha) \geq L_{ij}, \end{cases} \quad (16)$$

где $\beta \in [0, 1]$ — некоторый коэффициент запаса. На рис. 1, а—с показаны введенные нами функции принадлежности.

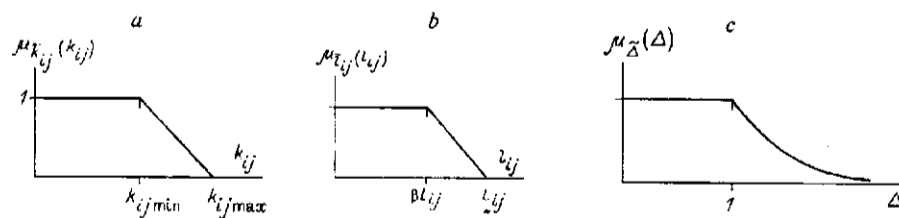


Рис. 1. Функции принадлежности

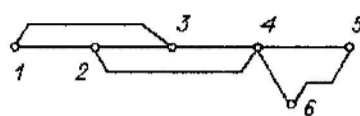


Рис. 2. Топология фрагмента сети передачи данных

4. В качестве примера использования предлагаемой процедуры рассмотрим задачу выбора кратчайших маршрутов в сети передачи данных Новосибирского отделения Западно-Сибирской железной дороги. Топология фрагмента сети показана на рис. 2. Для данной топологии имеем:

$$m_0 = \begin{bmatrix} 0 & 12 & 13 & 0 & 0 & 0 \\ 21 & 0 & 23 & 24 & 0 & 0 \\ 31 & 32 & 0 & 34 & 0 & 0 \\ 0 & 42 & 43 & 0 & 45 & 46 \\ 0 & 0 & 0 & 54 & 0 & 56 \\ 0 & 0 & 0 & 64 & 65 & 0 \end{bmatrix};$$

$$m_1 = \begin{bmatrix} 0 & 132 & 123 & 124 + 134 & 0 & 0 \\ 231 & 0 & 213 + 243 & 234 & 245 & 246 \\ 321 & 312 + 342 & 0 & 324 & 345 & 346 \\ 421 + 431 & 432 & 423 & 0 & 465 & 456 \\ 0 & 542 & 543 & 564 & 0 & 546 \\ 0 & 642 & 643 & 654 & 645 & 0 \end{bmatrix}; \quad (17)$$

$$m_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1342 & 1243 & 1324 + 1234 & 1245 + 1345 & 1246 + 1346 \\ 2431 & 0 & 0 & 2134 & 2345 + 2465 & 2346 + 2456 \\ 3421 & 0 & 0 & 3124 & 3245 + 3465 & 3246 + 3456 \\ 4321 + 4231 & 4312 & 4213 & 0 & 0 & 0 \\ 5421 + 5431 & 5432 + 5642 & 5423 + 5643 & 0 & 0 & 0 \\ 6421 + 6431 & 6432 + 6542 & 6423 + 6543 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Как будет видно из дальнейшего рассмотрения, для выбора базовой системы маршрутов нам не понадобятся маршруты с $k_{ij} > 2$. Поэтому матрицы m_0 , m_1 и m_2 дают все необходимые маршруты.

Полагаем, что каналы, образующие данную сеть, имеют одинаковую пропускную способность $L_{ij} = L$. Рассмотрим задачу в предположении, что интенсивности обмена между узлами сети удовлетворяют соотношению

$$\lambda_{ij} = \begin{cases} \lambda & \text{для } i, j \neq 4; \\ q\lambda & \text{для } i = 4 \text{ или } j = 4, q > 1. \end{cases} \quad (18)$$

С учетом (17) соотношения (5) позволяют вычислить нагрузку каналов, например:

$$l_{12}(\alpha) = \alpha_{12}\lambda_{12} + (\alpha_{123} + \alpha_{1243})\lambda_{13} + \\ + (\alpha_{124} + \alpha_{1234})\lambda_{14} + \alpha_{1245}\lambda_{15} + \\ + \alpha_{1246}\lambda_{16} + \alpha_{312}\lambda_{32} + \alpha_{3124}\lambda_{34} + \alpha_{4312}\lambda_{42}.$$

Аналогичным образом используются соотношения (4), ограничивающие области изменения коэффициентов α , например:

$$\alpha_{12} + \alpha_{132} + \alpha_{1342} = 1, \\ \alpha_{13} + \alpha_{123} + \alpha_{1243} = 1, \\ \alpha_{124} + \alpha_{134} + \alpha_{1324} + \alpha_{1234} = 1 \text{ и т. д.}$$

Далее, так как матрицы m_0 , m_1 , m_2 перечисляют маршруты с длиной от 0 до 2, значения функций принадлежности $\mu_{k_{ij}}(\alpha)$ в соответствии с (14) быстро умень-

шаются от 1 до 0 при изменении $k_{ij}(\alpha)$ от $k_{ij\min}$ до $k_{ij\max}$. Это позволяет с помощью процедур (10), (12) сразу отобрать маршруты минимальной длины в тех случаях, когда такие маршруты единственны (не имеют параллельных маршрутов равной длины). Отобранные таким образом маршруты представлены матрицей

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} 0 & 12 & 13 & 124 + 134 & 1245 + 1345 & 1246 + 1346 \\ 21 & 0 & 23 & 24 & 245 & 246 \\ 31 & 32 & 0 & 34 & 345 & 346 \\ 421 + 431 & 42 & 43 & 0 & 45 & 46 \\ 5421 + 5431 & 542 & 543 & 54 & 0 & 56 \\ 6421 + 6431 & 642 & 643 & 64 & 65 & 0 \end{bmatrix}.$$

Теперь для окончательного выбора маршрутов необходимо определить лишь коэффициенты α_{124} , α_{134} , α_{1245} , α_{1345} , α_{1246} и α_{1346} , так как ввиду симметричности матрицы \bar{M} остальные коэффициенты можно не вычислять. Перечисленные коэффициенты влияют на загрузку каналов 12, 13, 24, 34, 45 и 46. В соответствии с (18) получаем

$$\begin{cases} l_{12}(\alpha) = (1 + q\alpha_{124} + \alpha_{1245} + \alpha_{1246})\lambda; \\ l_{13}(\alpha) = (1 + q\alpha_{134} + \alpha_{1345} + \alpha_{1346})\lambda; \\ l_{24}(\alpha) = (q + 2 + q\alpha_{124} + \alpha_{1245} + \alpha_{1246})\lambda; \\ l_{34}(\alpha) = (q + 2 + q\alpha_{134} + \alpha_{1345} + \alpha_{1346})\lambda; \\ l_{45}(\alpha) = (q + 2 + \alpha_{1245} + \alpha_{1345})\lambda; \\ l_{46}(\alpha) = (q + 2 + \alpha_{1246} + \alpha_{1346}). \end{cases} \quad (19)$$

Соотношения (4) в данном случае дают:

$$\begin{cases} \alpha_{124} + \alpha_{134} = 1; \\ \alpha_{1245} + \alpha_{1345} = 1; \\ \alpha_{1246} + \alpha_{1346} = 1. \end{cases} \quad (20)$$

Из двух последних соотношений (20) следует, что l_{45} и l_{46} не зависят от выбора коэффициентов α и, следовательно, не влияют на выбор маршрутов. Очевидно, далее, что наиболее загружены маршруты 24 и 34. Именно они и определяют выбор коэффициентов α . В связи с тем, что функции $\mu_{\bar{k}_{ij}}(\alpha)$ уже не участвуют в процедуре (10), (12), а функции $\mu_{i_j}(\alpha)$ в соответствии с (16) имеют одинаковый вид, процедура (10), (12) сводится к определению

$$\alpha^0 = \arg \left[\min_{\alpha \in A} \max (l_{24}(\alpha), l_{34}(\alpha)) \right]. \quad (21)$$

Соотношения (19)—(21) полностью определяют коэффициенты α :

$$\alpha_{124}^0 = \alpha_{134}^0 = \alpha_{1245}^0 = \alpha_{1345}^0 = \alpha_{1246}^0 = \alpha_{1346}^0 = 1/2.$$

Однако распределение потока между параллельными маршрутами может оказаться неудобным в реализации. Если интенсивности потоков в сети не очень близки к предельным, следует остановиться на варианте, когда $\alpha \in \{0; 1\}$. В этом случае можно выбрать, например,

$$\alpha_{124}^0 = \alpha_{1345}^0 = \alpha_{1246}^0 = 1;$$

$$\alpha_{134}^0 = \alpha_{1245}^0 = \alpha_{1346}^0 = 0.$$

Тогда базовая система маршрутов полностью определяется матрицей

$$\bar{M}^0 = \begin{bmatrix} 0 & 12 & 13 & 124 & 1345 & 1346 \\ 21 & 0 & 23 & 24 & 245 & 246 \\ 31 & 32 & 0 & 34 & 345 & 346 \\ 421 & 42 & 43 & 0 & 45 & 46 \\ 5431 & 542 & 543 & 54 & 0 & 56 \\ 6431 & 642 & 643 & 64 & 65 & 0 \end{bmatrix}.$$

В рассмотренном случае предложенная процедура позволила получить базовую систему маршрутов, не прибегая к громоздким вычислениям, опираясь только на логический анализ соотношений (10), (12). Разумеется, в более сложном случае или при загрузке каналов, близкой к предельной, необходимо провести полный анализ в соответствии с (3), (4), (10), (12).

Аналогично решается задача 2. Например, в случае выхода из строя каналов 23 и 32 выбирается маршрут 213 или 243 вместо маршрута 23. По объему необходимых изменений в сети эти маршруты равнозначны, а анализ загрузки каналов заставляет остановиться на маршруте 213.

5. Мы кратко рассмотрели некоторые особенности применения методов теории нечетких множеств к задаче управления сетью передачи данных. Рассмотренные примеры показывают эффективность предложенных процедур, позволяющих получить разумные решения с помощью простых рассуждений. Эта эффективность растет по мере усложнения решаемых задач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Беллман Р., Заде Л. Принятие решений в расплывчатых условиях // Вопросы анализа и процедуры принятия решений. М.: Мир, 1976.
2. Орловский С. А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. М.: Наука, 1981.
3. Пискунов А. И. Многостадийные нечетко формализованные системы. Ч. I. Нечеткие цели и ограничения в многошаговых процессах принятия решений в нечетких условиях. Ч. II. Методы решения задач управления изолированными и многостадийными нечетко формализованными системами // Автоматика и телемеханика. 1991. № 9, 10.
4. Захаров Г. П., Андрианов А. В. Исследование алгоритма маршрутизации, адаптивного к отказам каналов связи // Вопросы кибернетики. Процессы управления в сетях ЭВМ. М.: ВИНТИ, 1985. Вып. 105.
5. Иносэ Х., Сайто Т. Теоретические аспекты анализа и синтеза сетей пакетной связи // ТИИЭР. 1978. 66, № 11.
6. Кофман А. Введение в прикладную комбинаторику. М.: Наука, 1975.
7. Hsu Y.-Y., Kuo H.-C. A heuristic based fuzzy approach for distribution system service restoration // IEEE Trans. Power Delivery. 1994. 9, N 2. P. 948.

Поступила в редакцию 3 мая 1995 г.