РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

АВТОМЕТРИЯ

№ 2 1995

УДК 681.5.015

А. Б. Гаврилов, С. В. Маркова

(Новосибирск)

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ ОБЪЕКТА ПО НАЧАЛЬНОЙ РЕАКЦИИ НА ЗАДАННОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ

Предлагается метод идентификации передаточной функции (ПФ) линейной системы, основанный на методе экспоненциальной аппроксимации Прони. Предлагаемый метод приводит к более быстрой и точной процедуре определения динамических характеристик систем по сравнению с применением быстрого преобразования Фурье (БПФ).

Идентификация ПФ имеет большое значение в теории автоматического управления, так как многие методы анализа и синтеза основаны на использовании именно этой функции. В общем случае задача идентификации ПФ сводится к решению операторного уравнения вида

$$Wx = y,$$

где W — линейный непрерывный ограниченный оператор, который описывает динамические свойства линейной системы и устанавливает связь между входным и выходным сигналами; x, y — соответственно входной и выходной сигналы.

Оператор W может задаваться либо уравнением (1) в частотной области, либо уравнением (2):

$$W(j\omega)X(j\omega) = Y(j\omega), \tag{1}$$

$$W(S)X(S) = Y(S), \tag{2}$$

где $W(j\omega)$ — комплексная частотная характеристика; $X(j\omega)$, $Y(j\omega)$ — соответственно комплексные частотные спектры входного и выходного сигналов; $W(S)$ — передаточная функция системы; $X(S)$, $Y(S)$ — соответственно преобразование Лапласа входного и выходного сигналов; S — оператор преобразования Лапласа.

В ряде практических задач длительность переходного процесса объекта может быть весьма велика, что приводит к обработке исходных массивов большой размерности. Традиционно при обработке длинных реализаций используется переход в частотную область с помощью БПФ [1]. При заданном шаге дискретизации и длине реализации, превышающей ресурсы памяти, необходимо использовать усложненные алгоритмы БПФ, например секционирование выборок [2]. В настоящее время ПЭВМ в состоянии обеспечить с достаточной точностью БПФ реализаций большой размерности, однако при этом теряется оперативность обработки данных. Кроме того, необходимым условием применения БПФ является финитность сигнала, что не позволяет использовать данный аппарат в некоторых случаях, например при идентификации ПФ по переходной характеристике (ПХ). Но и в случае отсутствия указанных выше проблем БПФ присущ ряд принципиальных ограничений. Наиболее важные из них — неудовлетворительное разрешение спектральной оценки при анализе коротких реализаций и наложение спектральных линий нескольких частотных составляющих сигнала. В предельном случае спектральные линии слабых сигналов могут маскироваться боковыми лепестками более сильных составляющих. Правильный выбор функции окна, значения которой спадают на краях, позволяет ослабить утечку в боковые лепестки, однако лишь за счет снижения разрешающей способности. Решить задачу идентификации ПФ при использовании только части измеряемых данных, например, по начальной реакции системы на заданное воздействие можно только в случае адекватного описания переходного процесса с помощью некоторой модели.

Полагаем, что наиболее подходящая модель, аппроксимирующая N первых отсчетов ПХ, представляет сумму затухающих синусоид и экспонент, оценка параметров которых $\{A_i, \omega_i, \varphi_i, \alpha_i\}$ составляет сущность предлагаемого метода:

$$\hat{y}[n] = \sum_{i=1}^{p} A_i \exp[\alpha_i(n-1)T] \cos[\omega_i(n-1)T + \varphi_i] =$$

$$= \sum_{i=1}^{p} (b_i z_i^{n-1} + b_i (z_i^*)^{n-1}), \qquad n = 1, 2, \ldots, N, \tag{3}$$

где T — интервал дискретизации; p — порядок модели; $A_i, \omega_i, \varphi_i, \alpha_i$ — соответственно амплитуда, частота, фаза и коэффициент затухания i-й гармоники; $b_i = A_i \exp(j\varphi_i)$ — комплексная амплитуда; $z_i = \exp[(j\omega_i + \alpha_i)T]$ — комплексная экспонента; $*$ — оператор комплексного сопряжения.

Для оценки параметров модели можно воспользоваться методом Прони [3], основным моментом которого является тот факт, что функция (3) — однородное решение линейного разностного уравнения с постоянными коэффициентами, форму которого можно определить с помощью полинома

$$P(z) = \prod_{k=1}^{2p} (z - z_i) = \sum_{m=0}^{2p} c[m] z^{p-m} = 0, \tag{4}$$

где $c[i]$ — действительные коэффициенты, $c[0] = 1$.

Учитывая выражения (3) и (4), получим рекурсивное разностное уравнение

$$c[p]y[n-p] + \sum_{i=1}^{p} (c[p-i]y[n-p+i] + c[p+i]y[n-p-i]) = 0,$$

которое определено при $2p + 1 \le n \le N$. Таким образом, параметры z_i находятся посредством факторизации полинома (4) с учетом коэффициентов c_i, которые, в свою очередь, определяются минимизацией суммы квадратов ошибок линейного сглаживания, найденной на интервале $p + 1 \le n \le N - p$:

$$e[i] = y[n] + \sum_{i=0}^{p} (c[p-i]y[n+i] + c[p+i]y[n-i]).$$

Количество экспоненциальных составляющих p определяется с помощью методов выбора порядка АР-моделей [3]. После определения z_i задача сводится к решению системы линейных уравнений относительно неизвестных b_i, которые находятся с помощью метода наименьших квадратов посредством минимизации величины

$$\sigma^2 = \sum_{n=1}^{N} (\hat{y}[n] - y[n])^2.$$

Параметры модели определяются по формулам

$$\begin{cases} \omega_i = \operatorname{arctg}\left[\operatorname{Im}\{z_i\}/\operatorname{Re}\{z_i\}\right]/T, \\ A_i = |b_i|, \qquad \alpha_i = \ln|z_i|, \\ \varphi_i = \operatorname{arctg}\left[\operatorname{Im}\{b_i\}/\operatorname{Re}\{b_i\}\right]. \end{cases}$$

После того как параметры модели ПХ определены, подставляем их в выражение (3). В предположении, что структура принятой модели соответствует аппроксимируемой характеристике, возможен переход к непрерывной ПХ:

$$\hat{y}(t) = \sum_{i=1}^{p} A_i \exp(\alpha_i t)\cos(\omega_i t + \varphi_i),$$

тогда преобразование Лапласа функции $y(t)$ имеет вид:

$$Y(S) = \sum_{i=1}^{p} \frac{A_i((S - \alpha_i)\cos\varphi_i - \omega_i \sin\varphi_i)}{(S - \alpha_i)^2 + \omega_i^2}.$$

Очевидно, что аналогичную процедуру можно проделать и для входного сигнала $x[n]$. Однако в реальных системах автоматического управления возмущающие и управляющие воздействия не являются известными функциями времени, а носят случайный характер. Поэтому идентификация обычно проводится с использованием типовых входных сигналов, среди которых единичная ступенчатая функция представляет собой наиболее распространенный вид входного воздействия. Оценка передаточной функции для данного входного воздействия приобретает простой вид, так как преобразование Лапласа от единичной функции равно $1/S$:

$$W(S) = Y(S)S.$$

После того как найдена ПФ системы, амплитудочастотная (АЧХ) и фазочастотная (ФЧХ) характеристики определяются как модуль и аргумент комплексной частотной характеристики $W(j\omega)$.

Предлагаемый метод используется в автоматизированной установке, предназначенной для поверки динамических характеристик цифровой многоканальной системы регистрации вариаций магнитного поля Земли. Особенностью системы является наличие встроенных в измерительные каналы полосовых фильтров с полосой пропускания $5 \cdot 10^{-3}$—10 Гц, что необходимо для исключения влияния постоянной составляющей магнитного поля Земли и фильтрации неинформативных высокочастотных составляющих электромагнитного излучения. Длительность переходного процесса системы составляет 5—6 мин. При шаге квантования $T = 0{,}02$ с, задаваемом конструктивными особенностями системы, размерность обрабатываемых массивов имеет порядок 10^4 значений. Предлагаемый алгоритм позволил существенно сократить время обработки измерительной информации. В частности, для оценки АЧХ и ФЧХ с точностью, удовлетворяющей техническим требованиям к поверочной установке, вполне достаточно 250 отсчетов ПХ (примерно 5 с). При использовании синусоидального входного воздействия достаточно небольшого участка выходного сигнала (меньше периода синусоиды) в установившемся режиме, при этом точность результатов поверки в несколько раз выше по сравнению с традиционными.

$\sigma_{\delta y}$	σ_y	$\sigma_{АЧХ}$	$\sigma_{ФЧХ}$
0	$2{,}483 \cdot 10^{-6}$	$4{,}565 \cdot 10^{-5}$	$3{,}554 \cdot 10^{-4}$
$2{,}88675 \cdot 10^{-3}$	$3{,}354 \cdot 10^{-3}$	$9{,}698 \cdot 10^{-3}$	$1{,}114 \cdot 10^{-2}$
$8{,}66025 \cdot 10^{-3}$	$1{,}662 \cdot 10^{-2}$	$1{,}272 \cdot 10^{-1}$	$9{,}863 \cdot 10^{-2}$
$1{,}44338 \cdot 10^{-2}$	$4{,}138 \cdot 10^{-2}$	$2{,}547 \cdot 10^{-1}$	$3{,}086 \cdot 10^{-1}$

Получение функциональной зависимости точности определения динамических характеристик от уровня погрешности в исходных данных затруднительно, поэтому точность можно оценить на основе численного моделирования. В данном случае основную погрешность в исходных данных составляет погрешность от квантования сигналов по уровню, представляющая собой, как известно, «белый» шум с равномерным распределением в интервале $[-0{,}5q, 0{,}5q]$, имеющий дисперсию $\sigma^2 = q^2/12$, где q — шаг квантования по уровню. В таблице приводятся численные значения среднеквадратических отклонений вычисленных значений переходной характеристики σ_y, АЧХ $\sigma_{АЧХ}$ и ФЧХ $\sigma_{ФЧХ}$ системы регистрации при различном уровне аддитивной помехи $\sigma_{\delta y}$. Исследования показали, что предлагаемый алгоритм весьма чувствителен к погрешностям исходных данных и обеспечивает высокую точность поверки при их размере, не превышающем 3—5 % максимальных значений амплитуд сигналов. Превышение этого порога возможно для входных сигналов малой амплитуды, однако и в этом случае данный алгоритм работает точнее, чем алгоритм, основанный на БПФ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Попов Е. П., Бесекерский В. А. Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1975.
2. Введение в цифровую фильтрацию /Под ред. Р. Богнера, А. Константинидиса. М.: Мир, 1976.
3. Марпл-мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990.

Поступила в редакцию 23 августа 1994 г.