

**МЕТОДЫ И СРЕДСТВА
СИНТЕЗА ВИЗУАЛЬНОЙ ОБСТАНОВКИ**

УДК 681.3.06

Р. И. Великохатный, Б. С. Долговесов, Б. С. Мазурок, А. Ф. Рожков
(Новосибирск)

**ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ МНОГОУГОЛЬНИКОВ,
ЗАДАННЫХ В ПРОСТРАНСТВЕ НАБОРОМ ПЛОСКОСТЕЙ**

Описывается новый подход к представлению и преобразованию 3-мерных геометрических данных в системах визуализации. Геометрический примитив (многоугольник в пространстве) задается набором коэффициентов уравнений плоскостей: плоскости, в которой лежит многоугольник, и плоскостей, проходящих через ребра. В результате геометрических преобразований получается экранное описание многоугольника набором прямых, проходящих через ребра. Оно используется в методе растризации путем рекурсивного деления экрана. Анализируются некоторые преимущества рассматриваемого подхода в сравнении с традиционным.

Введение. В компьютерной графике и особенно в области визуализации 3-мерных сред традиционным является разделение вычислительного процесса на геометрические и видеопреобразования [1]. К геометрическим преобразованиям относятся операции в 3-мерном пространстве: преобразование координат объектов в систему наблюдателя, клипирование и просцирование, выполняемые с высокой точностью. Видеопреобразования, к которым относятся растрирование и пиксельные операции, выполняются в экранном пространстве с меньшей точностью. На примере системы «Альбатрос» в [2] можно проследить влияние метода видеопреобразования на структуру геометрических преобразований. В [3] описан метод растрирования многоугольников, обобщающий метод, используемый в системе «Альбатрос», который оперирует описанием многоугольника на экранной плоскости набором прямых, проходящих через ребра. Множество точек, принадлежащих многоугольнику, вычисляется при этом как пересечение полуплоскостей, расположенных по одну из сторон каждой прямой. Метод разложения полигонов в растр использует рекурсивное деление экрана на клетки. Существенным в этом методе является простота преобразования коэффициентов уравнений ребер в системы координат клеток при делении и простота критерия, позволяющего определить принадлежность многоугольника клетке.

В настоящей статье анализируется возможность отказа от традиционного описания многоугольников вершинами на этапе геометрических преобразований и предлагается переход к описанию многоугольников наборами коэффициентов линейных функций. Первый шаг был сделан в системе «Альбатрос», где переход к коэффициентам осуществлялся после преобразования в 3-мерную систему координат наблюдателя. Интерполяционные параметры и текстурная система координат грани в базе данных системы «Альбатрос» задавались коэффициентами линейных функций от 3-мерных координат. В результате появилась возможность заменить традиционную процедуру клипирования на приближенную операцию отбраковки ребер и многоугольников.

где $\{\hat{T}^{-1}\}^T$ — обратная и транспонированная к матрице поворота T . Матрица \hat{T} и вектор R_0 включают в себя масштабирование, сдвиг и другие линейные преобразования, совокупное действие которых можно привести к виду (4).

Коэффициенты для интерполяции интенсивности и текстуры преобразуются точно таким же образом, что и обеспечивает высокую однородность вычислений.

Отметим, что поворот системы координат по формуле (5) может быть выполнен с низкой разрядностью вычислителей, так как появляется возможность сделать его в последнюю очередь после приведения векторов к фиксированному формату.

Проекция ребер многоугольника на экран. Для проецирования ребра i на (7)

где p и q — произвольные постоянные.

Из множества этих плоскостей выделяется плоскость, проходящая через начало координат:

$$D_3 = pD_0 + qD_i = 0. \quad (8)$$

Так как плоскость определяется с точностью до произвольной константы, имеется множество различных пар (p, q) , удовлетворяющих условию (8). Из них удобно выбрать значения

$$p = -D_i; \quad q = D_0.$$

При данных значениях констант коэффициенты искомого уравнения обладают следующими свойствами:

1) при вычислении коэффициентов исключается трудоемкая операция деления, которая присутствует в традиционном способе проецирования вершин;

2) так как нормали новых плоскостей направлены внутрь пирамиды, образованной точкой наблюдения и многоугольником, для внутренних точек многоугольника вновь выполняются неравенства (3), что необходимо для корректной растризации многоугольника.

Подставляя выбранные значения констант в (7), получаем искомое уравнение плоскости, проходящей через ребро и начало системы координат наблюдателя:

$$A_3X + B_3Y + C_3Z = 0, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} A_3 &= D_0A_i - D_iA_0, \\ B_3 &= D_0B_i - D_iB_0, \\ C_3 &= D_0C_i - D_iC_0. \end{aligned} \quad (10)$$

Переход к уравнению линии на плоскости экрана, проходящей через ребро, тривиален, если плоскость экрана (x, y) есть $Z = 1$:

$$A_3x + B_3y + C_3 = 0$$

(см. также [2]).

Генерация габаритных ребер. Необходимость дополнительных габаритных ребер неизбежно возникает в алгоритмах разложения в растр, использующих задание многоугольников на плоскости экрана уравнениями бесконечных линий, проходящих через ребра. В системе «Альбатрос» для генерации габаритных ребер используются вершины многоугольника [2].

Если вершины в описании многоугольника отсутствуют, построение габаритных ребер должно опираться только на описание плоскостей.

Описание многоугольника набором плоскостей практически совпадает с описанием прямоугольной призмы, в основании которой лежит этот многоугольник. Покажем, что габаритными ребрами могут служить проекции на экран боковых ребер этой призмы.

Рассмотрим два случая положения наблюдателя относительно призмы:

1. Наблюдатель внутри призмы. В этом случае при проецировании многоугольника острых углов не возникает, если их не было в начальном описании многоугольника в базе данных. Габаритные ребра к многоугольнику не добавляются, поскольку все острые углы могут быть сглажены введением дополнительных ребер в базе данных.

2. Наблюдатель вне призмы. Среди боковых ребер призмы выберем два, проекции которых не пересекают проекцию многоугольника и проходят через пару вершин, окаймляя проекцию призмы на экране. Предположим, что проекции этих ребер можно использовать как габаритные ребра многоугольника. В самом деле, рассмотрим предельный случай вырождения многоугольника в прямую при проецировании, когда углы между двумя парами ребер стремятся к нулю. Проекция боковых ребер призмы, проходящие через вершины этих углов, будут приближенно перпендикулярны как ребрам многоугольника, так и линии пересечения плоскости многоугольника с экраном. Это и дает возможность использовать их как габаритные ребра в этом, близком к вырождению случае. Простой геометрический анализ показывает, что во всех других случаях проецирования построенные таким образом габаритные ребра обеспечивают устранение острых углов между соседними ребрами в проекции многоугольника.

Чтобы определить, какие из боковых ребер призмы должны быть взяты в качестве габаритных, разделим все боковые плоскости, представляющие ребра многоугольника, на два класса. В один класс входят плоскости, относительно которых наблюдатель находится в положительном полупространстве (т. е. нормаль повернута к наблюдателю), а в другой класс — оставшиеся плоскости (т. е. нормаль повернута от наблюдателя). Ограничивающими проекцию призмы на экране будут, очевидно, ребра, образуемые пересечением боковых плоскостей из разных классов.

Таким образом, из боковых ребер призмы, образуемых парами плоскостей:

$$(1, 2); (2, 3); \dots; (n, 1),$$

выбираются пары с противоположными знаками D :

$$\text{Sgn}D_i = -\text{Sgn}D_{i+1} \quad (i = 1, \dots, n; n + 1 = 1).$$

Вследствие выпуклости многоугольника существует не более двух таких ребер. Пусть им соответствуют пары плоскостей:

$$(j, j + 1), \quad (k, k + 1).$$

Проецирование этих ребер осуществляется аналогично ребрам многоугольника, т. е. составляется уравнение множества плоскостей, проходящих через ребро $(j, j + 1)$:

$$p(A_j X + B_j Y + C_j Z + D_j) + q(A_{j+1} X + B_{j+1} Y + C_{j+1} Z + D_{j+1}) = 0.$$

Условие прохождения плоскости через начало координат наблюдателя можно выполнить, если учесть, что D_j и D_{j+1} имеют противоположные знаки, и положить

$$p = |D_{j+1}|, \quad q = |D_j|.$$

Поскольку p и q всегда положительны, то по отношению к габаритному ребру многоугольник останется в положительной области, т. е. области

$$A_r X + B_r Y + C_r Z > 0,$$

включающей пространственный сектор, ограниченный двумя плоскостями (j и $j+1$):

$$\begin{cases} A_j X + B_j Y + C_j Z + D_j > 0, \\ A_{j+1} X + B_{j+1} Y + C_{j+1} Z + D_{j+1} > 0. \end{cases}$$

Таким образом, при использовании габаритных ребер выполняется условие (3) для внутренних точек многоугольника.

Коэффициенты уравнения габаритного ребра

$$A_r x + B_r y + C_r = 0$$

вычисляются, следовательно, следующим образом:

$$\begin{aligned} A_r &= |D_{j+1}| A_j + |D_j| A_{j+1}, \\ B_r &= |D_{j+1}| B_j + |D_j| B_{j+1}, \\ C_r &= |D_{j+1}| C_j + |D_j| C_{j+1}. \end{aligned} \quad (11)$$

Приведение к фиксированному формату и нормировка ребер. Тройки коэффициентов для линий, проходящих через ребра на экранной плоскости, определены с точностью до умножения на произвольную положительную константу k , т. е. ребро сохраняется при преобразовании коэффициентов:

$$(A, B, C) \rightarrow (kA, kB, kC).$$

Это свойство может быть использовано, с одной стороны, для приведения коэффициентов к простому формату с фиксированной запятой, а с другой — для нормирования коэффициентов и приведения их к формату видеопроцессора.

Форматирование троек коэффициентов осуществляется путем вынесения общего порядка. Аналогичная процедура — процедура приведения к общему порядку троек коэффициентов для текстуры и интерполяции интенсивности — осуществляется в формате системы «Альбатрос»:

$$(M_a 2^{pa}, M_b 2^{pb}, M_c 2^{pc}) \rightarrow (M_a 2^{pa-p}, M_b 2^{pb-p}, M_c 2^{pc-p}), \quad (12)$$

где $p = \max(pa, pb, pc)$.

В отличие от текстуры и интенсивности для троек коэффициентов ребер общий порядок p далее в видеопроцессор может не передаваться.

Нормирование коэффициентов приводит к уменьшению числа параметров, описывающих ребро, а также делает удобным выполнение рекурсивной процедуры деления экрана в конвейере «клеточных» процессоров [3].

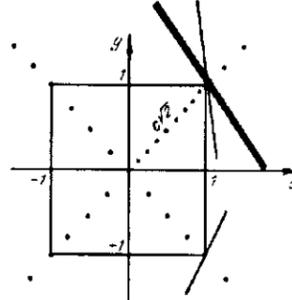
Разделим уравнение ребра

$$Ax + By + C = 0$$

Все прямые с $c = 1$ касаются экрана

на положительную величину $|A| + |B|$ и введем обозначения:

$$\begin{aligned} a &= \frac{|A|}{|A| + |B|}, & b &= \frac{|B|}{|A| + |B|}, \\ c &= \frac{|C|}{|A| + |B|}. \end{aligned} \quad (13)$$



Так как выполняется равенство $a + b = 1$, то уравнение может быть переписано в виде

$$\text{Sgn}Aax + \text{Sgn}B(1 - a)y + \text{Sgn}Cc = 0,$$

где Sgn — знак величины. Описание ребра, следовательно, включает следующие признаки и параметры:

| $\text{Sgn}A$ | $\text{Sgn}B$ | $\text{Sgn}C$ | a | c |
|---------------|---------------|---------------|-----|-----|
|---------------|---------------|---------------|-----|-----|

Нормированное уравнение ребра обладает следующими свойствами, используемыми в видеопроцессоре:

- a определяет наклон ребра ($0 < a < 1$):
 $a = 1$: вертикальное ребро;
 $a = 0$: горизонтальное ребро;
- $c\sqrt{2}$ равно расстоянию от начала координат (центра экрана) до прямой, отложенной с наклоном 45° к осям координат (см. рисунок). Таким образом, линия пересекает квадратный экран с вершинами $(1, 1)$, $(-1, 1)$, $(-1, -1)$, $(1, -1)$, если $c < 1$, и касается экрана при $c = 1$.

Процедура отбраковки ребер и многоугольников, не попавших в пирамиду видимости, сводится в результате нормировки к простой проверке коэффициента c . Эта процедура заменяет традиционное клипирование.

Порядок геометрических преобразований. Поскольку имеется возможность умножение на матрицу (3) сделать после операции приведения коэффициентов к общему порядку (12), а при аппаратной реализации это дает возможность понизить разрядность вычислений, то последовательность геометрических преобразований целесообразно проводить в следующем порядке:

- преобразование коэффициентов уравнений плоскостей при переносе системы координат:

$$D_i = D_{mi} - (A_{mi}X_0 + B_{mi}Y_0 + C_{mi}Z_0);$$

- проецирование ребер согласно формулам (10) и (11) в плавающем формате;

- форматирование троек коэффициентов ребер (12);
- поворот вектора (A_3, B_3, C_3) по формулам

$$A'_3 = a_{11}A_3 + a_{12}B_3 + a_{13}C_3,$$

$$B'_3 = a_{21}A_3 + a_{22}B_3 + a_{23}C_3,$$

$$C'_3 = a_{31}A_3 + a_{32}B_3 + a_{33}C_3,$$

где $T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ — матрица поворота;

5) нормировка коэффициентов ребер (13) и приведение их к формату, используемому в конвейере-видеопроцессоре. Отбраковка ребер и многоугольников при условии $c > 1$.

Заключение. Предлагаемый подход к геометрическим преобразованиям имеет ряд достоинств при его использовании в системах визуализации. Так, например, некоторые объекты могут быть описаны лишь уравнениями плоскостей граней, составляющих объект. Ребра каждой грани можно получить как пересечения плоскости грани с плоскостями соседних граней. Это приводит к более компактному описанию объектов и уменьшению количества вычислений. Схожесть преобразования коэффициентов интерполяции интенсивности и текстуры делает вычисления более однородными и эффективными. В результате облегчается задача распределения вычислений на несколько одинаковых специализированных процессоров.

Отметим также еще одно интересное свойство, которое подтвердилось в результате моделирования этого подхода с использованием системы «Альбатрос»: проблем, связанных с вырождением многоугольников за счет погрешностей вычислений и округления (невыпуклые, самопересекающиеся многоугольники), в данном подходе не возникает. Это свидетельствует об устойчивости алгоритма. Напротив, при традиционных способах задания многоугольников требуется существенное усложнение алгоритма для анализа искажений изображения, вызванных вырождением многоугольников.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ковалев А. М., Талныкин Э. А. Машинный синтез визуальной обстановки // Автометрия. 1984. № 4.
2. Долговесов Б. С., Мазурок Б. С., Маслобоев Ю. В., Рожков А. Ф. Геометрические преобразования в семействе «Альбатрос» // Автометрия. 1994. № 6.
3. Вяткин С. И., Долговесов Б. С., Мазурок Б. С., Рожков А. Ф. Эффективный метод растривания изображений для компьютерных систем визуализации реального времени // Автометрия. 1993. № 5.

Поступила в редакцию 20 июня 1994 г.