

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
А В Т О М Е Т Р И Я

№ 1

1995

УДК 681.7.06 : 535.12

Л. Л. Досколович, Н. Л. Казанский, В. С. Павельев, В. А. Соيفер
(Самара)

РАСЧЕТ ДИФРАКЦИОННЫХ ОПТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ
ДЛЯ ФОКУСИРОВКИ ВО ВНЕОСЕВЫЕ РАДИАЛЬНЫЕ
ФОКАЛЬНЫЕ ОБЛАСТИ

Задача фокусировки в радиальную область вне оптической оси сведена к одномерной задаче фокусировки в отрезок. Предложен новый метод итерационного расчета дифракционных оптических элементов, предназначенных для фокусировки в радиальную фокальную область. Метод требует вычисления двух одномерных преобразований Фурье на каждую итерацию. В качестве начального приближения предложено выбирать фазу, рассчитанную в геометрикооптическом приближении.

Введение. В работах [1, 2] для фокусировки лазерного излучения в радиальную фокальную область рассмотрен геометрикооптический расчет фазовых оптических элементов, получивших название фокусаторов. Достоинством геометрикооптического метода [1, 2] является возможность аналитического расчета фазовой функции фокусатора. В то же время применение геометрикооптического метода расчета, как правило, не позволяет сформировать заданное распределение интенсивности в фокальной области со среднеквадратической ошибкой менее 40 % [3].

В работах [3, 4] рассмотрен расчет дифракционных оптических элементов (ДОЭ) с использованием итерационного алгоритма Герчберга — Секстона. Пересчет поля между плоскостью расположения ДОЭ и фокальной плоскостью в приближении Френеля — Кирхгофа соответствует вычислению преобразования Ганкеля 0-го порядка. В [3, 4] с помощью экспоненциальной замены переменных [4] вычисление преобразования Ганкеля сводится к вычислению трех преобразований Фурье. Таким образом, итерационный расчет, рассмотренный в [3, 4], требует вычисления шести преобразований Фурье на каждой итерации. Итерационный расчет ДОЭ позволяет по сравнению с фокусаторами уменьшить ошибку формирования заданного распределения интенсивности, однако требует существенно больших вычислительных затрат.

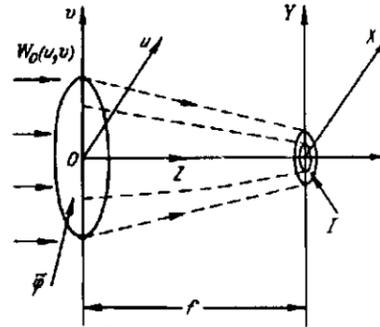
В данной работе задача фокусировки в радиальную область вне оптической оси аппроксимируется одномерной задачей фокусировки в отрезок. Использование итерационных методов для решения одномерной задачи фокусировки в отрезок требует вычисления двух преобразований Фурье на каждую итерацию, что существенно сокращает вычислительные затраты.

1. Аппроксимация задачи фокусировки в радиальную область задачей фокусировки в отрезок. Пусть лазерный пучок с комплексной амплитудой

$$W_0(\rho) = \sqrt{I_0(\rho)} \exp(i\varphi_0(\rho)),$$

где $I_0(\rho)$ — интенсивность освещающего пучка; $\varphi_0(\rho)$ — фаза пучка, падающего на ДОЭ с функцией комплексного пропускания $\exp(i\tilde{\varphi}(\rho))$, $\rho \leq a$, a — радиус апертуры ДОЭ. Задача состоит в отыскании фазовой функции ДОЭ $\tilde{\varphi}(\rho)$, обеспечивающей формирование заданного радиального распределения интенсивности $I(r)$, $r_1 \leq r \leq r_2$, в фокальной плоскости $z = f$, $\rho^2 = u^2 + v^2$, $r^2 = x^2 +$

Рис. 1. Постановка задачи фокусировки в радиально-симметричную фокальную область



$+y^2$ (рис. 1). В дальнейшем будем предполагать, что фазовая функция ДОЭ имеет вид

$$\tilde{\varphi}(\rho) = \varphi(\rho) - \varphi_0(\rho). \quad (1)$$

Представление (1) позволяет производить расчет ДОЭ вне зависимости от фазы освещающего пучка.

Комплексная амплитуда поля в фокальной плоскости ДОЭ в приближении Френеля — Кирхгофа имеет вид

$$W(r) = k \exp(ikr^2/(2f)) \int_0^a \sqrt{I_0(\rho)} \exp(i\varphi(\rho)) \exp(ik\rho^2/(2f)) J_0(k\rho r/f) \rho d\rho / f, \quad (2)$$

где $k = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны, $J_0(\xi)$ — бessel-функция 1-го рода 0-го порядка [6]:

$$J_0(\xi) = \sqrt{2/(\pi\xi)} \cos(\xi - \pi/4), \quad \xi \rightarrow \infty. \quad (3)$$

Для $W(r)$ получим следующее выражение при $r \gg 0$:

$$W(r) = \exp(-i\pi/4) (W_1(r)/\sqrt{r} + iW_2(r)/\sqrt{r}), \quad (4)$$

где

$$W_1(r) = \sqrt{k/(2\pi r i f)} \int_0^a \sqrt{I_0(\rho)} \rho \exp(i\varphi(\rho)) \exp(ik(r-\rho)^2/(2f)) d\rho, \quad (5)$$

$$W_2(r) = W_1(-r). \quad (6)$$

Функция $W_1(r)$ соответствует комплексной амплитуде поля, формируемой одномерным ДОЭ с фазовой функцией $\varphi(\rho)$ при освещении апертуры ДОЭ пучком с распределением интенсивности

$$\tilde{I}(\rho) = I_0(\rho)\rho. \quad (7)$$

Согласно (2), (4)–(6), предлагается рассчитывать фазовую функцию ДОЭ, предназначенного для фокусировки в радиальную область с распределением интенсивности $I(r)$, $r \gg 0$, $r \in [r_1, r_2]$, как фазовую функцию одномерного ДОЭ, предназначенного для фокусировки пучка с распределением интенсивности (7) в отрезок с распределением интенсивности

$$I_1(r) = I(r)r, \quad r_1 \leq r \leq r_2. \quad (8)$$

При этом, согласно (6), слагаемое $W_2(r)$ соответствует комплексной амплитуде поля при фокусировке в отрезок $I_1(r)$, $-r_2 \leq r \leq -r_1$ и не влияет на структуру поля при $r \in [r_1, r_2]$ (рис. 2). В результате формула (4) для $W(r)$ примет вид

$$W(r) \approx \exp(-i\pi/4) W_1(r)/\sqrt{r}. \quad (9)$$

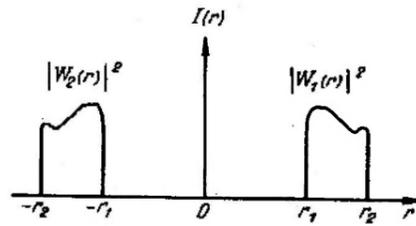


Рис. 2. Структура поля, создаваемого радиальным ДОО в фокальной плоскости

Интересно отметить, что при вычислении интеграла (5) методом стационарной фазы выражение (9) приводит к известным формулам для фазовой функции фокусатора [1, 2]:

$$\varphi(\rho) = -k\rho^2/(2f) + k \int_0^\rho \tilde{r}(\xi) d\xi / f, \quad \rho \in [0, a], \quad (10)$$

где функция $\tilde{r}(\xi)$ в (10) ищется из следующего уравнения:

$$\int_0^\rho I_0(\xi) 2\pi\xi d\xi = \int_{r^{(0)}}^{\tilde{r}(\rho)} I(\xi) 2\pi\xi d\xi. \quad (11)$$

В работах [1, 2] уравнение (10) получено из уравнения эйконала, а уравнение (11) — из уравнения переноса и соответствует интегральной форме закона сохранения светового потока.

2. Оценка точности аппроксимации. Рассмотрим точность полученной аппроксимации (5), (9) на модельном примере фокусировки в тонкое кольцо. Фазовая функция фокусатора плоского пучка в уширенное кольцо с постоянным распределением интенсивности может быть получена из (10), (11) в виде

$$\varphi(\rho) = -k\rho^2/(2f) + kr_1 [c\rho(c^2\rho^2 + 1)^{1/2} + \ln(c\rho + (c^2\rho^2 + 1)^{1/2})] / (2fc), \quad (12)$$

где $c = (r_2^2 - r_1^2)^{1/2} / (ar_1)^{-1}$, r_1, r_2 — внутренний и внешний радиусы фокального кольца.

При $r_2 \rightarrow r_1$ функция $\varphi(\rho)$ (12) соответствует суперпозиции фазовых функций тонкой линзы и аксикона, рассчитанных в параксиальном приближении

$$\varphi(\rho) = -k\rho^2/(2f) + kr_1\rho/f, \quad (13)$$

и обеспечивает фокусировку в тонкое кольцо радиусом r_1 .

Обозначим через $I(r)$, $I_{app}(r)$ распределения интенсивности в фокальной плоскости ДОО (13), рассчитанные в приближении Френеля — Кирхгофа (формула (2)) и с использованием формул (5), (9) соответственно.

Для определения границ, в которых аппроксимация (5), (9) является допустимой, сравним $I_{app}(r_1)$ с $I(r_1)$ при различных значениях r_1 , т. е. при различных расстояниях фокальной области до оптической оси. В качестве критерия будем использовать максимальное значение относительной погрешности:

$$\varepsilon(r_1) = |I_{app}(r_1) - I(r_1)| / I(r_1). \quad (14)$$

Для $\varphi(\rho)$ (13) из (5), (9) получим значение интенсивности на геометрическом кольце в виде

$$I_{app}(r_1) = 2ka^3 / (9\pi fr_1). \quad (15)$$

Значение интенсивности в приближении Френеля — Кирхгофа получено в [3] в виде

$$I(r_1) = (k/f)^2 a^4 (J_1^2(\xi) + J_2^2(\xi) + 9J_1(\xi)[J_1(\xi)/\xi - 2J_2(\xi)/3]/\xi)/9, \quad (16)$$

где $\xi = ar_1k/f$, $J_1(\xi)$, $J_2(\xi)$ — функции Бесселя 1-го и 2-го порядков соответственно.

В таблице приведены расчетные значения $\epsilon(r_1)$ при различных значениях параметра $h = r_1/\Delta$, $\Delta = \lambda/f/a$, характеризующего радиус фокального кольца по сравнению с дифракционным размером Δ . Для $\varphi(\rho)$ (13) расчет $I_{app}(r)$, $I(r)$ проводился по формулам (15), (16) при параметрах: $\lambda = 1,06$ мкм, $a = 2,5$, $f = 300$, $r_1 = 3$. Согласно данным таблицы, уже при $h = 4$ погрешность расчетов по выражениям (5), (9) составляет менее 5 %, что подтверждает хорошую точность предложенной аппроксимации.

3. Итеративно-аналитический расчет ДОО для фокусировки в кольцевую фокальную область. Согласно результатам разд. 1, задача расчета ДОО для фокусировки в радиальную фокальную область вне оптической оси сводится к расчету фазовой функции $\varphi(\rho)$ одномерного ДОО для фокусировки в отрезок. Результаты проведенных в разд. 2 расчетов позволяют определить фокальную область вне оптической оси как область, внутренний радиус которой превышает в 4—5 раз дифракционный размер $\Delta = \lambda/f/a$.

Геометрооптический метод расчета $\varphi(\rho)$ приводит к известным формулам (12), (13) для фазовой функции фокусатора. Расчет $\varphi(\rho)$ по одномерному алгоритму Герцберга — Секстона соответствует новому итерационному методу расчета ДОО в радиальную фокальную область вне оптической оси. Указанный итерационный метод требует вычисления двух преобразований Фурье на каждую итерацию, что в 3 раза меньше, чем для итерационного расчета радиального ДОО через вычисление преобразования Ганкеля [3, 4]. В дальнейшем итерационный расчет через преобразование Ганкеля будем называть радиальным итерационным расчетом. Расчет радиального ДОО, основанный на итерационном расчете ДОО для фокусировки в отрезок, будем называть линейным итерационным расчетом.

В данном разделе проведено сравнение решений задачи фокусировки в уширенное кольцо при геометрооптическом расчете $\varphi(\rho)$ по формуле (12), линейном и радиальном итерационных расчетах $\varphi(\rho)$.

Для оценки качества фокусировки будем использовать значения энергетической эффективности E и среднеквадратического отклонения σ .

Значение

$$E = \int_{r_1}^{r_2} I(r) r dr / \int_0^a I_0(\rho) \rho d\rho \quad (17)$$

характеризует долю энергии освещающего пучка, фокусируемую в заданной фокальной области.
Значение

$$\sigma = \left(\int_{r_1}^{r_2} [I(r) - \bar{I}]^2 2\pi r dr / [\pi(r_2^2 - r_1^2)] \right)^{1/2} / \bar{I} \quad (18)$$

характеризует среднеквадратическое отклонение распределения интенсивности от среднего значения

$$\bar{I} = 2 \int_{r_1}^{r_2} I(r) r dr / (r_2^2 - r_1^2). \quad (19)$$

Зависимость
расчетной погрешности $\epsilon(r_1)$
от удаления от оптической оси

№, п/п	$h = r_1/\Delta$	$\epsilon(r_1)$
1	0,5	0,4806
2	1,0	0,2646
3	1,5	0,1722
4	2,0	0,1313
5	2,5	0,1042
6	3,0	0,0798
7	3,5	0,0566
8	4,0	0,0495
9	4,5	0,0491
10	5,0	0,0347

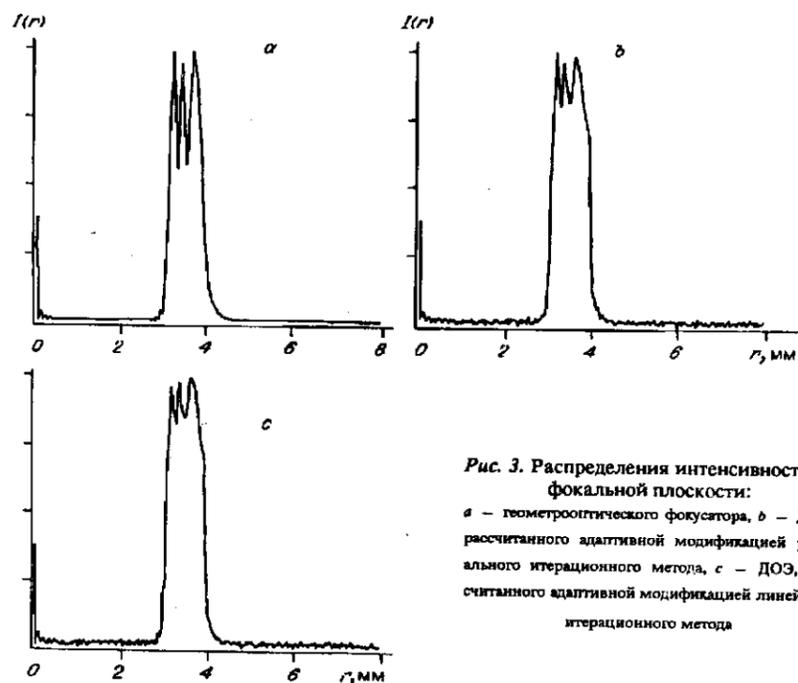


Рис. 3. Распределения интенсивности в фокальной плоскости:
 а — геометрического фокусатора, б — ДОЭ, рассчитанного адаптивной модификацией радиального итерационного метода, с — ДОЭ, рассчитанного адаптивной модификацией линейного итерационного метода

Линейный и радиальный итерационные расчеты $\varphi(\rho)$ проводились по адаптивной модификации алгоритма Герцберга — Секстона [7] при выборе геометрической функции (12) в качестве начального приближения. Пересчет поля между плоскостями осуществлялся с использованием быстрого преобразования Фурье при числе отсчетов $N = 256$ и параметрах: $\lambda = 1,06$ мкм, $a = 2,5$, $f = 300$, $r_1 = 3$, $r_2 = 4$ мм.

На рис. 3, а—с приведены расчетные распределения интенсивности для геометрического фокусатора (см. рис. 3, а) и ДОЭ (см. рис. 3, б, с), рассчитанных по линейному и радиальному итерационным алгоритмам. Энергетическая эффективность E для фокусатора составила 90,5 % при $\sigma = 48,2$ %. Для ДОЭ, рассчитанных по линейному и радиальному итерационным алгоритмам, значения энергетической эффективности равны 89,1 и 89,2 % при среднеквадратических отклонениях 13,1 и 13,3 % соответственно. Результаты расчетов показывают, что линейный итерационный алгоритм обеспечивает по сравнению с геометрическим решением (12) снижение σ почти в 3 раза при незначительном снижении энергетической эффективности. Радиальный итерационный алгоритм не обеспечивает существенного улучшения качества фокусировки по сравнению с ДОЭ, рассчитанным по линейному итерационному алгоритму. Необходимо также отметить большую зависимость сходимости предлагаемого итерационного алгоритма от выбора начального приближения. Результаты расчетов, проведенных авторами, показывают, что в случае выбора в качестве начального приближения случайной фазы, равномерно распределенной на отрезке $[0, 2\pi]$, σ возрастает в 1,2—1,3 раза.

Таким образом, предлагается итеративно-аналитический подход к расчету ДОЭ, предназначенных для фокусировки во внеосевую фокальную область: расчет начальной фазы для итерационного процесса проводится по формулам расчета фокусаторов [1, 2]. Далее для уточнения геометрического решения используется линейный итерационный метод.

Заключение. Задача фокусировки в радиальную область вне оптической оси, внутренний радиус которой в 4—5 раз превышает дифракционный размер Δ , с высокой точностью сводится к одномерной задаче фокусировки в отрезок.

Использование алгоритма Герцберга — Секстона для решения задачи фокусировки в отрезок соответствует новому линейному итерационному методу расчета ДОЭ для фокусировки в радиальную область, требующему вычисления двух преобразований Фурье на каждую итерацию. Использование линейного итерационного алгоритма при выборе фазовой функции фокусатора в качестве начального приближения позволило рассчитать ДОЭ для фокусировки в кольцевую область с энергетической эффективностью более 89 % при среднеквадратической ошибке формирования заданного распределения интенсивности менее 14 %. Предложенный подход применим к расчету ДОЭ, предназначенного для фокусировки в радиальную фокальную область произвольного вида, например в несколько фокальных колец.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Soifer V. A., Golub M. A. Diffractive micro-optical elements with non-point response // SPIE Proc. 1992. 1751. P. 140.
2. Golub M. A., Sisakyan I. N., Soifer V. A. Infra-red radiation focusators // Optics and Lasers in Eng. 1991. 15. P. 297.
3. Doskolovich L. L., Khonina S. N., Kotlyar V. V. et al. Focusators into a ring // Opt. and Quant. Electron. 1993. N 25. P. 801.
4. Khonina S. N., Kotlyar V. V., Soifer V. A. Fast Hankel transform for focusator synthesis // Optik. 1991. 88. P. 182.
5. Siegman A. E. Quasifast Hankel transform // Opt. Lett. 1977. N 1. P. 13.
6. Korn G. A., Korn T. M. Mathematical handbook for scientists and engineers definitions, theorems and formulas for reference and review. New-York, Toronto, London: McGRAW-Hill Book Company, INC, 1961.
7. Kotlyar V. V., Nikolsky I. V., Soifer V. A. Adaptive iterative algorithm for focusator synthesis // Optik. 1991. 88. P. 17.

Поступило в редакцию 15 августа 1994 г.